رسالة

في

استخراج الاوتار في الدائرة

بخواص الخط المنحنى الواقع فيها

للعلامة ابى الريحان محمد بن احمد

البيرونى رحمه الله تعالى

المتوفى فى سنة اربعين واربعمائة من الهجرة

الطبعة الاولى

بمطبعة جمعية دائرة المعارف العثمانية

حيدرآباد الدكن

صانها الله تعالى عن جميع البلايا والفتن

سنة ١٣٦٧ ه
١٩٤٨ م

بسم الله الرحمن الرحيم

وقفت على ما استملتنيه من السبب الداعى اياى الى الولوع بتصحيح دعوى لقدماء اليونانيين فى انقسام الخط المنحنى فى كل قوس بالعمود النازل عليه من منتصفها والتنفير عن خواصه حتى نسبتنى لأجله الى الاشتغال بما يذكره محمد بن زكريا الرازى من فضول الهندسة من غير ان يشعر بحقيقة الفضول التى هى الزيادة على الكفاية فى كل شىء فانه لوشعربها اوجد نفسه مرتبكة فى فضول الوسوسة التى افسد بها قلوبا متجافية عن الديانة اوشرهة بفضول الدنيا الى العتاد والرياسة وليس بمقدار الكفاية من الهندسة ماظنه الرازى واشار بفلسفته اليه، ثم عادى باقيه ولم يزل الناس اعدى ماجهلوا •

قال الله تعالى (واذ لم يهتدوا به فسيقولون هذا افك قديم)

وانت فلو تحققت ماهية الهندسة وانها معرفة نسب الأجناس الواقعة تحت الكمية بعضها الى بعض وانها هى التى يتوصل بها الى معرفة مقدار كل مايحتاج اليه من مذروع ومكيل وموزون مما بين مركز العالم وبين اقصى محسوس عنه وعرفت ان بها تنقل الصور

مجردة عن المواد وتتصور حقيقة البرهان تصور انطباع حتى لا يذهب على القيم بها ما يذهب على كثير من المحصلين فى المنطق مهما الزم مسلك صناعته •

ثم ترتقى بوساطة التدرب بها من المعالم الطبيعية الى المعالم الالهية التى تمتنع لغموض معانيها وصعوبة مآخذها ودقة طرائقها وجلالة امرها وبعد تصورها عن ان ينقاد لكل احدا ويدركها من عدل عن سنن البرهان لما عدلتنى على ذلك •

وذلك ان يفعل اذا لم يقنع فى المطلوب بالطريق الموصل اليه دون تضييع الزمان فى طلب طرق اخر اليه ثم لم يسفر فى آخر الامر عن نتائج هى عمدة علم الهيئة •

فاما كثرة الطرق فسبب جمعى اياها تدريب المتعلم بتنوعها ثم اتحادها ولانها كانت لى فى الغربة مؤنسة ولاسامر من فارقتهم من الاصدقاء مذكرة وقد اثبتها لك لتتأملها وتعرف كيف مآل جميعها الى النكتة الواحدة وما تثمر الفوائد فى العاقبة فيتمهد غرري لديك فيما جمت (١) حوله من عذلى ورب لائم مليم ، وما التوفيق الا من عند الله تعالى •

الدعوى

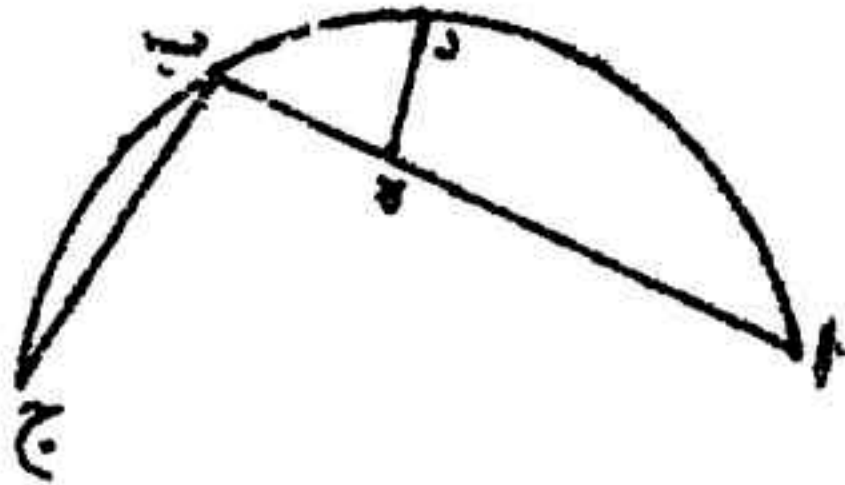
اذا عطف فى قوس ما من دائرة خط مستقيم على غير تساو وانزل عليه من منتصف تلك القوس عمود فانه يقسم به بنصفين •

مثاله

(١) كذا

مثاله ان خط ـ اب ج ـ المنحنى فى قوس ـ اب ج ـ قد نزل عليه من منتصف قوس ـ اب ج ـ وهو ـ د ـ عمود ـ ده ـ •

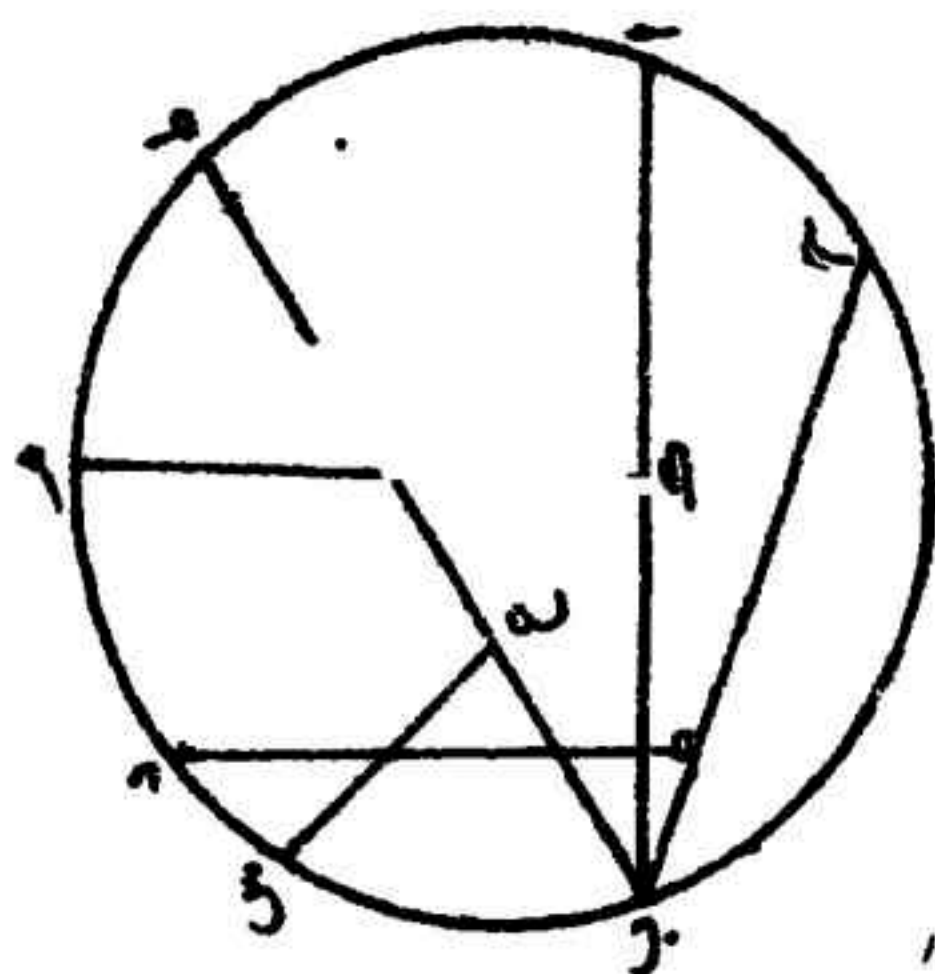
فاقول ان خط ـ اب ج ـ المنحنى قد انقسم بنصفين اعنى ان اه ـ مساو لمجموع ـ ه ب ـ ب ج ـ •

ش ـ ١

واما اختلاف الاوضاع فيه فان قوس ـ ا د ب ـ اذا فضلت على نصف الدور لم يخل قوس ـ ب ج ـ من ان يكون قاصرا عن كمال الدور فتكون القضية على حالها والصورة كهيئتها، او يكون فاضلا على كمال الدور مثل قوس ـ ب ا ط ـ فى الصورة الثانية فيصير منتصف قوس ـ ا د ب ج ط ـ نقطة ـ س ـ واعظم قسمى الخط المنحنى ـ ط ب ـ دون ـ اب ـ والعمود النازل عليه ـ س ع فيصير فى الدعوى ـ ط ع ـ مساويا لمجموع ـ ع ب ـ ب ج •

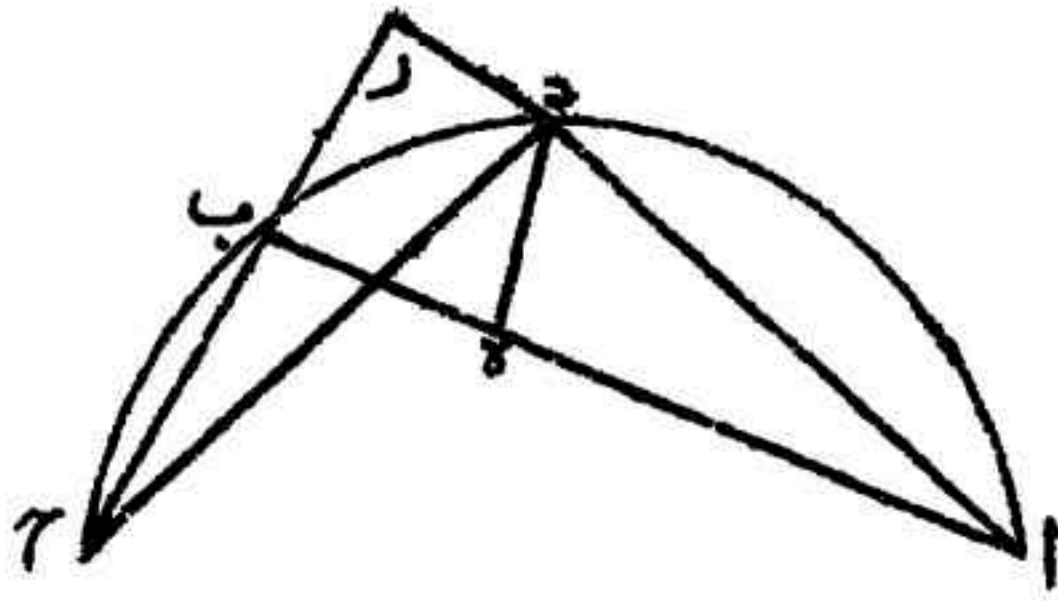
فاما مساواتها كمال الدور فقد سقطت من القسمة بقولنا على غير تساو ولانها تبطل صورة الخط المنحنى ويصير خط ـ اب ـ

فقط •

واما ان نقطة ـ ه ـ على وتر ـ اب ـ لا يقع خارج الدائرة فيظهر اذا انزلنا من نقطة ـ م ـ وهو منتصف قوس ـ ادب ـ عمود م ك ـ على خط ـ اب ـ فان ـ ك ه ـ بالضرورة تساوى نصف وتر ـ ب ج ـ لان قوس ـ م د ـ تساوى نصف قوس ـ ب ج ـ وكل ـ ب ج ـ يقصر عن كل ـ اب ـ فنصفه اقصر من ـ ك ب فنقطة ـ ه ـ فيما بين نقطتى ـ ك ـ ب ـ على كل حال •

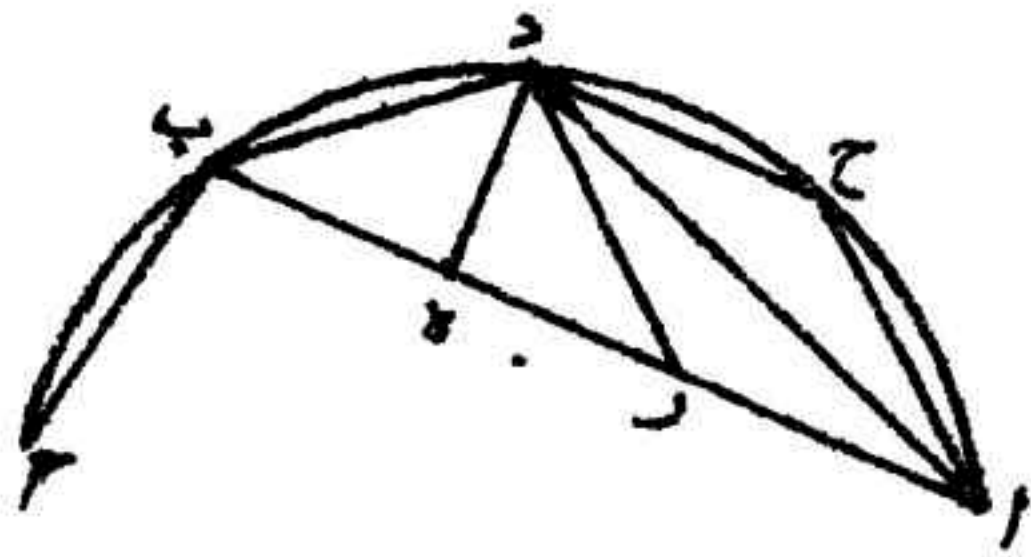
ش ـ ٢

البرهان عليه لاذرخور ابن اشتاذ جشنس

قال نخرج ـ ج ب ـ على استقامته وننزل عليه من ـ د عمود ـ د ز ـ ونصل ـ اد ـ د ج ـ فلان فى مثلثى ـ د ز ج ـ د ه ا زاويتا ـ د ز ج ـ د ه ا ـ قائمتان وزاويتا ـ ز ج د ـ ه ا د ـ متساويتان لانهما على قوس واحدة فان المثلثين متشابهان و ـ اد ـ يساوى

د ج ـ فد ز ـ مساو ـ لده ـ و ـ ج ز ـ مساو ـ له ب ـ و ـ د ب
يقوى على ـ دز ـ زب ـ كما يقوى على ـ ده ـ ه ب ـ لكن ـ دز
مساو ـ لده ـ فتبقى ـ زب ـ مساوية لقوة ـ ب ه ـ فهما ايضا
فى الطول متساويان وقد كان جميع ـ ج ز ـ مساويا ـ لا ه ـ فخطا
ج ب ـ ب ه ـ المساوى مجموعهما لخط ـ ج ز ـ مساويان لخط ـ اه
وذلك ما اردنا بيانه ش ـ ٣

البرهان عليه من كتاب الدوائر لارشميدس
وكتاب سارينوس الثيبائى فى الاصول الهندسية

قال نفصل قوس ـ دح ـ مساوية لقوس ـ د ب ـ ونصل
د ح ـ د ب ـ ونجعل ـ ه ز ـ مساويا ـ له ب ـ ونصل ـ د ز
د ا ـ فمن اجل ان عمود ـ د ه ـ مشترك يكون خطا ـ د ز ـ د ب
متساويان ولأن قوس ـ د ب ـ مساوية لقوس ـ د ح ـ وقوس
ح ا ـ الباقية متساوية لقوس ـ ب ج ـ فان زاويتى ـ ح د ا
د ا ب ـ مساويتان لزاوية ـ د ب ا ـ اعنى زاوية ـ د ز ب ـ لكن

زاوية ـ د ز ب ـ مساوية لزاويتي ـ زاد ـ زدا ـ فزاويتا ـ زدا
ح د ا ـ اذن متساويتان و ـ د ز ـ مساو لد ح ـ و ـ د ا ـ مشترك
فقاعدتا ـ ا ز ـ ا ح ـ متساويتان لكن ـ ا ح ـ مساو ـ لب ج ـ فا ز
مساو ـ لب ج ـ و ـ زه ـ مساو ـ له ب ـ فاز ـ مع ـ زه ـ مساو
له ب ـ مع ـ ب ج ـ • ش ـ ٤

(ج) برهان ابى سعيد الضرير بجرجان

وابو سعيد برهنه بمثل ذلك وقصد الابانة عن مساواة اضلاع
مثلث ـ ا ح د ـ اضلاع مثلث ـ ا ز د ـ إلا انه ابتدأ بفصل قوس
اح ـ مساوية لقوس ـ ب ج ـ فتبقى له من القوسين المتساوتين
قوسا ـ د ح ـ د ب ـ متساويتين وذلك يقتضى تساوى زاويتى
ح ا د ـ زاد ـ ثم فصل ـ ا ز ـ مساويا ـ لا ح ـ فتساوت قاعدتا
ح د ـ ز د ـ لكن ـ ح د ـ د ب ـ متساويان ـ فد ب ـ د ز
اذن متساويان وعمود ـ د ه ـ يقسم قاعدة ـ زب ـ بنصفين
فاز ـ زه ـ يساوى ـ ه ب ـ ب ج ـ •

(١) واتفق.

واتفق لى مثل هذا بعينه فى كتابى فى تصحيح المقول بين العرض والطول •

ابو على الحسن بن الحسن البصرى

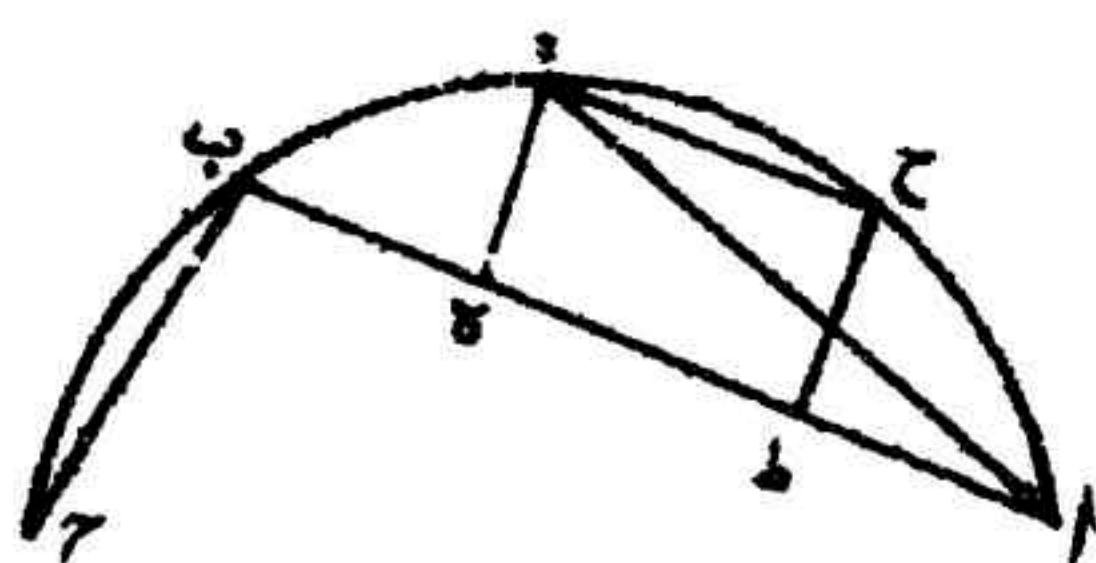
وقصد ابو على مثل ذلك بتساوى مثلثى ــ اح د ــ از د الا انه بينه بطريق آخر •

هو انه فصل قوس ــ د ح ــ مساوية لقوس ــ د ب ــ فتساوت زاويتا ــ ح ا د ــ زا د ــ ثم فصل ــ ه ز ــ مساويا ــ له ب ــ ووصل د ز ــ فتبين مساواة ــ د ز ــ د ب •

ثم قال ان شكل ــ اح ه د ب ــ فى هذه الدائرة ذواربعة اضلاع فزاويتا ــ اح د ــ اب د ــ فيه معادلتان لزاويتين قائمتين ولكن زاويتا ــ د ه ب ــ د ب ز ــ متساويتان فزاويتا ــ اح د د ز ب ــ اذن معادلتان لقائمتين فزاويتا ــ اح د ــ از د ــ اذن متساويتان ومابقى فعلى مثال ما تقدم •

ابو سعيد احمد بن محمد بن عبدالجليل السجزى

وذهب آخرون فى فصل قوس ــ د ح ــ ففصلوها مساوية لقوس ــ ب ج ــ واخرج ابو سعيد السجزى ــ د ح ــ موازيا لا ب ــ و ــ ح ط ــ موازيا ــ لد ه ــ فانفصل قوسا ــ اح ــ د ب ــ متساويتان لتساوى زاويتى ــ ادح ــ ب ا د ــ وبقيت قوسا

ح د ـ ب ج ـ من كلا نصفى القوسين متساويتان ووتر ـ ز د
مساو ـ لط ه ـ و ـ اح ـ ه ب ـ متساويان ـ فا ط ـ مع ـ ط ه
مساو ـ له ب ـ مع ـ ب ج • ش ـ ٥

ولكثرة استعمالى هذه المقدمة فى اقاويلى كيف نحوت فى
بعضها هذا النهج واخرجت قطر ـ د ك ع ـ و د ه ـ على استقامته
الى ـ ز ـ واخرحت ـ ع ج ـ على موازاة ـ د ل ـ ففصلا قوسى
د ج ل ـ ع ا ح ـ متساويتين ووصلت ـ ح د ـ كانت زاوية
ط ب ح ـ قائمة لكونها فى نصف الدائرة وسطح ـ د ه ط ح
قائم الزوايا فهو متوازى الاضلاع ـ فح د ـ فيه مساو ـ لط ه
واخرجت من مركز ـ ك ـ خط ـ ك س ـ على موازاة ـ ه د
فقطع كل واحد من وترى ـ ا ب ـ ح د ـ بنصفين لقيامه عليهما
وصار ـ ح س ـ مساويا ـ لس د ـ فط م ـ مساو ـ لم ه ـ وبقى
ا ط ـ ه ب ـ متساويان ـ و ـ ح د ـ المساوى ـ لط ه ـ مساو
لب ج ـ فا ط ـ مع ـ ط ه ـ مساو ـ له ب ـ مع ـ ب ج •

ش — ٦

ابو عبد الله محمد بن احمد الشنى

وله طريق قريب من هـذا وهو انه وصل ـ ع ل ـ فكان
سطح ـ ط ه ل ع ـ قائم الزوايا لتساوى عمودى ـ ل ه ع ط
بتساوى ـ ا ط ه ب ـ وقطر ـ د ع ـ يقطع وتر ـ ا ج ـ بنصفين
فزاويـــة ـ ص ـ قائمة ومثلثا ـ ا ص ف ـ د ف ه ـ متشابهـان
فزاويتا ـ ع د ل ـ ب ا ج ـ متساويتان فوترا ـ ع ل ـ ب ج
متســاويان ـ و ـ ع ل ـ ط ه ـ متساويان ـ فـــط ه ـ ب ج
متساويان والباقى كمثل ما تقدم ·

ش — ٧

القاضی ابو علی الحسن بن الحرث الحبوبی

والی شبیه به ذهب القاضی ابو علی الحبوبی ففصل ـ ا ح
مساویة لقوس ـ د ب ـ ووصل ـ ا ح ـ وانزل عمود ـ ح ط
علی ـ ا ب ـ وبین تساوی مثلثی ـ ا ح ط ـ د ه ب ـ بمساواة
زاویتی ـ ط ه ـ للقیام وزاویتی ـ ح ا ط ـ د ب ه ـ لکونهما
علی قوسی ـ ح د ب ـ ا ح د ـ المتساویتین ومساواة ضلعی ـ ا ح
د ب ـ فحصل اه تساوی ـ ا ط ـ ه ب ـ وعمودی ـ ح ط
د ه ـ والواصلة بین اطراف الخطوط المتساویة المتوازیة متساویة
فح ـ د ـ مساو ـ لـ ط ه ـ و ـ ح د ـ ب ج ـ وترا قوسین
متساویتین فهما متساویتان ـ فا ط ـ مع ـ ط ه ـ مساو ـ له ب
مع ـ ب ج • ومتی ما فصل خط ـ ه ز ـ مساویا ـ له ب ـ ووصل
ه ز ـ ا د ـ د ج ـ کانت اضلاع مثلث ـ ا د ز ـ مساویة لاضلاع
مثلث ـ د ب ج ـ فساوی ـ ا ز ـ ب ج ـ وحصلت صحة الدعوی •

ابو نصر منصور بن على بن عراق مولى امير المؤمنين

و قد قصدوها من مقامد شتى من غير ان يفصلوا من قوس
ا د ـ شيئا اما ابو نصر الجعدى فانه لما فصل ـ ه ز ـ مساويا ـ له ب
ووصل ـ د ز ـ قال ان خط ـ ز آ ـ لا يمكن ان يكون اعظم او اصغر
من ـ ب ج ـ فان امكن ذلك فليكن اولا اعظم ونجعل ـ ا ح
مساويا ـ لب ج ـ ان كان يمكن فكلاخطى ـ ا ح ـ ا د ـ مساو
لكلاخطى ـ ج ب ـ ب د ـ وزاويتا ـ ا ج ـ متساويتان فقاعدتا
د ز ـ د ح ـ متساويتان إلا ان ـ ه ز ـ مساو ـ له ب ـ وعمود ـ ه د
مشترك ـ فد ز ـ مساو ـ لد ب ـ فد ز ـ د ح ـ من مثلث ـ ز د ح
متساويان فزاويتا ـ ب ـ ح ـ فى مثلث ـ ب د ح ـ متساويتان
فزاوية ـ د ز ح ـ الخارجة من مثلث ـ د ب ز ـ مساوية لزاوية
د ب ز ـ الداخلة التى تقابلها هذا خلف •

وبمثله نبين انه لا يمكن ان يكون اصغر ـ فزا ـ اذن مساو
لب ج ـ وما بقى فكما تقدم • ش ـ ٩

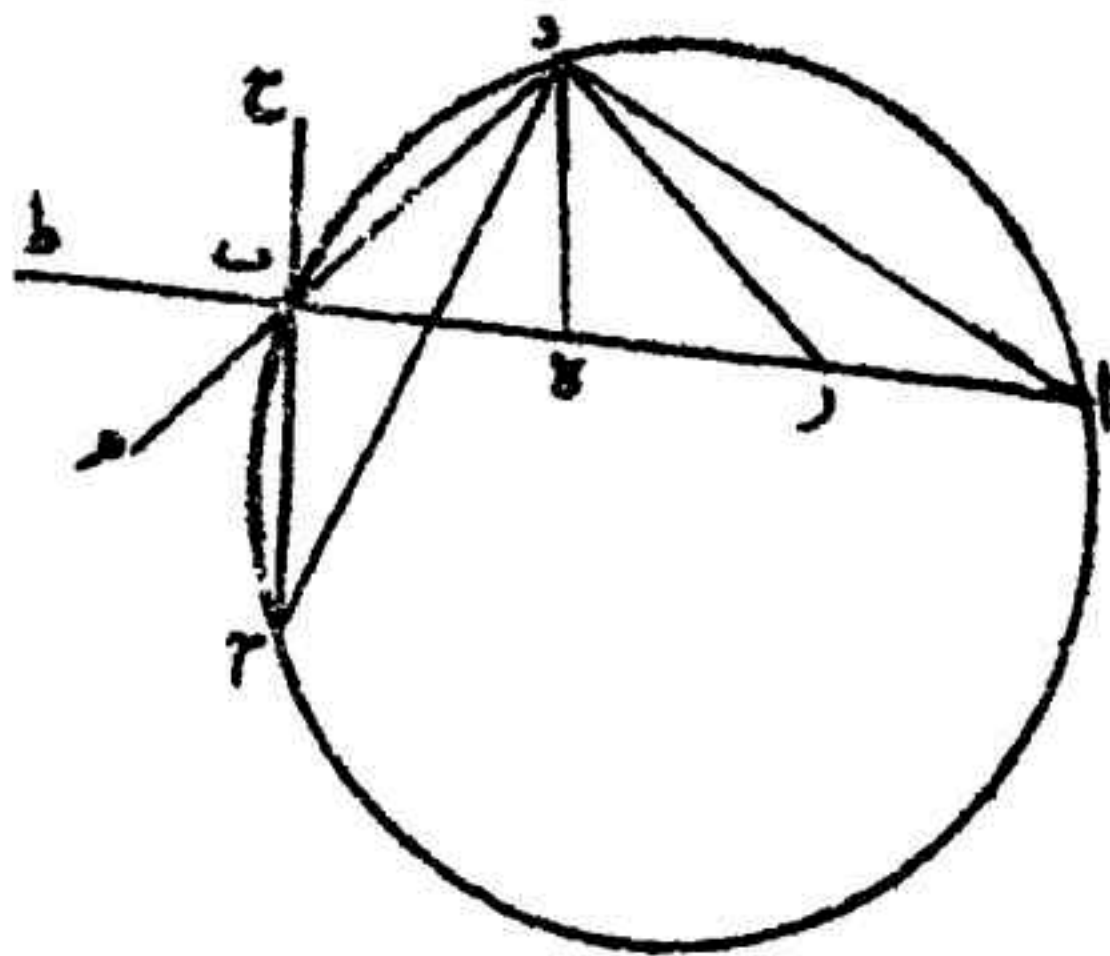
وسلكت انا فى تبيين مساواة ـ از ـ ب ج ـ فى موضع آخر طريقا هو ان زاوية ـ د ز ب ـ مساوية لزاويتى ـ ز د ا ـ ز ا د لكن زاويتى ـ د ب ز ـ د ز ب ـ متساويتان فزاوية ـ د ب ز مساوية لزاويتى ـ ز د ا ـ ز ا د ـ وزاوية ـ د ب ز ـ مركبة على نصف القوس المغطاة وزاوية ـ ز ا د ـ على قوس ـ د ب ـ من النصف الآخر فتبقى زاوية ـ ز د ا ـ بمقدار تتمة قوس ـ د ب الى نصف المغطاة وهو ـ ب ج ـ فزاوية ـ ا د ز ـ ج د ب متساويتان وزاويتا ـ ا ـ ج ـ متساويتان فمثلثا ـ ا ز د ـ ج ب د ـ متشابهان وضلعا ـ ا د ـ د ج ـ فيهما متساويان فالمثلثان متساويان و ـ ا ز ـ مساو ـ لب ج •

وفى كتاب تحصيل الراحة بتصحيح المساحة احتجت الى الابانة عن اتفاق الحال فى انطباق اخمص القوس على حدبة الخط المنحنى دون تقابلهما اعنى بالحال انتصاف الخط مع انتصاف القوس ففصلت زاوية ـ ا د ز ـ مساوية لزاوية ـ ب د ج ـ حتى تساوت زوايا مثلثى ـ ادز ـ د ج ب ـ المنفرجتى زاويتى ـ ز ـ ب ـ المتساوى ضلعى ـ ا د د ج ـ وصار ـ ا ز ـ مساويا ـ لب ج وحصل المطلوب •

فان قوبل بين اخمصى قوس ـ ا د ب ـ والخط المنحنى اعنى الكائن فى كمال هذه القوس الى تمام الدائرة لم ينصف عمود ـ د ه

ذلك

ذلك الخط المنحنى وانما ينصفه عمود قوسه اعنى الخارج من طرف القطر الى الطرف الآخر نقطة ـ د •

وقلت فى تعليلى لزيج حبش نفصل ـ ه ز ـ مساويا ـ له ب ونصل ـ د ز ـ د ب ـ فيكونان متساويين ثم نصل ـ ا د ـ د ج ونخرج ـ ح ب ـ على استقامته الى ـ ح ـ فلأن زاوية ـ د ب ج على قوس ـ د ا ج ـ نتممها الى القائمتين وهو زاوية ـ د ب ج بمقدار قوس ـ د ب ج ـ المساوية لقوس ـ ا د ـ التى عليها زاوية د ب ا ـ فزوايا ـ د ب ا ـ د ب ج ـ د ز ه ـ متساوية وتبقى زاويتا ـ د ب ج ـ د ز ا ـ متساويتين وزاويتا ـ د ا ب ـ د ج ب متساويتان ـ و د ز ـ مساو ـ لد ب ـ فمثلثا ـ ا ج ب ـ د ب ج مع تشابههما متساويان ـ فا ح ـ مساو ـ لب ح •

ش ـ ١٠

ويجوز ان يقال ان تتمة زاوية ـ د ب ج ـ الى القائمتين هى زاوية ـ ج ب م ـ وهى بمقدار قوس ـ د ل ج ـ فزاويتا ـ م ب

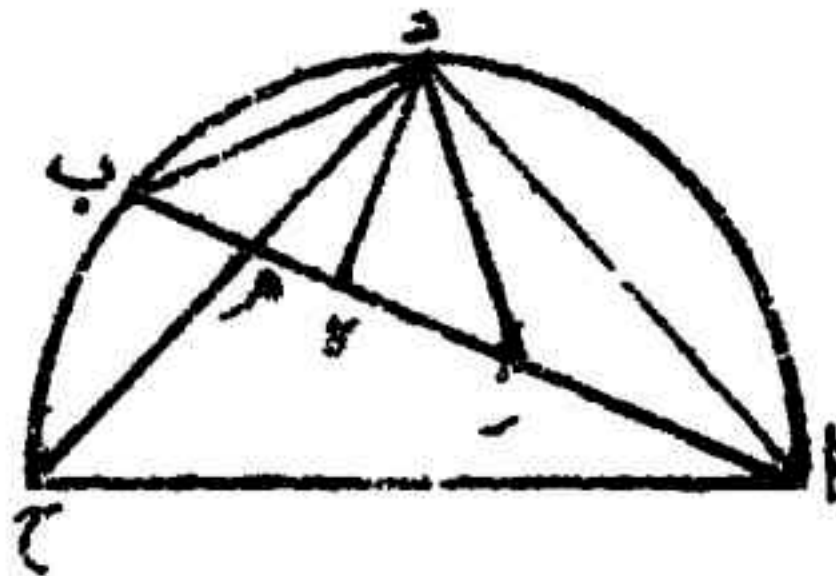
ج ـ د ب ا ـ متساويتان ونجعل زاوية ـ ه ب ج ـ مشتركة فتكون زاوية ـ د ل ج ـ مساوية لزاوية ـ ه ب م ـ وزاوية ـ ه ب م ـ مقابلة لزاوية ـ د ب ط ـ المساوية لزاوية ـ د زا ـ فزاوية د ل ج ـ اذن مساوية لزاوية ـ د ز ا •

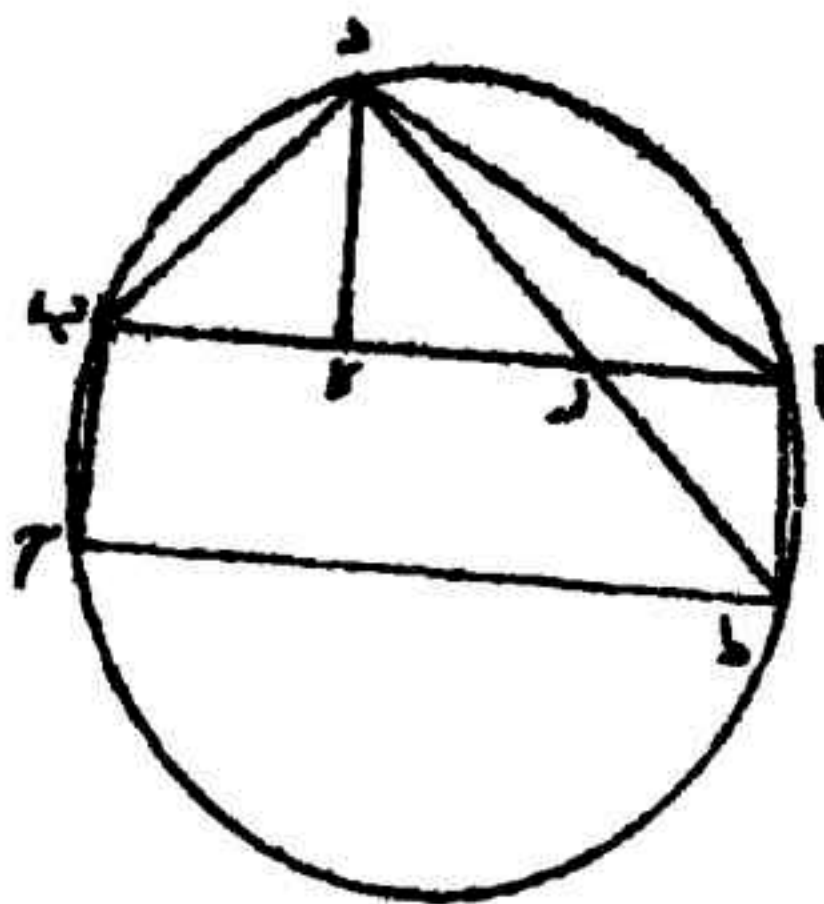
ابو عبد الله الشنى

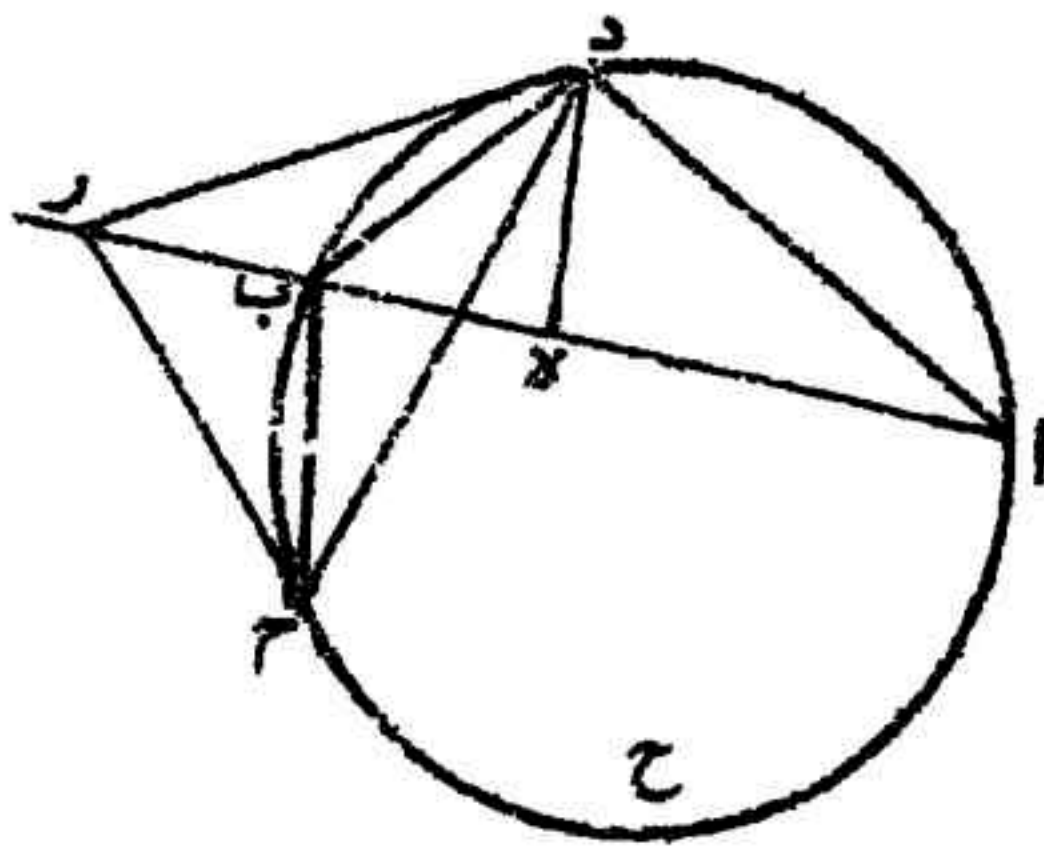
قد ذهب فى تصحيح ذلك الى ان فصل ـ ه ز ـ مساويا له ب ـ ووصل ـ د ز ـ ا ج ـ وقال ان فى مثلثى ـ د ز ب ـ ا د ج ـ المتساوى الساقين زاويتا ـ ج ب ـ على قوس واحدة فهما متشابهان فزاويتا ـ ا د ج ـ د زب ـ اذن متساويتان ونسقط زاوية ز د م ـ المشتركة فتبقى زاويتا ـ ا د ز ـ ج د ب ـ متساويتين وضلعا ا د ـ ا ز ـ من مثلث ـ د ا ز ـ مساويان لضلعى ـ ج د ـ د ب من مثلث ـ ج د ب ـ فقاعدة ـ ا ز ـ مساوية لقاعدة ـ ب ج •

ش ـ ١١

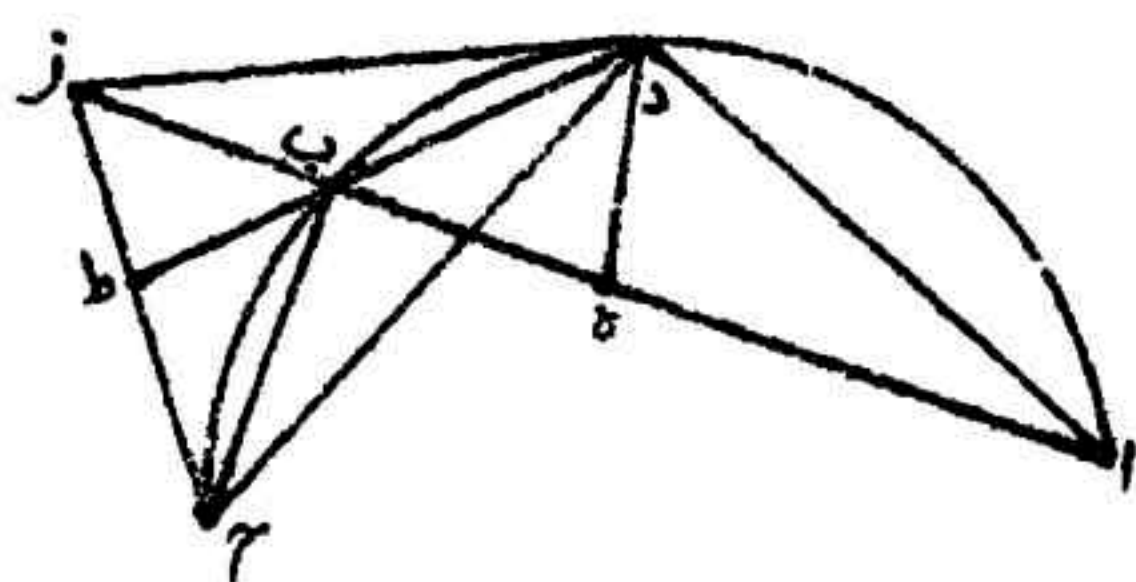
ابو على الحبوبى

ذهب فيه الى ان تمم الدائرة وفصل ــ ه ز ــ مساويا ــ له ب
ووصل ــ د ب ــ د ز ــ واخرج ــ د ز ــ على استقامته الى ــ ح
ووصل ــ ا ح ــ ح ج ٠

ثم قال ان زاويتى ــ ا زح ــ د ز ه ــ لأجل التقابل متساويتان
وزاويتا ــ اح ز ــ د ب ه الكائنتان على قوس واحدة متساويتان
فزاويتا ــ ا ح ز ــ ا ز ح ــ متساويتان ــ فا ح ــ مساوــ لا
زــ وزاويتا ــ ا ح د ــ د ح ج ــ متساويتان لكونهما على قوسين
متساويتين فزاويتا ــ دح ج ــ ا ز ح ــ متساويتان وهما متبادلتان
فا ب موازــ لح د ــ فقوسا ــ ا ح ــ ب ج ــ متساويتان فوترا
اح ــ ب ج ــ متساويتان وقد كان ــ ا ح ــ مساويا ــ لا ز
فا ز ــ مساوــ لب ج ــ ٠

ش ــ ١٢

ارشميدس فى كتاب الدوائر

ومنهم من صحح ذلك فى الجانب الآخر كارشميدس فى كتاب الدوائر وسارينوس فى الاصول الهندسية ببرهان غير الذى حكيناه عنه ٠ ش — ١٣

وهو انه اخرج ـ اب ـ على استقامته وجعل ـ ه ز مساويا ـ له ا ـ ووصل ـ د ا ـ د ج ـ د ز ـ د ب ـ فلأن وترى اد ـ ذ ج ـ متساويان فان ـ د ز ـ د ج ـ متساويان وساقا ـ ا د د ز ـ متساويان فان ـ د ز ـ د ج ـ متساويان وزوايا ـ د ا ب د ز ب ـ د ج ب ـ متساوية ولأن قوس ـ د ا ـ مساوية لقوس د ج ـ نجعل قوس ـ اح ج ـ مشتركة فتساوى قوس ـ د اح ج قوس ـ د ج ح ا ـ لكن زاوية ـ د ب ج ـ على قوس ـ د اح ج ـ وزاويتا ـ د ا ب ـ اد ب ـ على قوس ـ د ج ح ا ـ امازاوية د ا ب ـ فعلى قوس ـ د ب ـ واما زاوية ـ ا د ب ـ فعلى قوس ب ج ـ فزاوية ـ د ب ج ـ مساوية لزاويتى ـ د ا ب ـ اد ب

وزاوية ـ د ب ز ـ الخارجة من مثلث ـ ا د ب ـ مساوية لزاويتى
د ا ب ـ ا د ب ـ اللتين تقابلانها فزاويتا ـ د ب ج ـ د ب ز
متساويتان وقد كان تبين ان زاويتى ـ د ز ب ـ د ج ب
متساويتان فتبقى زاويتا ـ ج د ب ـ ز د ب ـ متساويتين و ـ د
ز ـ مساو ـ لد ج ـ و ـ د ب ـ مشترك فقاعدتا ـ ج ب ـ ب ز
متساويتان فخطا ـ ج ب ـ ب ه ـ مساويان لخط ـ ز ـ اعنى ـ ه ا •

ش ــ ١٤

اذرخور ابن اشتاذ جشنس

وذهب الآخرون فى تصحيح تساوى مثلثى ـ د ج ب ـ د
ز ب ـ الى طرق اخر فاما اذرخور فانه وصل ـ ج ز ـ وبين
تساوى خطوط ـ ا د ـ د ز ـ د ج ـ وتساوى زوايا ـ از ج
بمثل ما تقدم ثم قال ان مثلث ـ د ج ز ـ متساوى ساقى ـ د ج
د ز ـ فزاويتا ـ د ج ز ـ د ز ج ـ فيه متساويتان فاذا القينا منها
زاويتى ـ د ج ب ـ د ز ب ـ المتساويتين بقيت زاويتا ـ ب ج ز ـ ب

ب ز ج ـ متساويتين فيكون ـ ب ز ـ مثل ـ ب ج ـ و ـ ب ز
مع ـ ب ه ـ مساو ـ له ب ـ ز ج ـ متساويتين فيكون ـ ب ز ـ مثل
ب ج ـ و ـ ب ز ـ مع ـ ب ه ـ ايضا مساو ـ له ا •

ارشميدس وبعض اليونانيين

ولارشميدس فى كتاب الدوائر ولسارينوس برهان ثالث
ووجدته بعينه فى مسائل لليونانيين لا ثقة ان تكون لابلونيوس
ترجمها يوحنا بن يوسف •

قال فلأن ـ د ج ـ وترفى الدائرة تكون قطعة ـ د ل ج
اصغر من نصف دائرة وليس يمكن ان يكون اعظم منه لأن قوس
ا د ـ تساويه وممتنع ان يفرز من دائرة قوسان متساويتان كل
واحدة منهما اعظم من نصف الدور من غير ان يشترك بينهما شيء
فزاوية ـ د ل ج ـ التى بقبلها منفرجة ومن اجل ان ـ ا د ـ وترفى
الدائرة تكون قطعة ـ د ج ا ـ اعظم من نصف دائرة فزاوية
د ب ا ـ التى بقبلها حادة وتبقى زاوية ـ د ب ز ـ منفرجة
وزاويتا ـ د ز ب ـ د ج ب ـ متساويتان وخطا ـ د ج ـ د ز
متساويان ونسبتهما الى خط ـ د ب ـ المشترك واحدة فمثلثا ـ د ب
ز ـ د ب ج ـ زاوية من احدهما وهى ـ ج ـ مساوية لزاوية من
الآخر وهى ـ ز ـ والاضلاع التى تحيط بزاويتين اخراوين متناسبة
وزاويتا ـ د ب ج ـ د ب ز ـ كل واحدة منهما اعظم من قائمة

فالزاوية

فالزاوية الباقية متساوية و المثلثان متشابهان فهما ايضا متساويان ٠

وقلت فى كتابى فى المسائل المفيدة والجوابات السديدة فى علل زيج الخوارزمى نخرج ـ اب ـ على استقامته ونجعل ـ ب ز ـ مساويا لب ج ـ ونصل ـ ج ز ـ دز ـ دا ـ وننزل عمود ـ ب ط على ـ ج ك ـ فننصف قاعدة ـ ج ز ـ لتساوى ساقى ـ ج ب ز ب ـ ويتساوى مثلثا ـ ط ج ب ـ ط ب ز ـ وزواياهما النظائر ولأن زاوية ـ اب ط ـ الخارجة من مثلث ـ ط ز ب ـ مساوية لزاويتى ـ ب ط ز ـ ب ز ط ـ الداخلتين وزاوية ـ د ب ج الخارجة من مثلث ـ ب ط ج ـ مساوية لزاويتى ـ ب ج ط ج ط ب ـ الداخلتين ومجموع زاويتى ـ ب ط ز ـ ز ب ط مساولمجموع زاويتى ـ ب ج ط ـ ج ط ب ـ فزاويتا ـ اب ط د ب ج ـ متساويتان ومجموع زاويتى ـ اب ط ـ ط ب ز ـ مساو لمجموع زاويتى ـ د ب ج ـ ج ب ط ـ إلا ان مجموع زاويتى اب ط ـ ط ب ز ـ معادل لقائمتين فمجموع زاويتى ـ د ب ج ج ب ط ـ كذلك معادل لقائمتين فخط ـ د ب ط ـ خط واحد مستقيم وهو عمود مثلث ـ د ك ج ـ القاسم قاعدته بنصفين فد ج ـ د ز ـ متساويان و ـ اد ـ د ج ـ متساويان ـ فا د يساوى ـ د ك ـ فعمود ـ ده ـ ينصف ـ از ـ فاه ـ مساو له ب ـ ب ز ـ لكن ـ ب ز ـ فرض مساويا ـ لب ج ـ فاه ـ اذن

يساوى ـ ه ب ـ ب ج • ش ـ ١٥

ابو سعيد السجزى

واما ابو سعيد فانـه اخرج ـ ا ب ـ على استقامته حتى
صار ـ ب ز ـ مساويا ـ لب ج ـ ووصـل ما وصلنا فيما تقدم
فلتساوى ـ ب ج ـ ب ز ـ تساوت زاويتا ـ ب ج ز ـ ب ز ج
وزاوية ـ ا ب ج ـ الخارجة تساويهما فهى ضعف احداهما فزاوية
اد ج ـ المساويـة لزاوية ـ ا ب ج ـ ضعف زاوية ـ ب ز ج
فالدائرة المخطوطة على مركز ـ د ـ وببعد ـ د ا ـ تمر على نقطتى
ج ـ ز ـ وزاوية ـ ا د ج ـ على مركزها وزاوية ـ ا ز ج ـ على
محيطها مركبتـان على قطعـة واحدة منها ـ فا د ـ د ز ـ متساويان
وزاويتا ـ د ا ه ـ د ز ه ـ متساويتان و ـ د ه ـ عمود على ـ ا ه ز
فا ه ـ مساو ـ له ب ـ ب ز ـ اعنى ـ ب ج •

وذهب غيره فى تصحيح تساوى ـ ا د ـ د ز ـ ان زاويتى ـ د ا ج
د ج ا ـ متساويتان ومجموع زاويتى ـ ا ب ج ـ د ا ج ـ معادل
لقائمتين

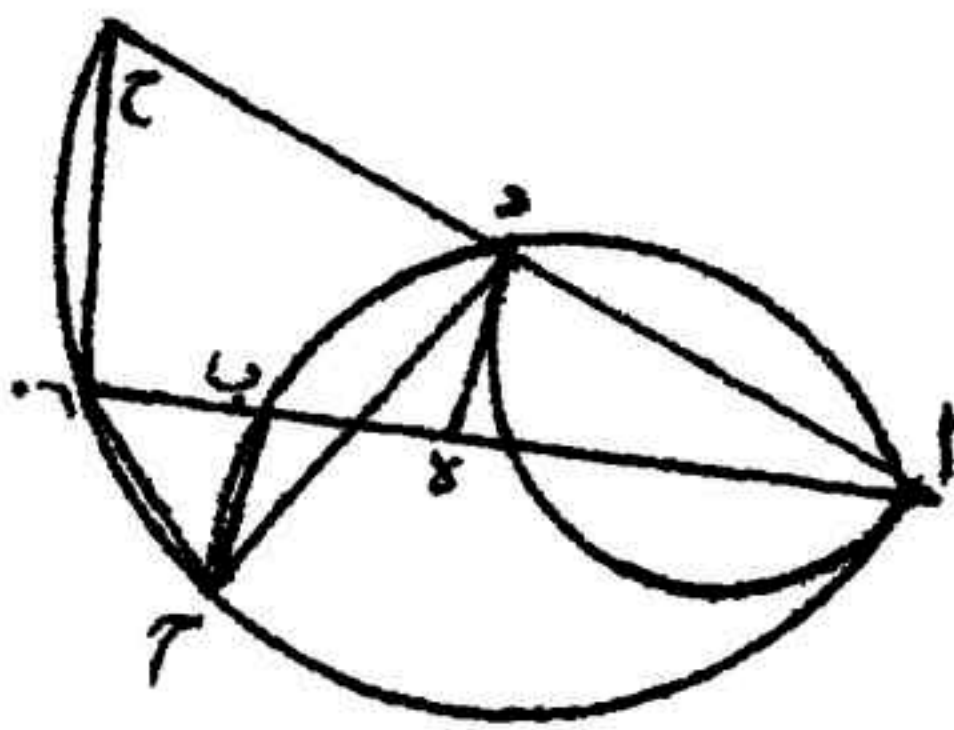
لقائمتين كما ان مجموع زاويتى ـ دب ز ـ د ا ب ـ كذلك فزاوية دب ز ـ مساوية لزاوية ـ د ب ج ـ وضلعا ـ ز ب ـ ز د ـ كضلعى ـ ج ب ـ ب د ـ فقاعدتا ـ د ز ـ د ج ـ متساويتان و ـ د ج ـ مساو ـ لدا ـ فدز ـ مساو ـ لدا .

ش ـ ١٦

ابو سعيد الجرجانى

وذهب ابو سعيد الضرير الى اخراج ـ ا د ـ على استقامته حتى صار ـ د ح ـ مساويا ـ لدا ـ وادار على مركز ـ د ـ وبعد دح ـ نصف دائرة فمرت لامحالة على نقطتى ـ ا ـ ج ـ ثم اخرج اب ـ على استقامته الى محيطها ووصل ـ ز ج ـ د ج ـ وبمثل ماتقدم بين ان ـ ب ز ـ مساو ـ لب ج ـ لأن ذلك حكم كل خط يخرج من ـ ا ـ قاطعا دائرة ـ ا د ب ـ اذا وصل بين قطعه اياها وبين ج ـ فان الخط الواصل يكون مساويا لما يقع منه بين الدائرتين ثم جعل ـ ه ب ـ مشتركا فصار ـ ج ب ـ ب ه ـ مساويا ـ لزه ـ

ولكن ـ د ه ـ عمود خرج من مركز دائرة ـ ا ز ج ـ على وتر ا ز ـ فيها فهو يقطعه بنصفين ـ فا ه ـ مساو ـ له ب ـ ب ز ـ اعنى ب ج •

ش ـ ١٧

ابو سعيد السجزى

واشبيه بهذا عمل هو ايضا ما تقدم وادار على ـ ا د ـ نصف دائرة ـ ا ه د ـ ووصل ـ ز ج ـ وقال ان دائرتى ـ ا ج ح ـ ا د ج متماستان على ـ ا ـ فنسبة ـ ا د ـ الى ـ د ح ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ه ز ـ من اجل ان زاويتى ـ ا ه د ـ ا ز ح ـ قائمتان فى مثلثى ـ ا ه د ا ز ح ـ المتشابهين ـ فا ه ـ اذن يساوى ـ ه ز ـ وزاوية ـ ا د ج المساوية لزاوية ـ ا ب ج ـ على المركز وزاوية ـ ا ز ج ـ على المحيط فزاوية ـ ا ب ج ـ ضعف زاوية ـ ا ز ج ـ لكنها مساوية لمجموع زاويتى ـ ب ز ج ـ ب ج ز ـ فهما اذن متساويتان ـ فب ج مساو ـ اب ز ـ الباقى كما تقدم •

ش — ١٨

دعوى اخرى فى الخط المنحنى

ولأنا اذا عبرنا عن هذا الخط المنحنى مما يحدث منه فى القوس فقلنا اذا قسم قوس بنصفين و بقسمين مختلفين فان مضروب وترى القسمين المختلفين احدهما فى الآخر مع مربع وتر ما بين النصف وبين احـد المختلفين مسا ولمربع وتر نصف القوس كانت خاصية حسنة نافعة وصار كل واحد مما تقـدم فى الدعوى الاولى وهى مقدمة للاخرى وربما اسبقت كل واحدة عن صاحبتها وسواء عبرنا عن الخاصية بالاوتار فقلنا ان ضرب وتر ــ اب ــ فى وتر ــ ب ج مـع مربع وتر ــ ه ب ــ مساولمربع وتر ــ اد ــ او عـبرنا عنها بالجيوب التى هى انصاف اوتار اضعاف القسى فقلنا ان ضرب جيب قوس ــ اب ــ فى جيب قوس ــ ب ج ــ مع مربع جيب قوس د ب ــ يساوى مربع جيب قوس ــ اد ٠

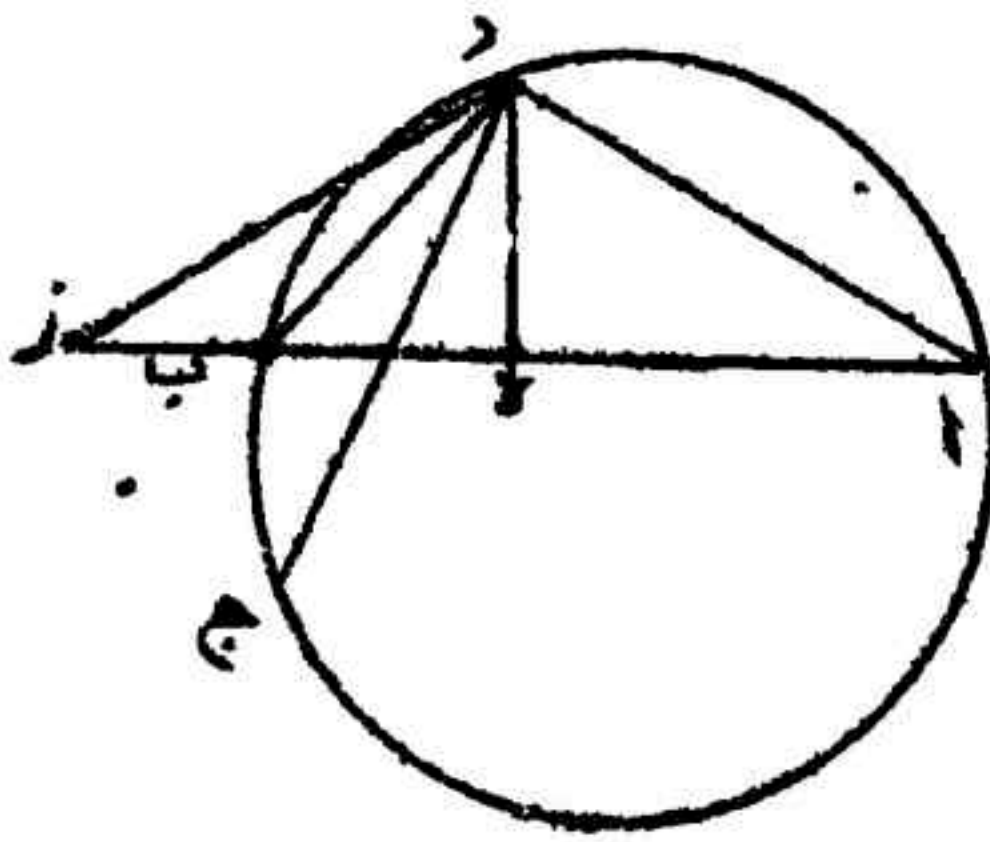
ش — ١٩

فاما المشهور عند الكافة بعد تقديم الاولى مقدمة فهو ان
ا ب ج ـ المنحنى كخط واحد مستقيم منقسم بنصفين على ـ ه
وبقسمين مختلفين على ـ ب ـ فضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج ـ مع
مربع ـ ب ه ـ مسا ولمربع ـ ا ه ـ ونجعل مربع ـ د ه ـ مشتركا
فيكون ضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج ـ ومربع ـ د ب ـ اعنى مربع
ب ه ـ ه د ـ مساويا لمربع ـ ا د ـ اعنى مربعى ـ ا ه ـ ه د •

فقد صحت لهم هذه الدعوى بخاصية الشكل الخامس من
المقالة الثانية من كتاب الاصول •

ويمكن ان تصح ايضا بخاصية الشكل منها فقد استبان ان ـ ا
ز ـ مساو ـ لب ج ـ اذا افرز ـ ز ه ـ مساويا ـ له ب ـ وذلك
ان خط ـ ب ز ـ قسم بنصفين على ـ ه ـ وزيد فيه ـ ز ا ـ فضرب
ب ا ـ فى ـ ا ز ـ مع مربع ـ ز ه ـ مساولمربع ـ ا ه ـ ونجعل
مربع ـ ه د ـ مشتركا فيكون ضرب ـ ب ا ـ فى ـ ا ز ـ مع مربعى

ز د

ز د ـ اعنى مربعى ـ ز ه ـ ه د ـ مساو لمربع ـ ا د ـ اعنى مربعى ـ ا ه ـ ه د ـ لكن ـ د ب ـ مساو ـ لد ز فضرب ـ ب ا ـ فى ـ ا ز ـ اعنى ـ ب ج ـ مع مربع ـ د ب ـ مساو لمربع ـ ا د ـ وذلك ما اردنا بيانه • ش ـ ٢٠

احد اليونانيين وابو سعيد السجزى وابو على البصرى

ومن الفضلاء من خفف ثقل هذه الموامرة ومنهم من طول قصرها فخرجت على هيآت مختلفة وقد وجدتها فى المسائل التى ترجمها يوحنا بن يوسف من اليونانى الى العربى واتفق مثلها بعينه لابى على البصرى وابى سعيد السجزى وبرهانها بطريقة واحدة وهى هذه •

كل مثلث متساوى الساقين يخرج فيه خط من الزاوية الى القاعدة فيقسمها بقسمين مختلفين فان ضرب احد القسمين المختلفين فى

الآخر ومربع ذلك الخط مساو لمربع احد الساقين •

فليكن مثلث -ا د ز- متساوى ساقى - د ا- د ز- ولنخرج فيه الى القاعدة خط - د ب - كيف اتفق بعد ان لايكون عمودا عليها ، فاقول ان ضرب - اب - فى - ب ز - مع مربع - د ب مساو لمربع - ا ب - ولندر للبرهان على مثلث - ا د ب - دائرة تحيط به ونخرج عمود - د ه - فلان خط - ا ز - قسم بنصفين على - ه وبقسمين مختلفين على - ب - يكون مربع - ا ه - مساويا لضرب ا ب - فى - ب ز - مع مربع - ه ب - ونجعل مربع - د ه - مشتركا كما عملنا فيما تقدم الى ان ينتهى الى مساواة مربع - ا د - مربع - د ب - مع ضرب - ا ب - فى - ب ز - فاذا اخرج - ب ج - مساويا لب ز - آل الامر الى ما نحن فيه وصار ضرب - ا ب - فى - ب ج مع مربع - د ب - مساويا لضرب - ا د - فى - د ج •

ش-٢١

ويجوز ان نبرهنها بطريق السطوح الواقعة تحت الحس فنخرج عمود ـ ده ـ على استقامته حتى يصير ـ ه ز ـ مساويا لا ه ـ ونتمم سطح ـ از ـ المتوازى الاضلاع فيكون مربع خط ا ه ـ وعلى خط ـ ه ب ـ نعمل مربع ـ ه ط ـ ونخرج ـ ط ك ـ على استقامته الى ـ ل ـ ونجعل ـ ه م ـ مساويا ـ له ب ـ ونخرج م س ع ـ موازيا ـ له ز ـ ونتمم سطح ـ ا ه ج ـ متوازى الاضلاع فبحسب المقدمة الاولى يكون ـ م ا ـ مساويا ـ لب ج ـ وهو فضل ما بين ـ ه ب ـ ه ا ـ قسمى القاعدة بالعمود ـ و ـ ه س ـ س ح ـ مربعان ـ فام ـ مساو ـ لك ز ـ وسطوح ـ اس ـ س ز زط ـ متساوية فسطح ـ ط ز ـ هو مربع ـ ا ز ـ بنقصان مربع ـ ه ط ـ اعنى ـ ه س ـ عنه •

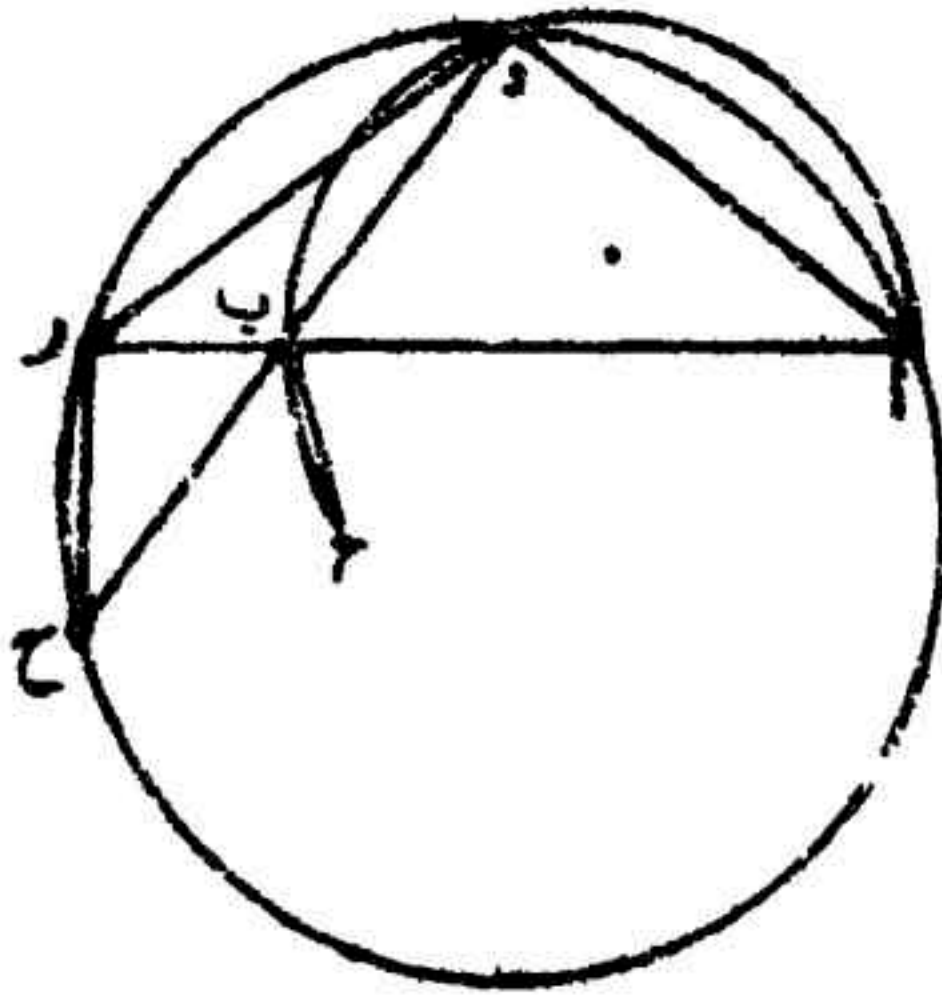
ولكن سطح ـ ط ح ـ هو ضرب ـ ل ط ـ المساوى لاب ـ فى ـ ط ف ـ المساوى ـ لم ا ـ الذى هو مساو ـ لب ج فاذا زدنا عليه مربع ـ ب د ـ كنا كأنا زدنا فيه مربع ـ م ك اعنى ـ ك ب ـ فتم ـ مربع ـ از ـ بانجبار النقصان اليه ثم زدنا على المبلغ مربع ـ ه د ـ لكن مجموع مربع خط ـ ه د ـ ومربع ـ ا ز ـ الذى قد تم تساوى مربع ـ ا د ـ فاذن مربع ـ ب د ـ وضرب اب ـ فى ـ ب ج ـ يساوى مربع ـ اد .

ابو نصر الجعدى

برهانه عليها انه اخرج ـ ج ب ـ على استقامته وانزل عليه عمود ـ د ز ـ فلان زاوية ـ ا د ج ـ بمقدار تتمة قوس ـ ا د ج الى كمال الدائرة تكون زاوية ـ ا ب ز ـ بمقدار قوس ـ ا د ج فزاويتا ـ ه ن د ـ د ن ز ـ متساويتان لان ـ ه ن د ـ على نصف قوس ـ ا د ج ـ وزاويتا ـ ه ز ـ قائمتان وضلع ـ د ب ـ مشترك فالمثلثان متساويان و ـ ب ز ـ مساو ـ لب ه ـ و ـ د ج ـ يقوى على ج ز ـ ز د ـ و ـ ب د ـ يقوى على ـ ب ز ـ ز د ـ فج د ـ اذن يقوى على ـ ب د ـ وزيادة قوة ـ ج ز ـ على ـ قوة ـ ب ز ـ وتلك الزيادة هى مربع ـ ج ب ـ مع ضعف ـ ب ز ـ فى ـ ب ج ـ لكن ـ ا ه مساو لمجموع ـ ه ب ـ ب ج ـ وقد تبين ان ـ ه ب ـ يساوى ـ ب ز ـ فاب ـ يساوى ـ ب ج ـ وضعف ـ ب ز ـ فمربع ـ د ج

يساوى

يساوى مربع ـ ب د ـ وضرب ـ اب ـ فى ـ ب ج •

ش ـ ٢٣

ابو سعيد السجزى

قال نخرج ـ اب ـ على استقامته حتى يكون مثلث ـ ا د ز
متساوى ساقى ـ ا د ـ د ز ـ وندير على هذا المثلث دائرة تحيط
به ونخرج ـ د ب ـ على استقامته الى محيطها ونصل ـ ح ز ـ
فضرب ـ اب ـ فى ـ ب ز ـ مساو لضرب ـ د ب ـ فى ـ ب ح
ولكن ضرب ـ د ب ـ فى ـ ب ح ـ ومربع ـ د ب ـ مساو لضرب
د ح ـ فى ـ د ب ـ وزاويتا ـ د ز ا ـ د ح ز ـ من مثلثى ـ د ب ز
د ح ز ـ مساويتان لانهما على قوسى ـ ا د ـ د ز ـ المتساويتين
وزاوية مشتركة لهما يكون المثلثان متشابهين فنسبة ـ د ح ـ الى
د ز ـ كنسبة ـ د ز ـ الى ـ د ب ـ فى ـ د ب ـ مساو لمربع ـ د ز
لكن ـ د ح ـ فى ـ د ب ـ مساو ـ لاب ـ فى ـ ب ز ـ مع مربع
د ب ـ فاب ـ فى ـ ب ز ـ المساوى ـ لب ج ـ كما تبين اولا مع

مربع ـ د ب ـ مساو لمربع ـ ا د ـ المساوى ـ لد ز •

ش ـــ ٢٤

فهذه هى الطرق التى بنوها فى تصحيح هذه الدعوى على المقدمة الاولى ولهم فى ذلك طرق مستغنية عن تلك فكأنها سوابق وتلك لواحق فمنها •

طريق لابى نصر الجعدى

اخرج فيه ـ ج ب ـ على استقامته وانزل عليه عمود ـ د ح وجعل ـ ح ز ـ مساويا ـ اب ج ـ ووصل ـ د ز ـ فلان ـ د ج يقوى على ـ د ح ـ ج ح ـ و ـ د ب ـ يقوى على ـ د ح ـ ح ب فان مربع ـ د ج ـ مساو لمربعى ـ د ب ـ ب ج ـ وضعف ضرب ح ب ـ فى ـ ب ج ـ لكن ـ ح ز ـ يساوى ـ ح ب ـ فمربع د ج ـ مساو لمربع ـ د ب ـ وضرب ـ ز ج ـ فى ج ب ـ جميعا وزاوية ـ ج ـ تساوى زاوية ـ ا ـ وخط ـ د ب ـ قسم زاوية اب ز ـ بنصفين وزاوية ـ ز ـ تساوى ـ د ب ج ـ فزاوية ـ اب د

تساوي زاوية ـ ج زد ـ وقد كانت زاوية ـ ج ـ مساوية لزاوية ا ـ وضلع ـ د ج ـ مساو لضلع ـ اد ـ فج ز ـ يساوى ـ اب ومربع ـ د ج ـ يساوى مربع ـ د ب ـ مع ضرب ـ ز ج ـ فى ج ب ـ فمربع ـ اد ـ اذن مساو لمربع ـ د ب ـ وضرب ـ اب فى ـ ب ج •

ش ـ ٢٥

ابو عبدالله الشنى

فصل قوس ـ اط ـ مساوية لقوس ـ ب ج ـ ووصل ج ز ـ واخرج ـ ج ب ـ على استقامته حتى صار ـ ج ز ـ مساويا لخط ـ ج ط ـ وانزل عليه عمود ـ د ح ـ ووصل ـ د ز ـ فكلا خطى ـ ط ج ـ ح د ـ مساويان لكلا خطى ـ ز ج ـ ج د ـ وزاويتا ط ج د ـ ز ج د ـ على قوسين متساويتين فقاعدتا ـ د ز ـ ز ط متساويتان لكن ـ د ز ـ يساوى ـ د ب ـ فد ط ـ مساو ـ لد ب ـ فخط ـ ز ب ـ منقسم بعمود ـ د ح ـ بنصفين و ـ ب ج

زيادة ـ فيه فضرب ـ ز ب ـ فى ـ ج ب ـ مع مربع ـ ب ح
مساولمربع ـ د ج ـ لكن ـ ا ب ـ يساوى ـ ج ز ـ اعنى ـ ج
ط ـ فضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج ـ مع مربع ـ د ب ـ يساوى
مربع ـ ج د ـ اعنى ـ ا د •

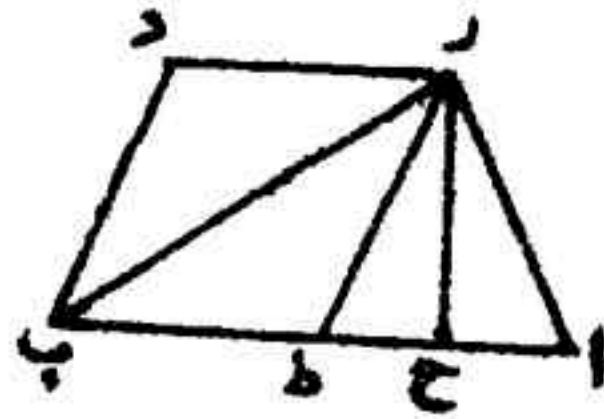
ش ـ ٢٦

ولما احتجت اليه فى بعض كتبى قلت نخرج ـ د ز ـ موازيا
لا ب ـ ونصل ـ ا ز ـ ا د ـ ز ب ـ ب د ـ فلان قوس ـ ا د
مساوية لقوس ـ د ج ـ وقوسا ـ ا ز ـ د ب ـ متساويتان تبقى
قوس ـ د ز ـ مساوية لقوس ـ ب ج ـ فوتراهما متساويان ولان
ذا اربعة اضلاع ـ ا ز د ب ـ فى دائرة تحيط به يكون ضرب ـ ا
د ـ فى ـ زب ـ مساويا لمجموع ضرب ـ زد ـ فى ـ ا ب ـ وضرب
از ـ فى ـ د ب ـ لكن ـ ز د ـ مساو ـ لب ج ـ و ـ ا د
ز ب ـ متساويان فاذن مربع ـ ا د ـ مساو لضرب ـ ا ب ـ فى

ب ج ـ اعنى ـ ز د ـ ومربع ـ د ب •

ش ـ ٢٧

وقلت فى موضع آخر من غير احالة على كتاب المجسطى ننزل عمود ـ د ه ـ على ـ ا ب ـ ونصل ـ ا د ـ ونخرج ـ د ز ـ موازيا لا ب ـ و ـ د ط ـ موازيا ـ لز ا ـ فيكون مساويا له و ـ لد ب ـ وزاوية ـ د ط ا ـ منفرجة فمربع ـ ا د ـ يزيد على مربعى ا ط ـ ط د ـ لضرب ـ ا ط ـ فى ـ ط ب ـ اعنى فى ـ ط ه ـ مرتين لكن ضرب ـ ا ط ـ فى ـ ط ب ـ مع مربع ـ ا ط ـ مساو لضرب ب ا ـ فى ـ ا ط ـ فمربع ـ ا د ـ اذن مساو لمجموع ـ د ب ـ المساوى لد ط ـ اعنى ضرب ـ د ب ـ فى ـ ز ا ـ وضرب ـ ب ا ـ فى ا ط ـ اعنى مربع ـ ا ط ـ وضرب ـ ط ه ـ فى ـ ط ا ـ مرتين و ا ط ـ مساو ـ لج ز ـ و ـ ز د ـ مساو ـ لب ج ـ فمربع ـ ا د مساو لمربع ـ د ب ـ وضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج •

ش — ٢٨

سليمان بن عصمة السمرقندى

له رسالة فى مساحة ذوات النواحى اخرج فيها فى المتوازى الضلعين المتساويين آخرين — و ز — موازيا — لا ب — وفصل ب ط — مساويا — از ب — ووصل — ز ط — فساوى — د ب المساوى — لا ب — المساوى — لزا — واخرج عمود مثلث — ا ز ط فقسم — ا ط — على — ج — بنصفين و — ط ب — زيادة فيه فضرب ا ب — فى — ب ط — مع مربع — ح ط — مساو لمربع — ح ب — ثم جعل مربع — ز ح — مشتركا حتى صار ضرب — ا ب — فى — ب ط — اعنى فى ز ب — المساوى — لب ح — مع مربع — زط — اعنى — د ب — مساويا لمربع — ز ب •

ش — ٢٩

ابو الحسن

ابو الحسن على بن عبد الله بن بامشاذ

ذهب فيه الى شبيه مما بين به بطلميوس خاصية ذى الاربعة
الاضلاع فى الدائرة وقال ان زاويتى ـ ب د ج ـ ب ج د ـ على
قوس ـ د ب ج ـ فهما متساويتان لزاوية ـ د ب ا ـ ثم افرزمن
زاوية ـ د ب ا ـ زاوية مساوية لزاوية ـ د ج ب ـ وتلك زاوية
د ب ط ـ فهى فى مثلث ـ د ب ط مساوية لزاوية ـ د ج ب
فى مثلث ـ د ج ب ـ وزاوية ـ ج د ب ـ مشتركة للمثلثين فهما
اذن متشابهان فنسبة ـ ج د ـ الى ـ د ب ـ كنسبة ـ ب د ـ الى
د ط ـ فمضروب ـ ج د ـ فى ـ د ط ـ مساو لمربع ـ ب د ـ ولان
زاوية ـ د ب ا ـ مساوية لزاوية ـ ب د ج ـ ب ج د ـ وقد
فصل زاوية ـ د ب ط ـ مساوية لزاوية ـ ب ج د ـ فان زاوية
ط ب ا ـ الباقية تساوى زاوية ـ ب د ج ـ وزاويتا ـ ا ب ج
ا د ج ـ متساويتان فجميع زاوية ـ ا د ب ـ مساوية لجميع
زاوية ـ ط ب ج ـ ومثلث ـ ا د ب ـ شبيه بمثلث ـ ط ب ج
فنسبة ـ ا ب ـ الى ـ ط ج ـ كنسبة ـ ا د ـ الى ـ ب ج
فمضروب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج ـ مساو لمضروب ـ د ج ـ فى ـ ج
ط ـ وقد كان مضروب ـ ج د ـ فى ـ د ط ـ مساويا لمربع ـ ا د
ومضروب ـ د ج ـ فى كل واحد من قسمى ـ د ط ـ ط ج ـ هو
مربع ـ د ج ـ المساوى لمربع ـ ا د ـ فمربع ـ ا د ـ اذن مساو لمربع

دب ـ مع مضروب ـ اب ـ فى ـ ب ج ٠

ش ـــ ٣٠

ابو الحسن المصرى بسمرقند

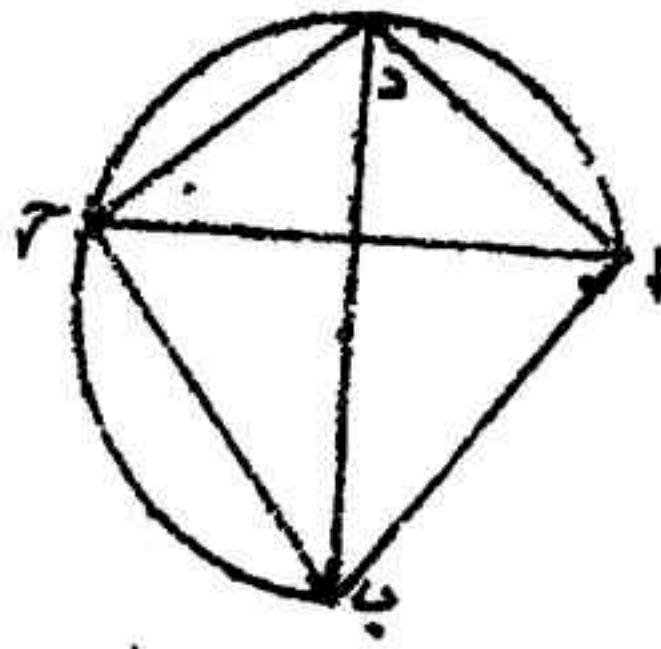
الذى حكى عنه جزى (١) وكأن حاجته كانت قصرت عليه وسياقة الحكاية انه فرض زاوية ـ اد ج ـ قائمة وقال ان ـ د ج يقوى على ـ د ب ـ وضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج ـ ثم تمم الدائرة واخرج فيها قطر ـ د ط ـ وانزل عليه عمود ـ ب ح ـ ومن ـ د على ـ ب ج ـ عمود ـ د ه ـ فتساوى ـ د ج ه ب ـ واخرج ب ج ـ على استقامته حتى صار ـ ج ك ـ ضعف ـ ه ب ـ فمعلوم ان ـ ب ك ـ مساو لقطر ـ د ط ـ ولانفراج زاوية ـ د ب ج يقوى ـ د ج ـ على ـ د ب ـ ب ج ـ مع ضعف ضرب ـ ب ج فى ـ ه ب ـ اعنى ضرب ـ ب ج ـ فى ـ ج ك ـ ولكن مربع ـ ب ج ـ مع ضرب ـ ب ج ـ فى ـ ج ك ـ مساو لضرب ـ ب ج فى ـ ب ك ـ اعنى ـ اب ـ القطر فضرب ـ ا ب ـ القطر فى ـ ب ج

(١) كذا

مساو

مساو لمربع - ب ج - وضرب - ب ج - فى - ج ك - فمربع .
د ج - اذن مساو لمربع - د ح - وضرب - اب - فى - ب ج •

وعلى جزئيته لايساوى - ب ك - القطر بزيادة ضعف - ه
ب - فى - ب ج - الاعند مساواة قوسى - د ب - ج ط - وزوال
الحكاية عن الصواب محمول على الحاكى دون ابى الحسن فربما اسقط
النسيان عنه شيأ زال به الامر عن الحقيقة •

ش-٣١

اتمام هذه الدعوى الثانية بقسمها
الثانى حتى تكون دعوى ثالثة

وكما ان قسمة القوس بنصفين وبقسمين مختلفين افادت فى
اوتار خاصية مشابهة لما يقبلها الخط المستقيم المنقسم كذلك فان
القوس المغطاة اذا قسمت بنصفين وزيد عليها من دائرتها قوس
ما على استدراتها فان اوتار تلك الاقسام تقبل ايضا خاصية شبيهة
مما يقبلها الخط المستقيم كذلك ، وهى ان مضروب وتر القوس

المنطاة مع الزيادة فى وتر الزيادة مع مربع نصف القوس المنطاة يساوى مربع وتر مجموع هذا النصف مع الزيادة •

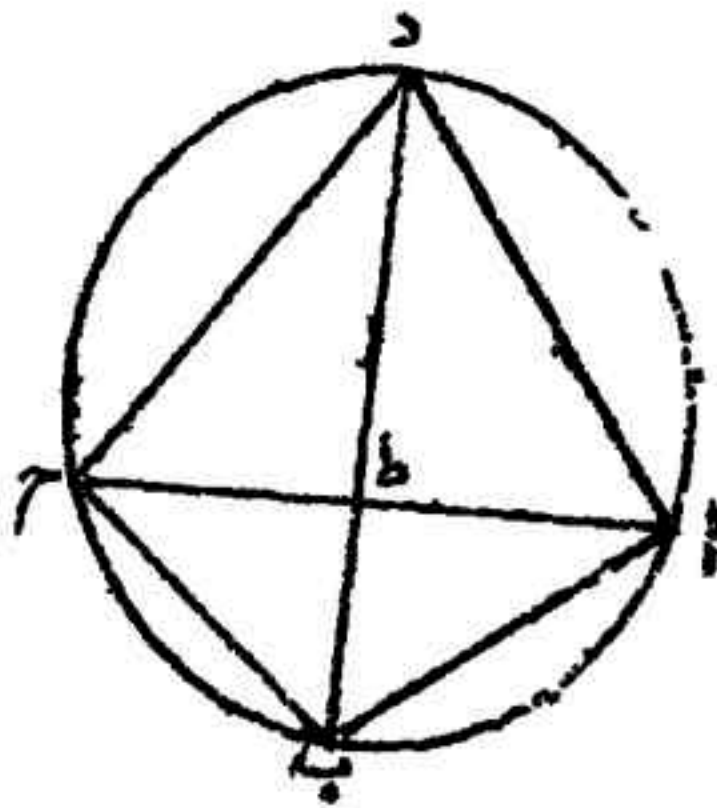
مثاله ان القوس المنطاة ـ ا د ج ـ منتصفها ـ د ـ وقد زيد عليها قوس ـ ج ب ـ •

فاقول ان ضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج ـ مع مربع ـ د ج مساو لمربع ـ د ب ـ •

ش ـــ ٣٢

ابو الحسن بن بامشاذ

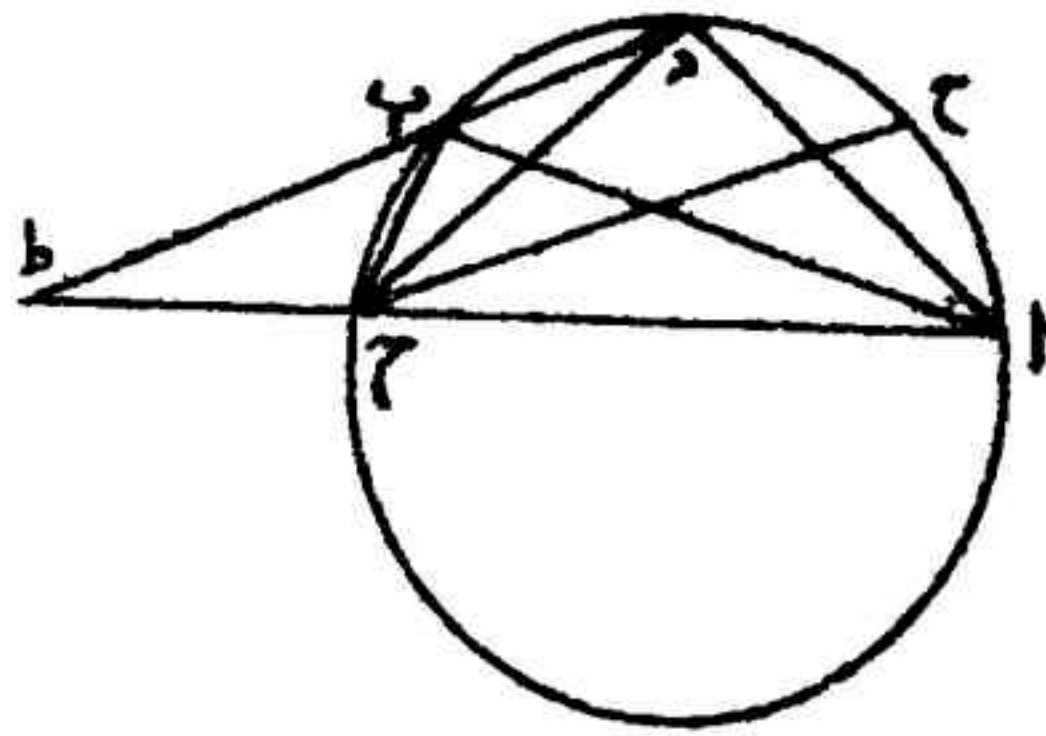
وصل ـ ا ج ـ مقاطعا ـ لد ب ـ على ـ ط ـ وتمم الدائرة فزاويتا ـ ا ب د ـ د ب ج ـ متساويتان لتساوى قوسى ـ ا د د ج ـ وزاويتا ـ ج د ب ـ ج ا ب ـ متساويتان لانهما على قوس واحدة فمثلثا ـ ج د ب ـ ب ط ا ـ متشابهان فنسبة ـ ا ب الى ـ ب ط ـ كنسبة ـ د ب ـ الى ـ ب ج ـ فمضروب ـ ا ب فى ـ ب ج ∴ مساو لمضروب ـ ب ط ـ فى ـ د ب ـ وايضا

فان

فان زاويتى ـ د ب ج - ا ج د - متساويتان وزاوية - ج ب د
مشتركة لمثلثى ـ د ب ج - ط ج د - فهما متشابهان ونسبة ـ ب د
الى ـ د ج - كنسبة ـ د ج ـ الى ـ د ط ـ فمضروب ـ ب د ـ فى
د ط ـ مسا ولمربع ـ د ج ـ وقد كان تبين ان مضروب ـ اب
فى ـ ب ج ـ مسا ولمضروب ـ ب ط ـ فى ـ د ب ـ ومضروب
د ب ـ فى كل واحد من قسميه اعنى ـ د ط ـ ـ ط ب ـ هو مربع
د ب ـ فمضروب ـ اب ـ فى ـ ب ج ـ مع مربع ـ ج د ـ مساو
لمربع ـ د ب ـ وهو ما قلناه •

ولابى جعفر الخازن مثله لكنه حصل فيه مساواة
ضرب ـ ب د ـ فى ـ د ط ـ ضرب ـ اب ـ فى ـ ب ج ـ من
تشابه مثلثى ـ ج ط ـ ب د ـ لتساوى زاويتى - ج ب ط ـ د ب ا
فيهما وتساوى زاويتى ـ ط ج ب ـ ا د ب ـ وحصل مساواة ضرب
ب د ـ فى - د ط ـ مربع ـ د ج ـ المساوى ـ لا د ـ من تشابه
مثلثى ـ ا ط د ـ ا ب د ـ لتساوى زاويتى ـ د ا ط ـ د ب ا ـ واشتراك
زاوية ـ ا د ط ـ فيهما • ش ـ ٣٣

برهان لبعضهم على ذلك ولم يذكر اسمه

فصل ـ ب ك ـ مساويا ـ لب ج ـ ووصل ـ ك ج ـ ك د وانزل عمود ـ د ه ـ فلتساوى زاويتى ـ ج ب د ـ د ب ا ـ مع تساوى ضلعى ـ ك ب ـ ب ج ـ تتساوى قاعدتا ـ ك د ـ د ج اعنى ـ ا ب ـ ولتساوى ساقى ـ دك ـ دا ـ يكون ـ ه ـ منتصف اك ـ ويكون ـ ك ب ـ زيادة فيه فضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ك مع مربع ـ ه ك ـ مساو لمربع ـ ه ب ـ فليكن مربع ـ د ه ـ مشتركا حتى يكون ضرب ـ ا ب ـ فى ـ ك ب ـ اعنى ـ ب ج ـ مع مربع دك ـ اعنى ـ د ج ـ مساويا لمربع ـ ب د ـ المساوى لمربعى ـ ب ه ه د ٠

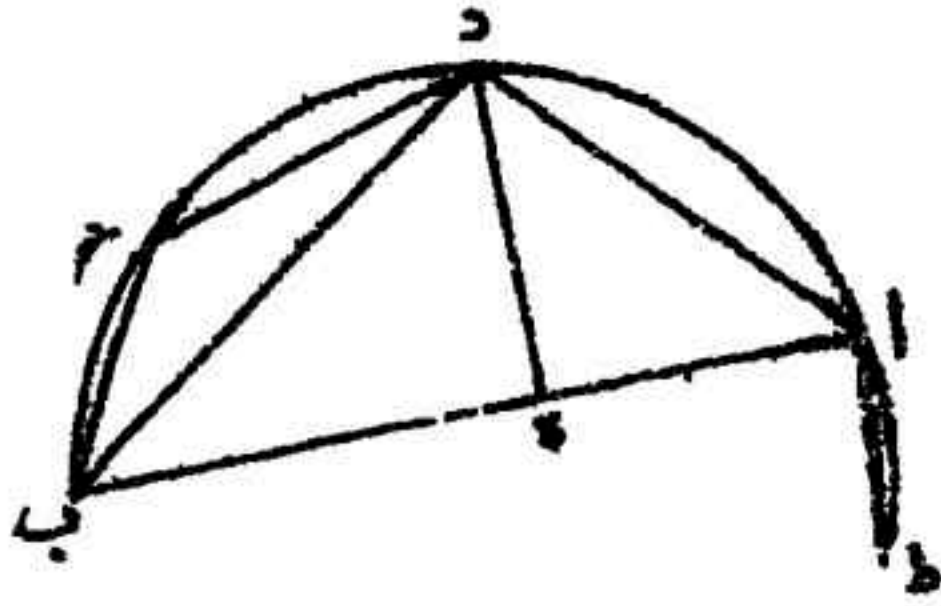
ش ــ ٣٤

وهاتان الخاصيتان تشتبكان حتى تصحح احداهما الاخرى وتصح بنفسها منفردة ٠

وللتقدمة وهى الدعوى الثانية فلنخرج ـ د ب ـ على

ا ـ ـ د

استقامته حتى يلتى ـ اج ـ على ـ ط ـ فلان ضرب ـ ط ا ـ فى
ط ج ـ مساو لضرب ـ د ط ـ فى ـ ط ب ـ تكون نسبة ـ ا ط ـ الى
ط ب ـ كنسبة ـ د ط ـ الى ـ ط ج ـ فمثلثا ـ اب ط ـ د ج ط
متشابهان فزاويتا ـ اب ط ـ د ج ط ـ متساويتان ولمعادلة زاويتى
دا ج ـ ب د ج ـ القائمتين كمعادلة زاويتى ـ ب د ج ـ ج د ه
اياها تساوى زاوية ـ ج ب ط ـ زاوية ـ د ا ط ـ المساوية لزاوية
دب ا ـ فزاوية ـ دب ا ـ مساوية لزاوية ـ اب ط ـ اعنى ـ د ج ط
ويتشابه مثلثا ـ د ج ط ـ د ب ج ـ وتكون نسبة ـ ج د ـ الى
د ط ـ كنسبة ـ ب د ـ الى ـ د ج ـ فمربع ـ د ج ـ اذن مساو
لمضروب ـ د ب ـ فى ـ د ط ـ وضرب ـ د ب ـ فى ـ د ط ـ هو
كضرب ـ د ب ـ فى ـ ب ط ـ مع مربع ـ د ب ـ ولان كل
واحدة من زاويتى ـ ا د ب ـ ب ج د ـ مع زاوية ـ ب ج ا ـ قائمة
فانهما لذلك متساويتان ومثلثا ـ ا د ب ـ ب ج ط ـ متشابهان
ونسبة ـ اب ـ الى ـ ب د ـ كنسبة ـ ط ب ـ الى ـ ب ج .
فضرب ـ اب ـ فى ـ ب ج ـ مساو لضرب ـ ط ب ـ فى ـ ب د
فاذا جعل مربع ـ د ب ـ مشتركا كان ضرب ـ اب ـ فى ـ ب ج
مع مربع ـ د ب ـ مساويا لضرب ـ ط ب ـ فى ـ ب د ـ مع
مربع ـ د ب ـ وقد تقدم ان ذلك مساو لمربع ـ د ج ـ فضرب
اب ـ فى ـ ب ج ـ مع مربع ـ ب د ـ مساو لمربع ـ د ج ـ اعنى

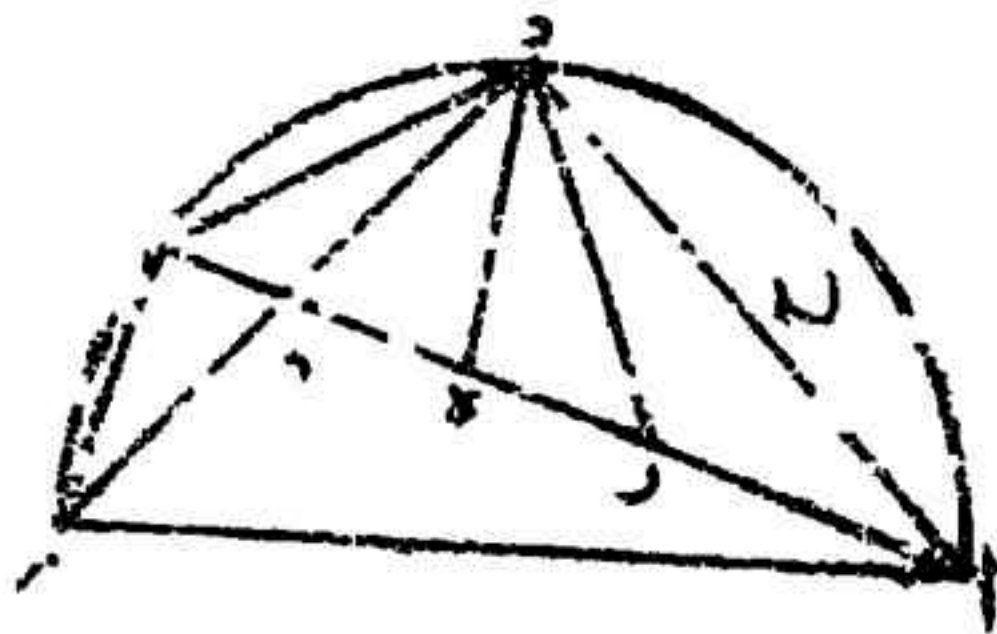
مربع ـ ا د •

ش ـــ ٣٥

وقد صحت الدعوى الثانيــة ، فان اريد تصحيح الثالثة منها فصل قوس ـ اح ـ مساوية لقوس ـ ج ب ـ ووصل ـ ج ح فمعلوم ان ـ د ـ يكون منتصف قوس ـ ح ب ـ وتكون قوس ب ج ـ زيادة فيها فلما تقدم من خاصية الثانية يكون ضرب وتر ح ج ـ اعنى ـ اب ـ فى وتر ـ ج ب ـ مع مربع وتر ـ ب د مساويا لمربع ـ ج د ـ وقد صحت الدعوى الثالثة من الثانية •

ثم ان قدمت الثالثة واريد تصحيح الثانية منها فصل قوس دح ـ مساوية لقوس ـ د ب ـ فانقسمت قوس ـ ح ب ـ على ـ د بنصفين وقوس ـ ب ج ـ زيادة فيها فضرب ـ ح ج ـ المساوى لا ب ـ فى ـ ج ب ـ مع مربع ـ ب د ـ مساولمربع ـ ج د ـ اعنى ا د ـ وذلك ما اردناه •

واذا

واذا كانت الدعوى الثانية منفردة وخاصيتها متقدمة فبطريق مشابه للطرق المتقدمة يسهل تصحيح الثالثة منها وتعليق قضيتها بقضيتها بغير ما ذكر ابوالحسن بن بامشاذ وغيره هكذا •

لنرد على قوس ـ ا د ج ـ قوس ـ ا ط ـ مساوية لقوس ب ج ـ ونصل ـ ا ط ـ فيصير جميع قوس ـ ط د ب ـ منقسمة بنصفين على ـ د ـ وبقسمين مختلفين على ـ ا ـ ويكون ضرب ـ ب ا فى ـ ا ط ـ اعنى ـ ب ج ـ مع مربع ـ ا د ـ اعنى ـ د ج ـ مساويا لمربع ـ د ب ـ وعموده ـ د ه ـ يقسم خط ـ ب ا ط ـ المنحنى على ـ ه ـ بنصفين فيكون ـ ب ه ـ مساويا ـ لا ه ـ ا ط ـ وخط ب ا ط ـ مساولخط ـ ا ب ج ـ فخط ـ ه ب ـ مساولمجموع ـ ا ه ـ ب ج • ش ـ ٣٦

دعوى رابعة على الخط المنحنى

وتوجد لهذا الشكل خاصية اخرى نافعة هى ان فصل مابين

مثلث ـ اجَ د ـ المتساوى الساقين ومثال ـ اب ج ـ المختلفهما (١) مساولمضروب ـ د ه ـ فى ـ ه ب •

ونبرهن هذه الدعوى بان نسقط مثلث ـ ا ط ج ـ المشترك ثم نفرز ـ ه ز ـ مساويا ـ له ط ـ ونصل ـ د ز ـ وقد تبين فيما تقدم من تساوى مثلثى ـ د ز ا ـ د ز (٢) ـ تساوى زاويتى ـ د ز ا د ب ج ـ فنفصل من زاوية ـ د ز ا ـ زاوية ـ ا ز ح ـ مساوية لزاوية ـ ج ب ط ـ فيتساوى مثلثا ـ ا ز ح ـ ب ط ج ـ ويسقطهما قصاصا فيبقى مثلث ـ د ز ح ـ مساويا لمثلث ـ د ط ب ـ ونجعل مثلث ـ د ه ط ـ مشتركا فيكون مثلثا ـ د ز ح ـ د ه ط ـ مساويان لمثلث ـ د ه ب ـ فنحرف ـ د ط ز ح ـ اذن وهو فضل مثلث ا د ب ـ مساولمثلث ـ د ز ب ـ وذلك ضرب عمود ـ د ه ـ فى ه ب ـ نصف القاعدة •

وايضا فان مثلثى ـ ا ز د ـ د ب ح ـ اذا كانا متساويين كان فضل مثلث ـ ا ز د ـ على مثلث ـ ب ط ح ـ هو مثلث د ب ط ـ ففضل ـ مثلث ـ ا د ط ـ على ـ ب ط ج ـ هو مثلث د ز ب ـ المساوى لضرب ـ د ه ـ فى ـ ه ب ـ لكن فضل مثلث ا د ط ـ على مثلث ـ ب ط ج ـ هو فضل مثلث ـ ا د ج ـ على مثلث (٣) لان مثلث ـ ا ط ج ـ مشترك •

---

(١) كذا (٢) هنا خرم فى الاصل (٣) هنا بياض فى الاصل • •

ش — ٣٧

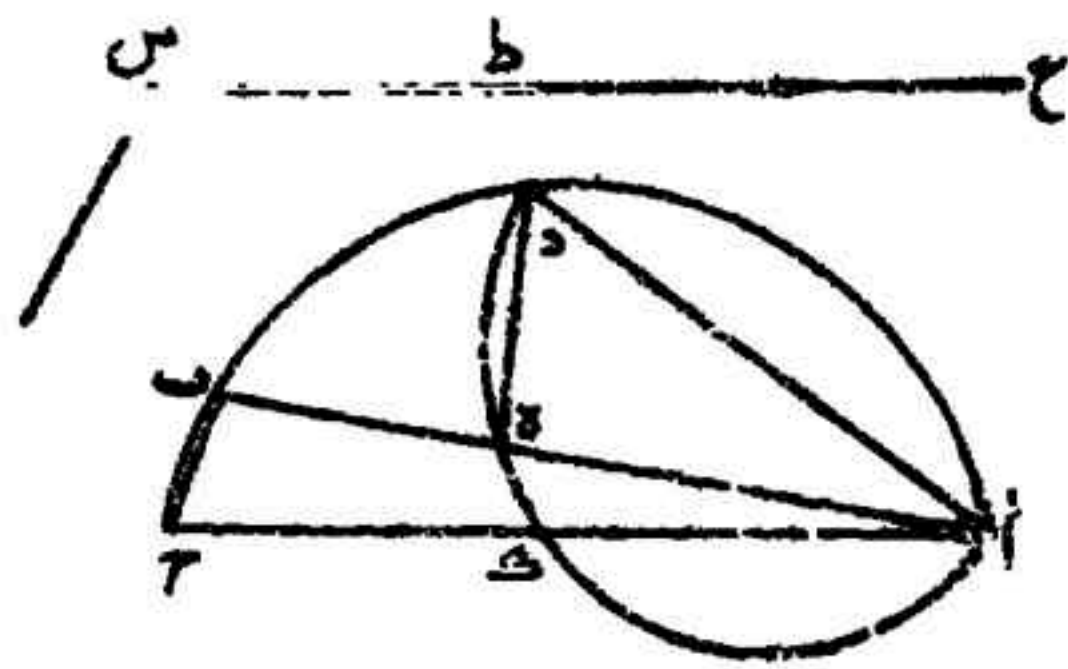
ابو نصر الجعدى

فصل ـ اح ـ مساويا ـ لط ج ـ ووصل ـ ح ز ـ فتساوى
مثلثا ـ اح ز ـ ج ط ب ـ وبقى مثلثا ـ د ز ح ـ اط ب ـ متساويان
فمثلثات ـ ب ط ج ـ ب ط د ـ د ط ز ـ مساوية لمثلث ـ ا د ط
وجعل مثلث ـ ا ط ج ـ مشتركا فكان مثلثا ـ ا ه ط ـ ا ط ج
مساويين لمثلثات ـ ا ط ج ـ ب ط ج ـ ب ط د ـ د ط ز ـ ففصل
ما بين مثلثى ـ ا د ج ـ ا ب ج هو مثلثا ـ ب ط د ـ د ط ز ـ ومجموعهما
يساوى ضرب ـ د ه فى ـ ه ب ـ •

ابو عبد الله الشنى

وصل ـ ا ج ـ واخرج عليه عمود ـ د ح ـ وعمود ـ ب ط
على ـ د ح ـ فتشابهت مثلثات ـ اك ح ـ ك ب ط ـ د ك ه ـ ونسبة
اح ـ الى ـ ه د ـ كنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ط د ـ فضرب ـ اح ـ فى
د ط ـ مساو لضرب ـ ه د ـ فى ـ ب ه ـ وضرب ـ اح ـ فى ـ د

ط ـ هو فضل ضرب ـ د ح ـ فى ـ ح ج ـ على ضرب ـ ط ح ـ فى ح ج ـ هو فضل مثلث ـ ا د ج ـ على مثلث ـ ا ب ج •

ش ـــ ٣٨

وهذه الخواص مشتبكة بعضها ببعض تصح احداهما من صحة الاخرى فان فضل ما بين مثلثى ـ ا د ج ـ ا ب ج ـ اذا كان متقررا انه مساو لضرب ـ د ه ـ فى ـ ه ب ـ وفصلنا ـ ه ز ـ مساويا له ب ـ ثم اسقطنا مثلث ـ ا م ج ـ المشترك بقى فضل مثلث ـ ادم على مثلث ـ ب ه ج ـ هو ضرب ـ د ه ـ فى ـ ه ب ـ اعنى مثلث ازب ـ ولذلك يكون فضل مثلث ـ ا د م ـ على مثلث ـ د ب ج هو مثلث ـ د ز م ـ فمثلث ـ ا د ز ـ مساو لمثلث ـ د ب ج ـ وضلعا ا د ـ د ز ـ مساويان ـ لضلعى ـ ج د ـ د ب ـ فضلع ـ ا ز ـ الثالث مساو لضلع ـ ب ج ـ وكنا فصلنا ـ ه ز ـ مساويا ـ له ب ـ فمجموع ا ز ـ ز ه ـ مساو لمجموع ـ ه ب ـ ب ج •

وهنالك استبان انه اذا كان وتر قوس قاعدة مثلثين فيهما احدها

متساوى الساقين والآخر مختلفهما فان احاطة الاول اعظم من احاطة الآخر من اجل ان ـ ا د ـ اعظم من ـ ا ه ـ فد ج ـ ايضا اعظم من مجموع ـ ه ب ـ ب ج ـ ونجعل ـ ا ج ـ مشتركا فمجموع ـ ا د د ج ـ ا ج ـ اعظم من مجموع ـ ا ه ـ ه ب ـ ب ج ـ ا ج ـ فاضلاع مثلث ـ ا د ج ـ مجموعه اعظم من اضلاع مثلث ـ ا ب ج ـ مجموعه وذلك ما اردنا ان نبين •

وهذه الخواص التى قدمناها معدودة من الاصول الهندسية ولذلك رجعت اليها فى مطلوبات كثيرة خرجت بها ، وانا اذكر عدة من ذلك ومتى اتفق لغيرى منها شئ نسبته اليه وسميته باذن الله تعالى وعونه •

اخراج خطين من نقطتين مفروضتين يحيطان
بزاوية مفروضة يساوى مجموعهما خطا مفروضا

ان مانالاوس رام فى الشكل الثانى من المقالة الثالثة من كتابه فى الاصول الهندسية ان يبين كيف يعطف فى نصف دائرة مفروضة خطا منعطفا مساويا لخط مفروض فسلك اليه مسلكا طويلا جدا ثم عمله ثابت بن قرة حين فسر ذلك الكتاب يعمل فى طول عمل مانالاوس فاما بعد تقديم ما تقدم من خاصية الخط المنحنى فى تقمير كل قوس فقد تسهل عمل ما رامه مانالاوس ويكون عاما فى جميع قسى الدائرة المفروضة دون نصفها فقط •

وان ابا الجود افرد لهذا المعنى مقالة واستخرجه بطريق تجاوز كل طوالة وصعوبة فلما وقف عليها ابو سعيد السجزى استخرجه بطريق هو فى نهاية السهولة ولن نقصر عنه فيها هذا الذى نورده باحدى الخواص المتقدمة٠

فنقول نريد ان نخرج من نقطتى ـ ا ج ـ المعلومتين خطين مستقيمين يجتمعان عند نقطة ويحيطان بزاوية مساوية لزاوية ـ س المعطاة ويكون مجموعهما مساويا لخط ـ ح ط ـ المفروض فنصل ا ج ـ ونعمل عليه قطعة قوس تقبل زاوية كزاوية ـ س ـ وهى قطعة ـ ا د ج ـ ولتكن نقطة ـ د ـ منتصفها ونصل ـ ا د ـ وينبغى ان يكون خط ـ ح ط ـ المفروض اعظم من ـ ا ج ـ وليس باعظم من ضعف ـ ا د ـ حتى يمكن فيه حصول المطلوب ثم ندير على ـ ا د نصف دائرة ـ ا ب ج د ـ ونوقع فيه وتر ـ ا ه ـ مساويا لنصف خط ـ ح ط ـ ثم نخرجه على استقامته الى ـ ب ـ ونصل ـ ب ج فاقول انا عملنا ما اردنا برهانه انا نصل ـ د ه ـ فيكون عمودا على ـ ا ه ـ وهو نازل من منتصف القطعة يكون ـ ا ه ـ مساويا لمجموع ـ ه ب ـ ب ج ـ لكن ـ ا ه ـ فرض مساويا لنصف ـ ح ط ـ فمجموع ـ ه ب ـ ب ج ـ مساو لنصفه الآخر فجميع خطى ا ب ـ ب ج ـ مساو لخط ـ ح ط ـ كله وزاوية ـ ا ب ج ـ مساوية لزاوية ـ س ـ لانها فى قطعة قابلة زاوية مساوية لها وذلك ما

اردنا

اردناه •

ش — ٣٩

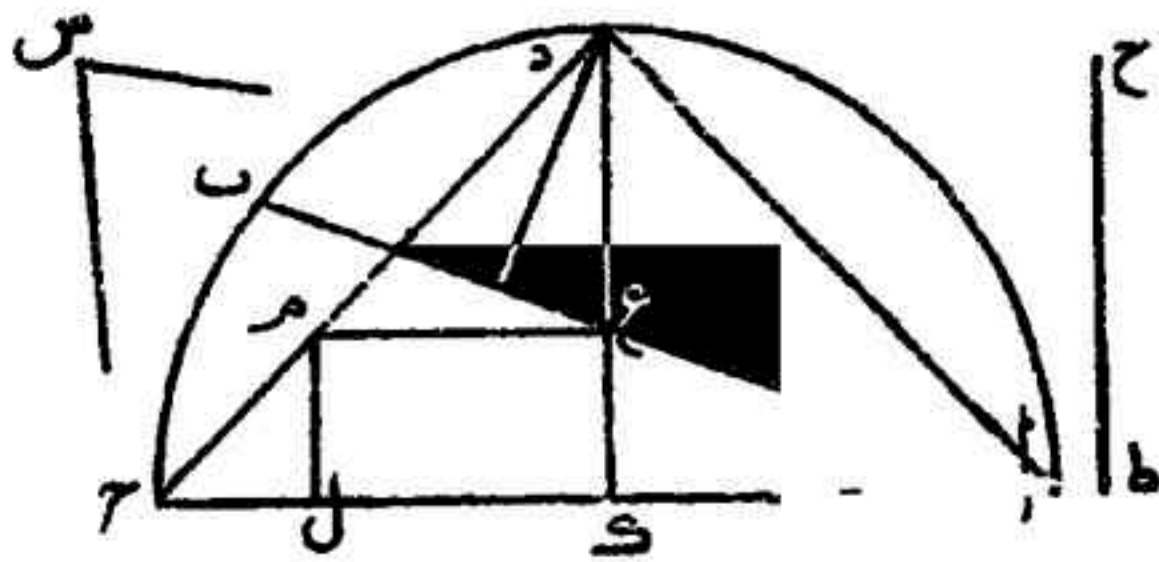
اخراج خطين من نقطتين مفروضتين يحيطان بزاوية مفروضة
ويكون فضل احدهما على الآخر مساويا لخط مفروض

ونريد ان نخرجهما كذلك فنعمل ما ذكرحتى تتركب القطعة على خط ـ ا ج ـ ونتممها الى ـ د ـ نصف ـ دائرة ونصل ا ـ د ز ـ ا ز ـ ونفصل ـ ز ك ـ مساويا لنصف ـ خط ـ ح ط ونَنزل عمود ـ ك ل ـ على ـ ا ز ـ ثم نوقع وتر ـ د ب ـ مساويا لز ـ ونصل ـ ا ب ـ ب ج ـ •

فاقول ان فصل ـ ا ب ـ على ـ ب ج ـ يساوى خط ـ ح ط •

برهانه انا ننزل عمود ـ د ه ـ على ـ ا ب ـ فلتساوى زاويتى د ب ه ـ د ز ا ـ الكائنتين على قوس ـ ا د ـ وقيام زاويتى ـ د ه ب ك ل و ـ يتشابه مثلثا ـ د ه ب ـ ك ل ز ـ لكننا فرضنا ـ د ب مساويا ـ لز ل ـ فالمثلثان مع تشابههما متساويان ـ ذلك ز ـ مساو

له ـ و ـ ك ز ـ فرض مساويا لنصف ـ ح ط •

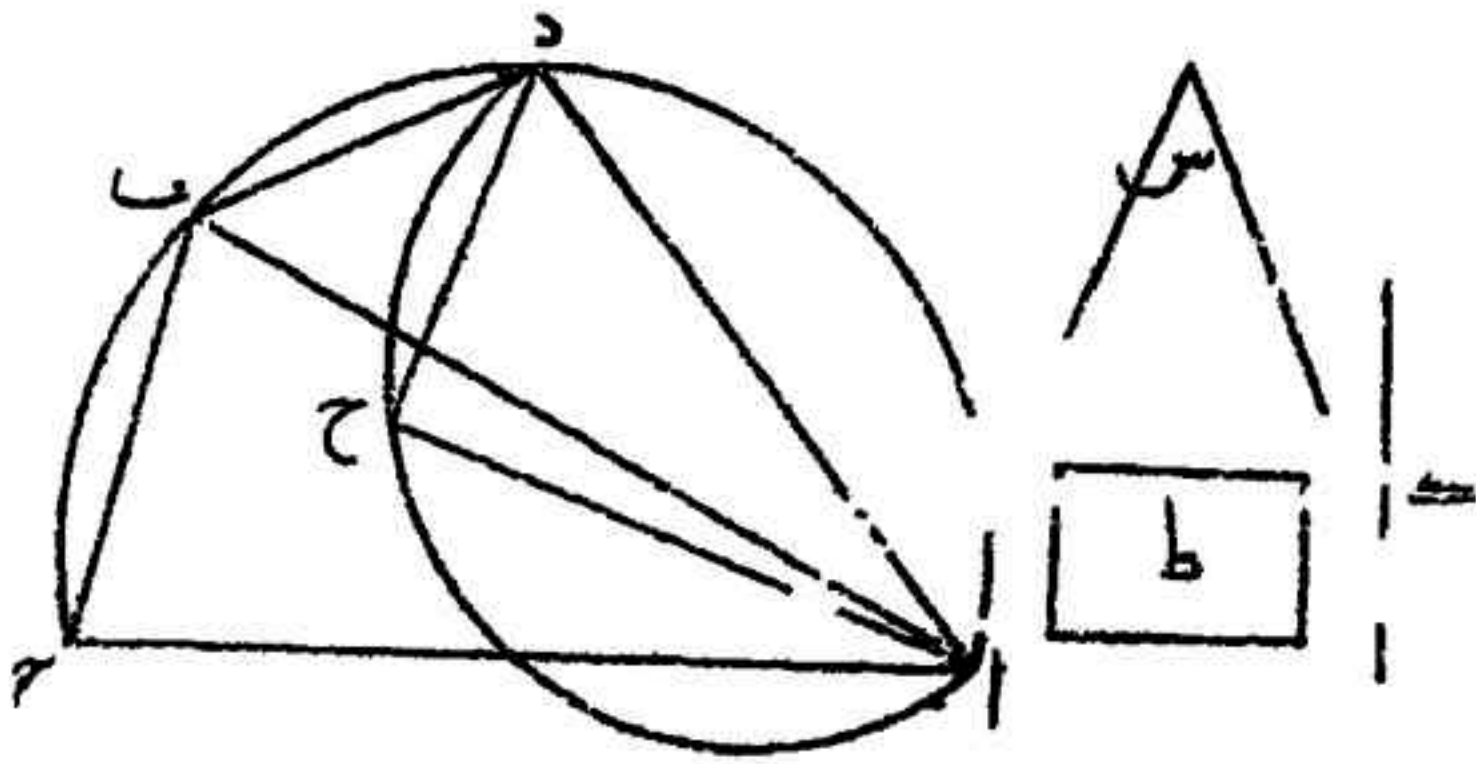
ومعلوم مما تقدم ان ـ ه ب ـ نصف فضل ـ اب ـ على ب ج ـ فضعفه هو كل الفضل واذا كان نصف الفضل مساويا لنصف ـ ح ط ـ فكله مساو لكل ـ ح ط ـ ونحتاج هاهنا الى شريطة هى كون ـ ل ز ـ ليس باعظم من ـ اد ـ والا لم يوجد المطلوب • ش ـ ٤٠

طريق آخر

وان شئنا انزلنا من ـ د ـ منتصف ـ ادج ـ عمود ـ دك على ـ اج ـ وافرزنا ـ ك ل ـ مساويا لنصف ـ ح ط ـ واخرجنا ل م ـ موازيا ـ لدك ـ و ـ م ع ـ مساويا ـ لك ج ـ وجعلنا وتر د ب ـ مساويا ـ لدم ـ ووصلنا ـ اب ـ ب ج ـ فيكونان ما اردنا •

برهانه ان ننزل عمود ـ ده ـ على ـ اب ـ فيتشابه مثلثا د ب ه ـ د ج ك ـ ويشابههما مثلث ـ د م ع ـ لتوازى ـ ع م ـ ك ج

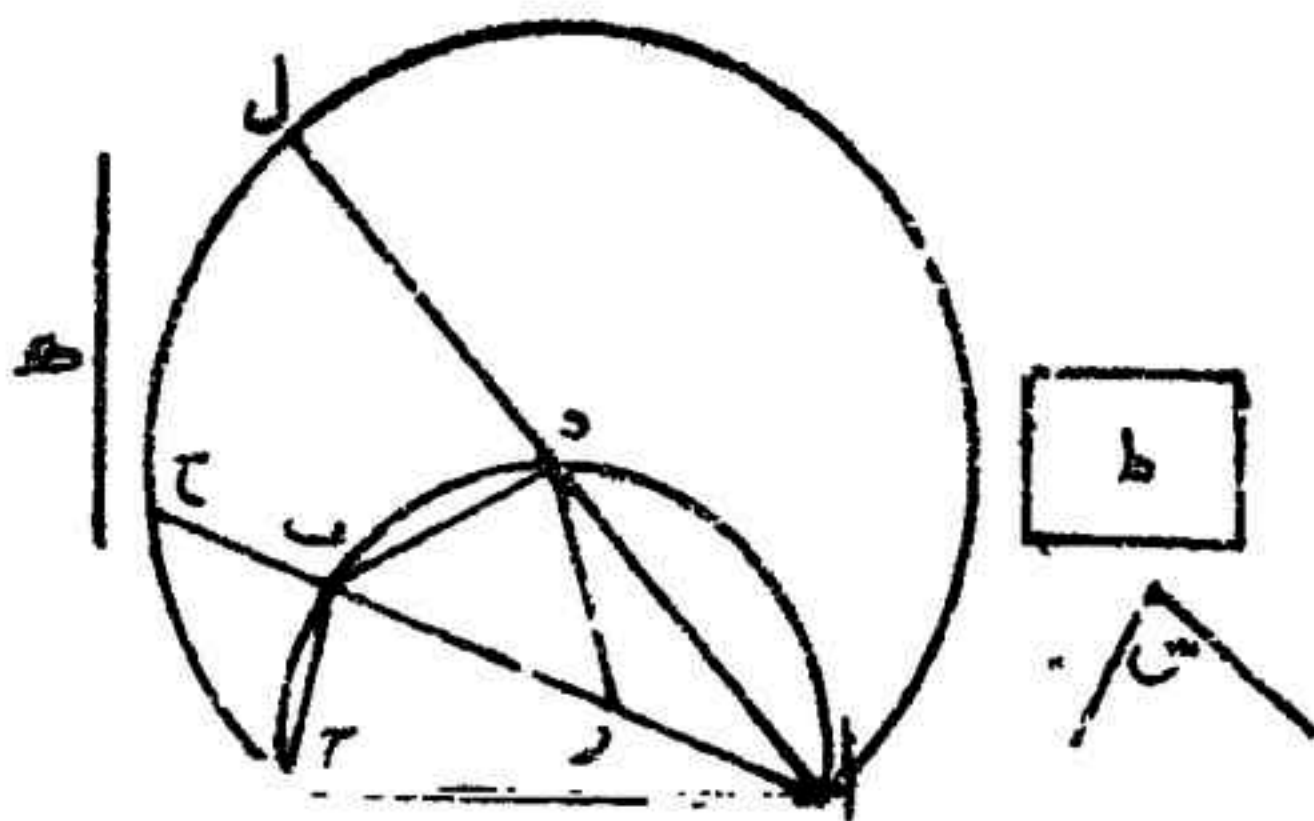
لكن

لكن – دم – مساو – لدب – فم ع – مساو – لب ه – و – م ع مساو – لك ل – فب ه – مساو – لك ل – الذى هو مساو لنصف ح ط – و – ه ب – نصف فضل – اب – على – ب ج – فضعفه هو كل الفضل وهو مساو – لح ط – •

ش – ٤١

اخراج خطين من نقطتين مفروضتين تحيطان بزاوية معطاة ويكون ضرب احدهما فى الآخر مساويا لسطح مفروض

ونريد ان نخرجهما محيطين بمثل زاوية – س – ويساوى ضرب احدهما فى الآخر مساويا لسطح – ط – فليكن القوى – ى على سطح – ط – خط – ك – ونركب على – ا ج – القطعة القابلة لمثل زاوية – س – ونصل – ا – مع – د – المنتصف وندير عليه نصف دائرة – اح د – ونوقع فيه وتر – اح – مساويا لخط ك – ونصل – دح – ثم نجعل وتر – د ب – مساويا اوتر – دح ونصل – اب – ب ج – فيكون ما اردنا •

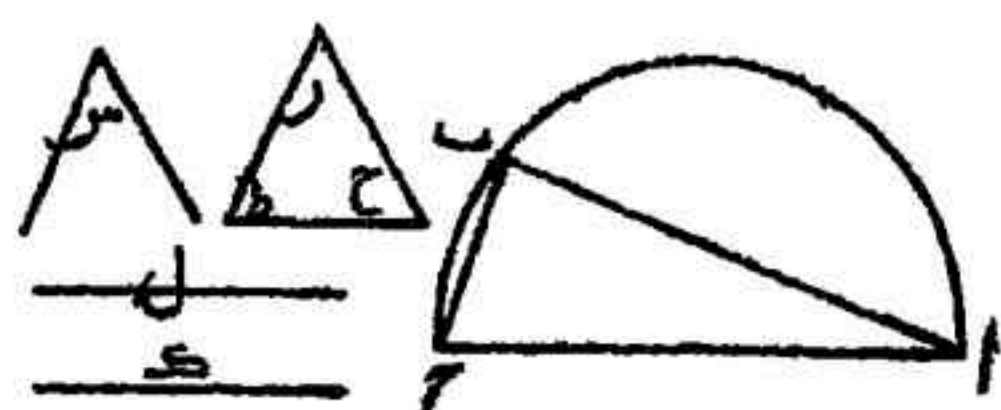
برهانه ان مربع ـ اد ـ كما تقـدم يساوى مربع ـ د ب
وضرب ـ اب ـ فى ـ ب ج ـ فمربع ـ اد ـ منقوصا منه مربع
د ب ـ يساوى ضرب ـ اب ـ فى ـ ب ج ـ لـكن مربع ـ اد
منقوصا منه مربع ـ د ب ـ هو مسا و لمربع ـ ا ح ـ لانا فرضنا
د ب ـ مساويا ـ لد ح ـ فمربع ـ ا ح ـ اذن يساوى ضرب
اب ـ فى ـ ب ج ـ ولـكن مربـع ـ ا ح ـ اعنى مربع ـ ك
قـد جعل مساويا لسطح ـ ط ـ فضرب ـ اب ـ فى ـ ب ج
يساوى سطح ـ ط •

ش ــ ٤٢

طريق آخر

نصل ـ اج ـ ونركب عليه القطعة القابلة لمثل زاوية ـ س
ونجعل خط ـ ك ـ قويا على سطح ـ ط ـ ونخرج وتر ـ اد ـ الى
نصف قوس ـ ادب ـ ونتأمله فان اتفق ان يكون ـ ك ـ اقصر
من

من ـ اد ـ كان المطلوب ممكنا فليكن كذلك ونخرج وتر ـ دب قويا على فضل مربع ـ ك ـ وفضل ـ اب ـ ب ج ـ فيكون المراد •

برهانه انا نجعل نقطة ـ د ـ مركزا وندير عليه ببعد ـ دا قطعة دائرة عليها ـ ال ح ج ـ ونخرج ـ اد ـ دب ـ على استقامته الى محيط القطعة ونصل ـ ب ج ـ فبين انه يكون مساويا ـ لدا ونخرج ـ دز ـ مساويا ـ لدب ـ وـ اد ـ مساويا ـ لب ج وزاوية ـ ازه د ـ منفرجة فمربع ـ اد ـ مساولمربعى ـ از ـ ز د ـ وضرب ـ از ـ فى ـ زب ـ مرة واحدة و ـ دز ـ مساو لـدب ـ ومربع ـ از ـ مع ضرب ـ از ـ فى ـ زب ـ مساو لضرب ـ با ـ فى ـ از ـ اعنى ضرب ـ اب ـ فى ـ ب ح ـ فمربع اد ـ اذن مساولمربع ـ دب ـ وضرب ـ اب ـ فى ـ ب ح ـ وقد جعلنا فضل مربع ـ اد ـ على مربع ـ ك ـ مساويا لمربع ـ دب فضرب ـ اب ـ فى ـ ب ح ـ اذن مساولمربع ـ ك ـ اعنى سطح المفروض ثم نصل خطوط ـ ج ح ـ ج ل ـ ج د ـ فزاوية ـ ادج مساوية لزاوية ـ اب ج ـ فزاويتا ـ ل د ح ـ ح ب ج متساويتان وزاويتا ـ ال ج ـ ا ح ج ـ ايضا متساويتان فمثلثا ل د ج ـ ح ل ج ـ متشابهان ومثلث ـ ل د ج ـ متساوى الساقين فمثلث ـ ح ل ج ـ مثله ـ فج ب ـ مساو ـ لب ج ـ فضرب اب ـ فى ـ ب ج ـ مساو لسطح ـ ط ـ المفروض •

ش — ٤٣

اخراج خطين من نقطتين مفروضتين تحيطان بزاوية
منطاة وتكون نسبة احدهما الى الآخر كنسبة مغطاة

فان اردنا ان تكون نسبة احدها الى الآخر كنسبة مفروضة ولتكن كنسبة ـ ل ـ الى ـ ك ـ جعلنا خطي ـ ط ز ـ ز ح يحيطان بزاوية كزاوية ـ س ـ وجعلنا ـ ز ط ـ مساويا ـ لك و ـ ز ح ـ مساويا ـ ال ـ ووصلنا ـ ح ط ـ وركبنا على ا ج ـ قطعة قابلة لزاوية ـ س ـ وجعلنا زاوية ـ ج اب ـ مساوية لزاوية ـ زح ط ـ ووصلنا ـ ب ج ـ فيكون ما اردنا •

برهانه ان زاوية ـ ط ز ح ـ مساوية لزاوية ـ اب ج وزاوية ـ ط ح ز ـ مساوية لزاوية ـ ج اب ـ فمثلثا ـ اب ج زط ح ـ متشابهان ونسبة ـ اب ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ ح ز الى ـ زط ـ لكن نسبة ـ ح ز ـ الى ـ زط ـ قد جعلناها كنسبة ل ـ الى ـ ك ـ فنسبة ـ اب ـ الى ـ ب ج كنسبة ـ ل ـ الى ـ ك •

ولم يتصل هذا الاخير بما نحن فيه من الخواص المتقدمة لكنه لما اتصل بالفن تبعه لينسلق به الى ما يتممه اذ لم يكن الغرض فى ذكرما تقدم استيفاء ماتؤدى اليه القسمة فيه وتنويع جنسه ولكنى حكيت ما اتفق فيه جواب مستنبط من الخواص المذكورة.

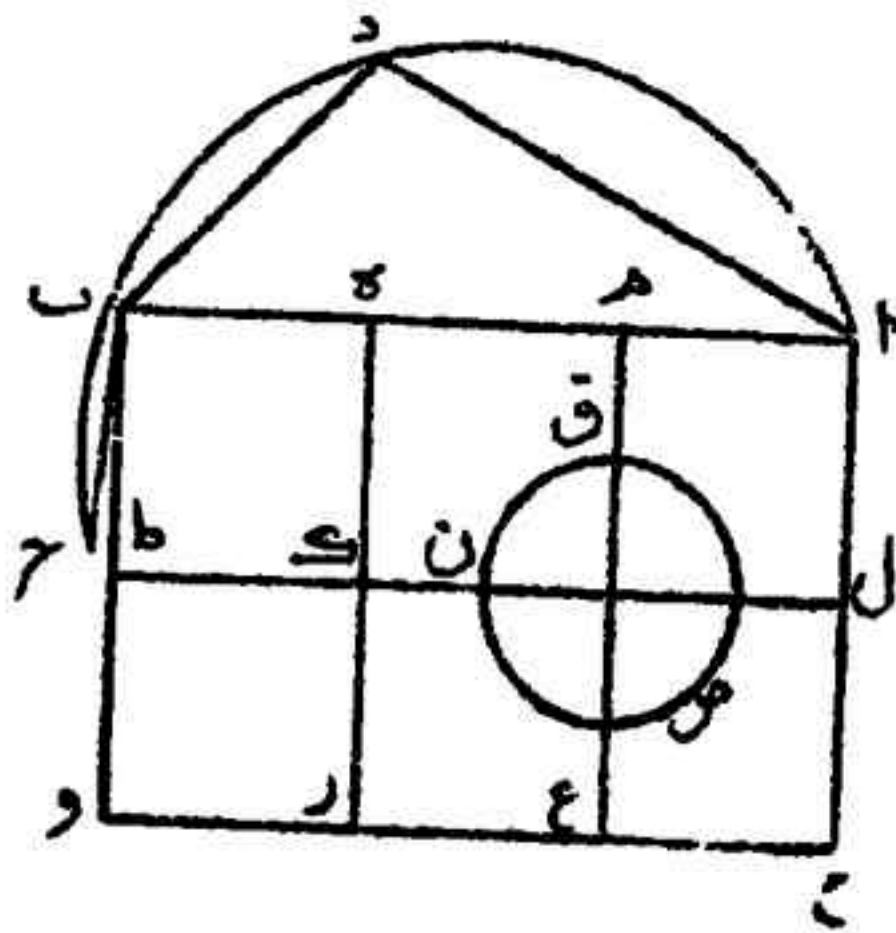
ش — ٤٤

عمل مثلث فى دائرة مفروضة يساوى

مجموع اضلاعه خطا مفروضا

فليكن الخط المفروض — ح ط — وينبغى ان يكون ليس باعظم من مجموع اضلاع المثلث المتساوى الاضلاع الواقع فى تلك الدائرة فنتعلم على خط — ح ط — نقطة كيف اتفقت ونوقع فى الدائرة وتر — ا ج — مساويا — لح ك — وننصف قوس — ا ج على — د — ونصل — ا د — وندير عليه نصف دائرة — ا ه د — ونوقع فيه وتر — ا د — مساويا لنصف — ك ط — ونخرج — ا ه — على

استقامته الى ـ ب ـ ونصل ـ ب ج ـ فمثلث ـ اب ج ـ يساوى مجموع اضلاعه خط ـ ح ط ـ لأن ـ ا ج ـ يساوى ـ ح ك و ـ ا ه ـ وهو نصف خط ـ اب ج ـ المنحنى يساوى نصف خط ك ط ـ فكله يساوى كله فمثلث ـ اب ج ـ هو المطلوب •

ش ـ ٤٥

برهان عمل ارشميدس فى استخراج اعمدة المثلثات المعلومة الاضلاع

قال ارشميدس نلقى مربع احد الضلعين من مربع الآخر ونقسم مابقى على القاعدة فما خرج فهو الذى ان زدناه على القاعدة وأخذنا نصف المجتمع كان اطول قسمى القاعدة بالعمود اعنى مسقط الحجر وان نقصناه منها وأخذنا نصف الباقى كان قسمها الاقصر اليه

فليكن المثلث ـ ا د ب ـ وعموده ـ د ه ـ وندير عليه دائرة ونفرز ـ د ج ـ منها مساويا ـ لد ا ـ ونصل ـ ب ج ونعمل على ـ ا ه ـ مربع ـ از ـ وعلى ـ ب ه ـ مربع ـ ه ط ـ

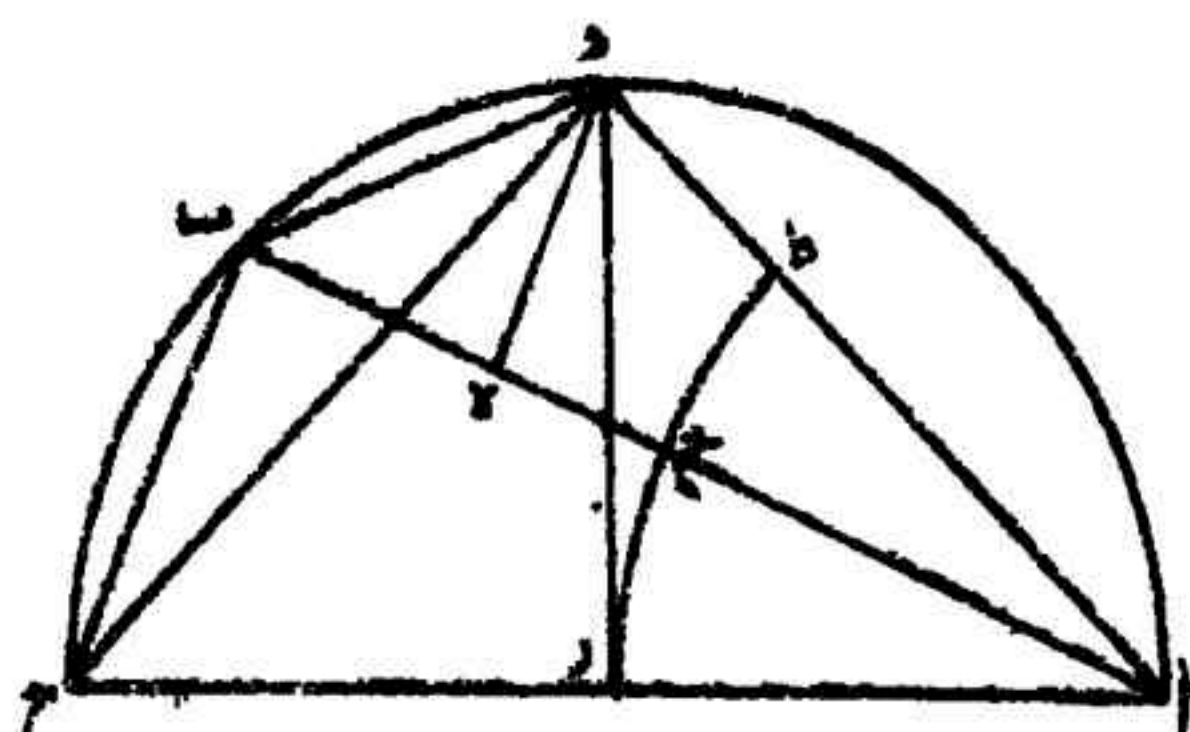
ونجعل

ونجعل ـ ه م ـ مساويا ـ له ب ـ ونخرج ـ م ع ـ موازيا ـ له
ز ـ و ـ ط ك ل ـ موازيا ـ لا ب ـ ونتمم سطح ـ ا ف ـ فلأن ـ د
ب ـ يقوى على ـ د ه ـ ه ب ـ و ـ د ا ـ يقوى على ـ د ه ـ ه ا
يكون مربع ـ د ه ـ مشتركا فى القوتين معا فاذا القينا مربع ـ ب
د ـ من مربع ـ د ا ـ كنا كأنا القينا مربع ـ ب ه ـ من مربع
ه ا ـ ولا خفاء فان ذلك الباقى يكون العلم الذى عليه ـ ف ص ن
لمساواة خطوط ـ ط ك ـ ك س ـ س م ـ وخطوط ـ ط ف ـ ك
ز ـ م ا ـ يتساوى سطوح ـ ط ز ـ ك ع ـ م ل ـ فاذن سطح
ط ح ـ مساو لعلم ـ ف ص ن ـ لكن ـ ط ف ـ اعنى ـ ا م
يساوى ـ ب ج ـ لأن خطى ـ ا م ـ م ه ـ يساويان خطى ـ ه ب
ب ج ـ فاذن سطح ـ ط ح ـ هو ضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج
فاذا قسمناه على القاعدة خرج ـ ب ج ـ فان زدناه عليها اجتمع
خط ـ ا ب ج ـ المنحنى ونصف ـ ا ه ـ القسم الاطول وان نقصناه
منها بقى ـ م ب ـ ونصفه ـ ب ه ـ وهو القسم الاقصر من القاعدة
الى مسقط الحجر. ش ـ ٤٦

وان شئنا اوجزنا هذا التطويل بفصلنا ـ ه ز ـ مساويا ـ له
ب ـ فلأن مربع ـ ا د ـ يساوى مربع ـ ب د ـ مع ضرب ـ ا ب
فى ـ ب ج ـ تكون اذا نقصنا مربع ـ ب د ـ من مربع ـ ا د
يبقى ضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج •

فاذا قسمناه على القاعدة خرج ـ ب ج ـ واذا زدناه
على ـ ا ب ـ اجتمع خط ـ ا ب ح ـ المنحنى ونصفه ـ ا ه •

واذا نقصناه من ـ ا ب ـ بقى ـ ز ب ـ ونصف ـ ه ب
ونخرج ـ ا د ـ على استقامته الى ـ ح ـ يكون ـ د ح ـ مساويا
لد ب ونفصل ـ د ط ـ مثله ـ فا ط ـ ا ز ـ زيادتان فى خطى ـ ط
ح ـ ز ب ـ المستقيمين على ـ د ه ـ بنصفين فضرب ـ ح ا ـ فى
ا ط ـ مع مربع ـ ط د ـ مساو لمربع ـ ا د ـ وضرب ـ ب ا ـ فى
ا ز ـ مع مربع ـ ز ه ـ ه د ـ مساو لمربع ـ ا د ـ ومربعى ـ د ز
د ط ـ متساويان فنلقيهما حتى يبقى ضرب ـ ح ا ـ فى ـ ا ط
مساويا لضرب ـ ا ب ـ فى ـ ا ز ـ اعنى ـ ب ج ـ فضرب
ح ا ـ فى ـ ا ط ـ هو ضرب مجموع ضلعى ـ ا د ـ د ب ـ فى
فضل ما بينهما فاذن هو مساو لفضل ما بين مربعى ضلعى ـ ا د ـ
د ب •

ش — ٤٧

برهان عمل ارشميدس

في مساحة المثلثات بالتفاضل

قال ارشميدس يضرب نصف مجموع اضلاع المثلث الثلاثة في فضله على احدها وما اجتمع في فضله على الثاني وما بلغ في فضله على الثالث ويؤخذ جذر المجتمع فيكون تكسير المثلث •

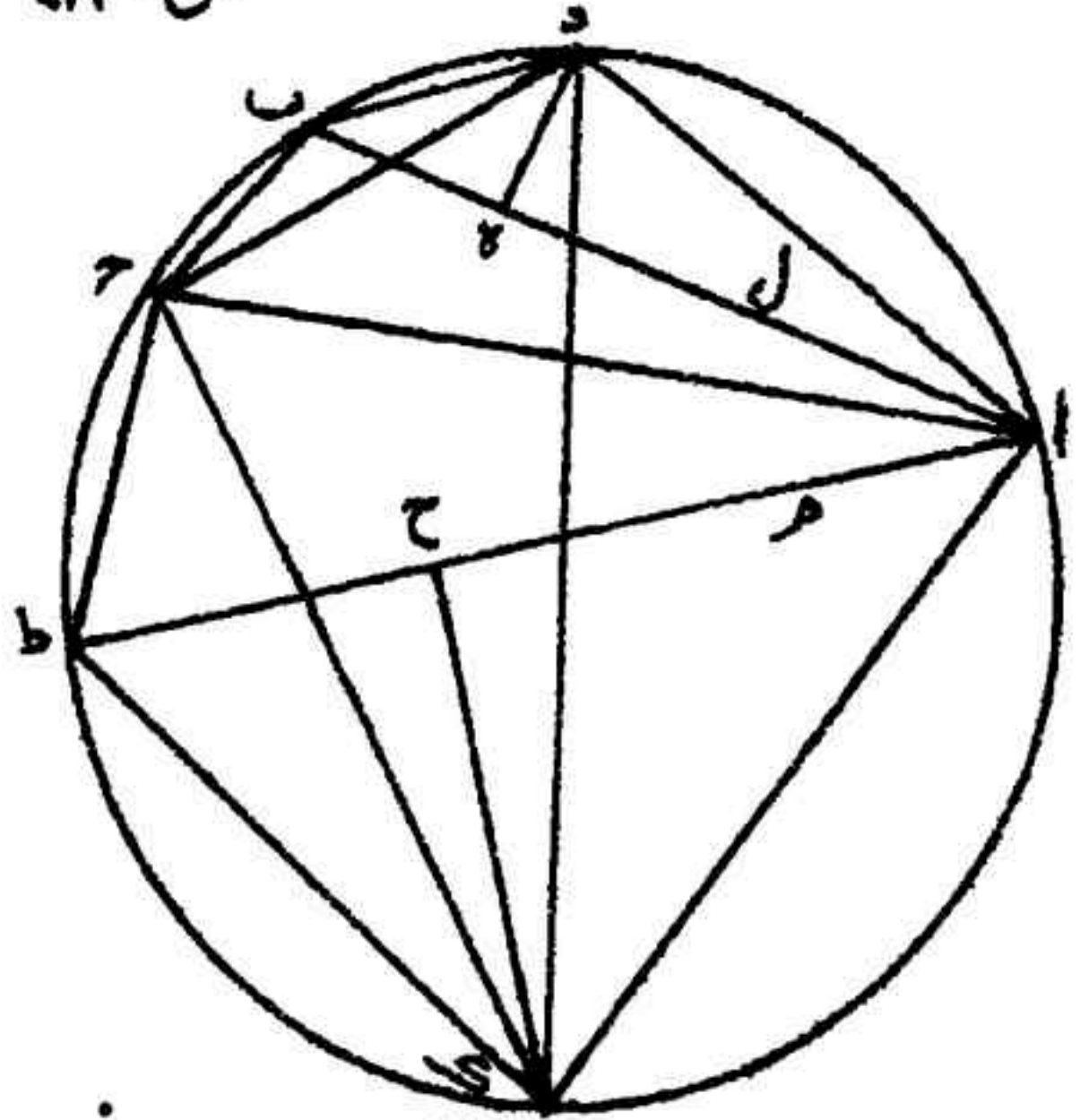
برهانه ان المثلث ـ اب ج ـ ونديرعليه دائرة ونخرج من منتصف قوس ـ اب ج ـ وهو ـ د ـ عمود ـ ده ـ على ـ اب وندير على مركز ـ ا ـ وببعد ـ از ـ قوس ـ زح ط ـ فلأن ـ اد يقوى على ـ د ز ـ زا ـ يكون مربع ـ د ط ـ وضرب ـ د ط في ـ ط ا ـ ومربع ـ ط ا ـ مساويا لمربعي ـ د ز ـ ز ا ـ المساوى لط ا ـ فاذا القينا مربعي ـ اط ـ از ـ المتساويين بقي مربع ـ د ط وضرب ـ د ط ـ في ـ ط ا ـ مرتين مساويا لمربع ـ د ز ـ وكذلك اد ـ يقوى على ـ ده ـ ه ا ـ فربعا ـ د ط ـ ط ا ـ وضرب ـ د ط

فى ـ ط ا ـ مرتين مساويا لمربع ـ ده ـ ومربعى ـ ه ح ـ ح ا
وضرب ـ ه ح ـ فى ـ ح ا ـ لكن ـ ح ا ـ مساو ـ لا ط ـ فاذا
اسقطنامربعيهما المتساويين بقى مربع ـ د ط ـ وضرب ـ د ط ـ فى
ط ا ـ مرتين مساويا لمربعى ـ ده ـ ه ح ـ وضرب ـ ه ح ـ فى
ح ا ـ مرتين وذلك ايضا مساو لمربع ـ د ز ـ ومثلث ـ د ز ا
شبيه بمثلث ـ ده ب ـ لأن زاوية ـ د ج ز ـ المساوية لزاوية
د ا ز ـ مساوية لزاوية ـ د ب ه ـ الكائنة معها على قوس واحدة
فنسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ب ـ كنسبة ـ د ز ـ الى ـ ز ا ـ ونسبة
د ز ـ الى ـ ز ا ـ كنسبة مربع ـ د ز ـ الى ضرب ـ د ز ـ فى
زا ـ وكسنبة ضرب ـ د ز ـ فى ـ ز ا ـ الى مربع ـ ز ا ـ وكذلك ايضا
نسبة مربع ـ ده ـ الى ضرب ـ ده ـ فى ـ ه ب ـ كنسبة ضرب ـ د ه
فى ـ ه ب ـ الى مربع ـ ه ب ـ واذا القى من مقادير متناسبة مقادير
متناسبة على نسبها كانت نسب البواقى على حالها فنلقى مربع ـ ده ـ من
مربع ـ د ز ـ ويكون ما يبقى مساويا لمربع ـ ه ح ـ مع ضرب ـ ه ح
فى ـ ح ا ـ مرتين اعنى ضرب ـ ه ح ـ فى مجموع ـ ه ح ـ ح ا
مرة ونلقى ضرب ـ ده ـ فى ـ ه ب ـ من ضرب ـ د ز ـ فى ـ ز ا
فيبقى تكسير مثلث ـ ا ب ج ـ لما تبين من مساواة مثلث ـ ا د ج
مجموع مثلثى ـ ا ب ج ـ ب د م ـ وليكن ـ ز ك ـ مساويا ـ له ب
ونلقى مربع ـ ز ك ـ اعنى ـ ه ب ـ من مربع ـ ز ا ـ فيكون الباقى

مساويا

مساويا لضرب ـ ج ك ـ فى ـ ك ا ـ وهذه البقايا متناسبة اعنى
ان نسبةضرب ـ ه ح ـ فى مجموع ـ ه ا ـ از ـ الى تكسير مثلث
ا ب ج ـ الى ضرب ـ ج ك ـ فى ـ ك ا ـ و ـ اه ـ نصف ضلعى ـ ا
ب ـ ب ج ـ و ـ از ـ نصف ضلع ـ ا ج ـ فمجموع ـ ه ا ـ از
هو نصف جماعة اضلاع المثلث ـ فه ح ـ اذن فضل ـ ه ا ـ از ـ
نصف جماعة الاضلاع على مجموع ـ ح ا ـ از ـ اعنى ـ ا ج
وهو احد الفصول ولمساواة ـ زك ـ ه ب ـ يكون مجموع ـ اه
زك ـ مساويا لضلع ـ ا ب ـ فا ك ـ اذن فضل مجموع ـ ه ا ـ ا
ز ـ على ـ ه ا ـ زك ـ اعنى ـ ا ب ـ وهو الفضل الثانى ولأن ـ ه ب
ب ج ـ مساو ـ لا ه ـ فان ـ ه ب ـ ب ج ـ از ـ مساو لنصف
جماعة الاضلاع ففضله على ـ ب ج ـ هو ـ ه ب ـ از ـ لكن
ك ز ـ مساو ـ له ب ـ و ـ ز ج ـ مساو ـ لا ز ـ فك ج ـ هو فضل
نصف جماعة الاضلاع على ـ ب ج ـ وهو الفضل الثالث ومتى
ضربنا سطح ـ ه ح ـ فى ـ ه ا ـ از ـ احدى الحاشيتين فى سطح
ج ك ـ فى ـ ك ا ـ الحاشية الاخرى اجتمع مربع الوسط اعنى
تكسير المثلث وسواء ضربنا ـ ه ح ـ الفضل الاول فى ـ ه ا
از ـ نصف جماعة الاضلاع وضربنا ـ ا ك ـ الفضل الثانى فى
ج ك ـ الفضل الثالث ثم ضربنا احد المجتمعين فى الآخر، او ضربنا
ه ا ـ از ـ نصف جماعة الاضلاع فى ـ ك ا ـ وما اجتمع فى ـ ه ح

وما اجتمع فى ـ ج ك ـ فان كلا المبلغين يكون سواء وذلك مربع
تكسير المثلث فاذا أخذنا جذره كان المطلوب •

ش ـ ٤٨

برهان عمل الهند فى مساحة المنحرف

فى الدائرة لابى عبد الله الشنى

وعلى هذا بنى ابو عبد الله الشنى فى البرهان على طريق للهند
فى تكسير ذى الاربعة الاضلاع فى الدائرة وهو انهم يضربون
فضول نصف جماعة اضلاعه على كل ضلع منه بعضها فى بعض ويأخذون
جذر المبلغ فيكون تكسير المنحرف وليكن ـ ا ب ـ ج ط ـ ونصل
ا ج ـ ونخرج من منتصف قوس ـ ا ب ج ـ وهو ـ د ـ قطر ـ د
ز ك ـ وعمودى ـ د ه ـ ك ح ـ على ـ ا ب ـ ا ط ـ فلتشابه
مثلثى ـ د ه ب ـ د ز ج ـ وقصور ـ د ب ـ عن ـ د ج ـ يكون
ا ج ـ اعنى ـ ا ز ـ اعظم من ـ ه ب ـ و ـ ا ز ـ نصف ضلع ـ ا ج

 اصغر

اصغر من ـ اح ـ نصف ـ مجموع ضلعى ـ اج ـ ط ج ـ فاح
اعظم كثيرا من ـ ه ب ـ وبمثل هذا يتبين ان ـ اه ـ اعظم من
ح ط ـ فنفصل ـ ه ل ـ مساويا ـ لح ط ـ و ـ ح م ـ مساويا
له ب ـ ومعلوم ان فضل سطح ـ ا د ج ك ـ على ـ سطح ـ ا ب
ج ط ـ مساويا لضرب ـ د ه ـ فى ـ ه ب ـ مع ضرب ـ ك ج
فى ـ ح ط ـ ومثلث ـ د ا ك ـ يشابه كل واحد من مثلثى ـ د ه
ب ـ ك ح ط ـ فنسبة ـ د ا ـ الى ـ ا ك ـ كنسبة ـ د ه ـ الى
ه ب ـ وكنسبة ـ ط ح ـ الى ـ ح ك ـ ونسبة ـ د ا ـ الى ـ ا
ك ـ كنسبة مربع ـ د ا ـ الى ضرب ـ د ا ـ فى ـ ا ك ـ وضرب
د ا ـ فى ـ ا ك ـ يساوى ضعف مثلث ـ د ا ك ـ وذلك سطح ـ ا
د ج ك ـ فهو اذن وسط فى النسبة بين ضرب ـ ا د ـ فى ـ د ج
وبين ضرب ـ ا ك ـ فى ـ ك ج ـ ومجموع المقادير المتناسبة مقادير
اخر متناسبة على نسبها اوفصول ما بينها كل واحد مع نظيره كذلك
متناسبة •

فنسبة مجموع مربعى ـ د ه ـ ط ح ـ الى مجموع ضرب ـ د
ه ـ فى ـ ه ب ـ وضرب ـ ط ح ـ فى ـ ك ح ـ كنسبة مجموع
هذين السطحين الى مجموع مربعى ـ ه ب ـ ك ح ـ فان اسقط
مجموع مربعى ـ د ه ـ ط ج ـ اعنى ـ ه ل ـ من مربع ـ ا د
ومجموع ضرب ـ د ه ـ فى ـ ه ب ـ وضرب ـ ط ح ـ فى ـ ك

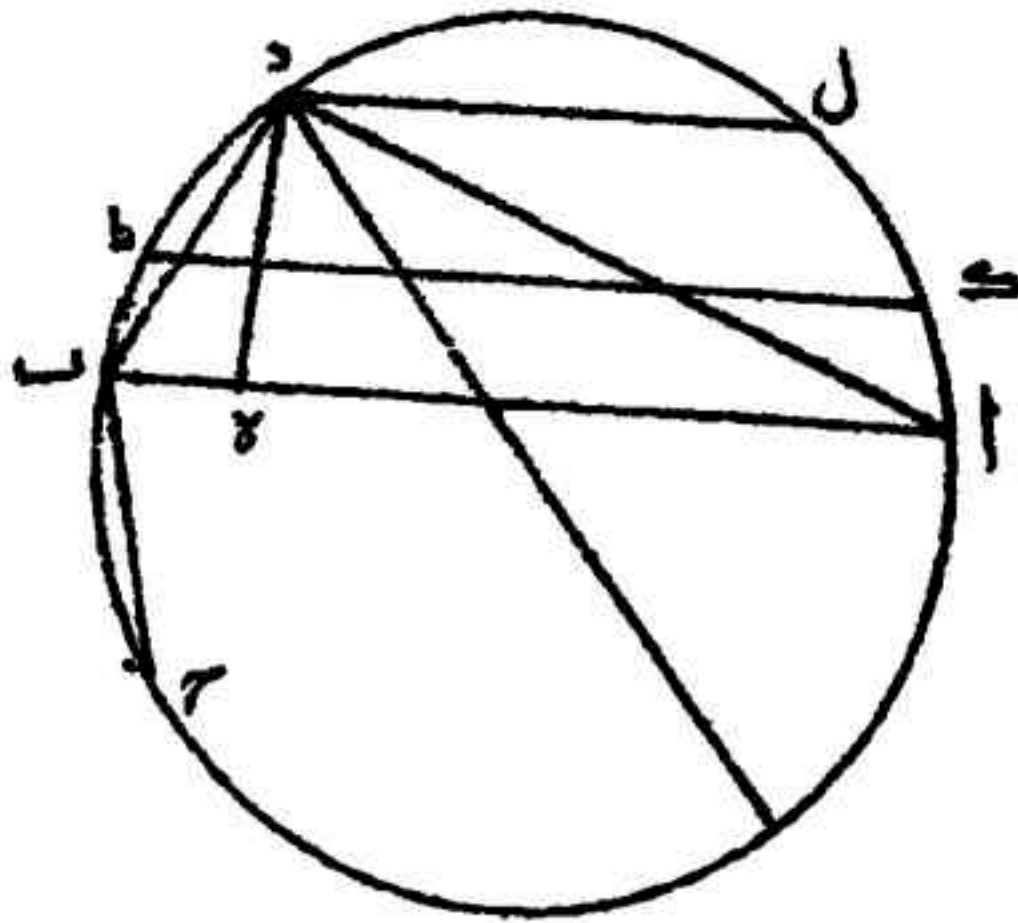
ح ـ من سطح ـ ا د ج ك ـ ومجموع مربعى ـ ه ب ـ ك ح
من مربع ـ ا ك ـ كانت البواقى متناسبة •

فاما البقية الاولى فيكون ضرب ـ ا ل ـ فى مجموع
ل ب ـ ل ج ـ لأنه اذا اسقط من مربع ـ ا د ـ مربع ـ د ه
بقى مربع ـ ا ه ـ فالقى منه مربع ـ ح ط ـ المساوى ـ له ل
بقى مربع ـ ا ل ـ وضعف ضرب ـ ا ل ـ فى ل ه ـ وذلك مساو
لضرب ـ ا ل ـ فى مجموع ـ ا ه ـ ه ل ـ اعنى ضرب ـ ا ل ـ فى
مجموع ـ ج ب ـ ب ه ـ المساوى ـ لا ه ـ الى ـ ل ه •

فاما البقية الثانية فيكون منحرف ـ ا ب ج ط ـ واما
الثالثة فيكون لمثل ما تقدم فى الاولى ضرب ـ ا م ـ فى مجموع ـ م
ط ـ ط ج ـ فمنحرف ـ ا ب ج ط ـ وسط فى النسبة بين سطحى
ا ل ـ فى ـ ل ب ـ ب ج ـ و ـ ا م ـ فى ـ م ط ـ ط ج ـ ومعلوم
ان ـ ا ه ـ نصف مجموع ـ ا ط ـ ط ج ـ فمجموع ـ ه ا ـ ا ح
نصف جماعة اضلاع منحرف ـ ا ب ج ط ـ ولمساواة ـ ه ب ـ ح م
يكون فضل مجموع ـ ه ا ـ ا ح ـ على ضلع ـ ا ب ـ اعنى ـ ا ه ـ
ح م ـ هو ـ ا م ـ الفضل الاول وعلى ضلع ـ ا ط ـ لمثل ذلك
الى الفضل الثانى •

وايضا فان مجموع خطوط ـ ه ب ـ ب ج ـ ج ط ـ ط
ح ـ هو ايضا نصف جماعة اضلاع المنحرف ففضله على ضلع

ب ج ـ هو مجموع ـ ج ط ـ ط ح ـ مع ـ ح م ـ المساوى ـ له ب ـ وهو الفضل الثالث وفضله على ضلع ـ ج ط ـ لمثل ذلك هو ل ب ـ ل ج ـ وهو الرابع ولكن ضرب ـ اب ج د ـ كما تقدم وسط فى النسبة بين ضرب ـ ل ـ الثانى فى مجموع ـ ل ب ـ ب ج ـ الرابع بين ضرب ـ ام ـ الفضل الاول فى مجموع ـ م ط ـ ط ج ـ الثالث وسواء ضربنا احد هذين المضروبين فى الآخر اوضربنا الفضل الاول فى الثانى وما اجتمع فى الثالث وما اجتمع فى الرابع فان بكليهما يحصل مربع الموسط اعنى المنحرف فاذا أخذنا جذره كان المطلوب •

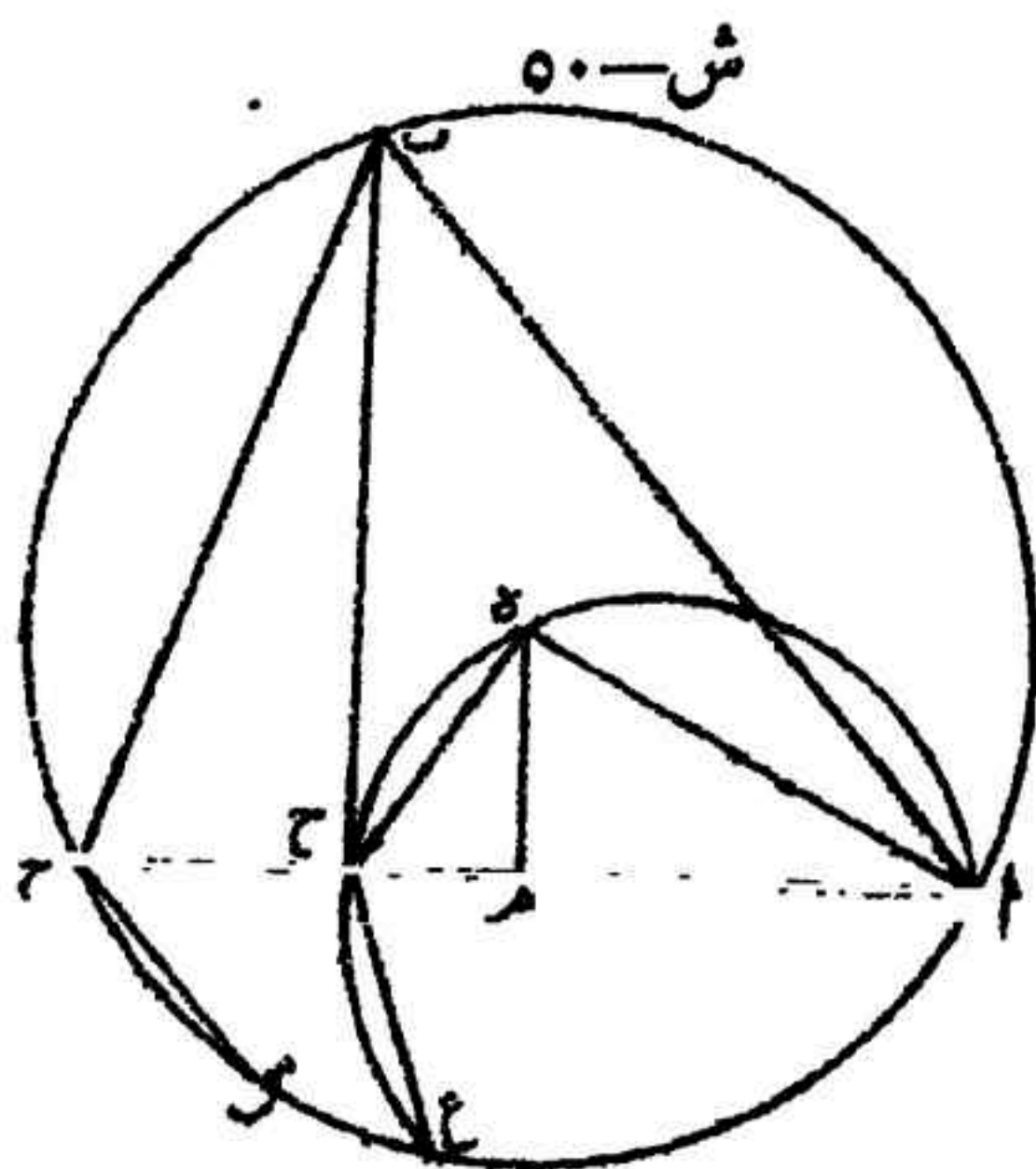
ش ـ ٤٩

اقامة البرهان على عمل لمحمد بن الصباح

فى رصد الميل الاعظم

لمحمد هذا رسالة فى هذا المعنى بحساب مجرد عن البرهان وانا اشير الى مغزاه وهو انه رصد سعة المشرق فى فصل واحد من فصول

السنة ثلاث مرات على اطراف مدتين متساويتين واقتضى حسابه
انه فرض دائرة مخطوطة يبعد جيب سعة المشرق الكلى وكأنها
ا ب ج ـ فيها اوتار ـ ل د ـ ك ط ـ ا ب ـ متوازية معلومة وهى
اضعاف جيوب سعة مشارق الشمس الثلاث ومطلوبه قطر هذه
الدائرة فنصل بقضية حسابه ـ ا د ـ فتساوى وتر ـ ك ط ـ لأن
قوس ـ ل د ـ مع قوسى ـ ل ك ـ و ط ـ المتساويتين فرضا لتساوى
المدتين وذلك بالتقريب منه دون التحقيق مساوية لقوس ـ ل د
مع قوسى ـ ل ك ـ ك ا ـ المتساويتين ونجعل قوس ـ د ج
مساوية لقوس ـ د ا ـ ونصل ـ ب ج ـ فيكون مساويا ـ ل د
ولأن مربع ـ ا د ـ ونسميه المحفوظ الثانى مساو لمربع وتر ـ د ب
وضرب ـ ا ب ـ المحفوظ الثالث فى ـ ب ج ـ المحفوظ الأول
فد ب ـ الوتر معلوم ونخرج عمود ـ د ه ـ فيكون معلوما لأن
د ب ـ الوتر معلوم ـ و ـ ه ب ـ نصف ـ ا ب ـ ل د ـ ونخرج
قطر ـ د ح ـ ونصل ـ ا ح ـ فيتشابه مثلثا ـ د ه ب ـ د ا ح
وتكون نسبة ـ د ب ـ الوتر الى ـ د ه ـ العمود كنسبة ـ د ح
القطر الى ـ د ه ـ المحفوظ الثانى وقطر ـ د ح ـ معلوم بحسب
موضوعه وهو جيب سعة المشرق الكلى ومنه يعلم الميل الاعظم لأن
نسبة جيب سعة المشرق الى جيب الميل فى المدار الواحد كنسبة
الجيب كله الى جيب تمام عرض البلد وهى نسبة واحدة ثابتة فى كل

بلد

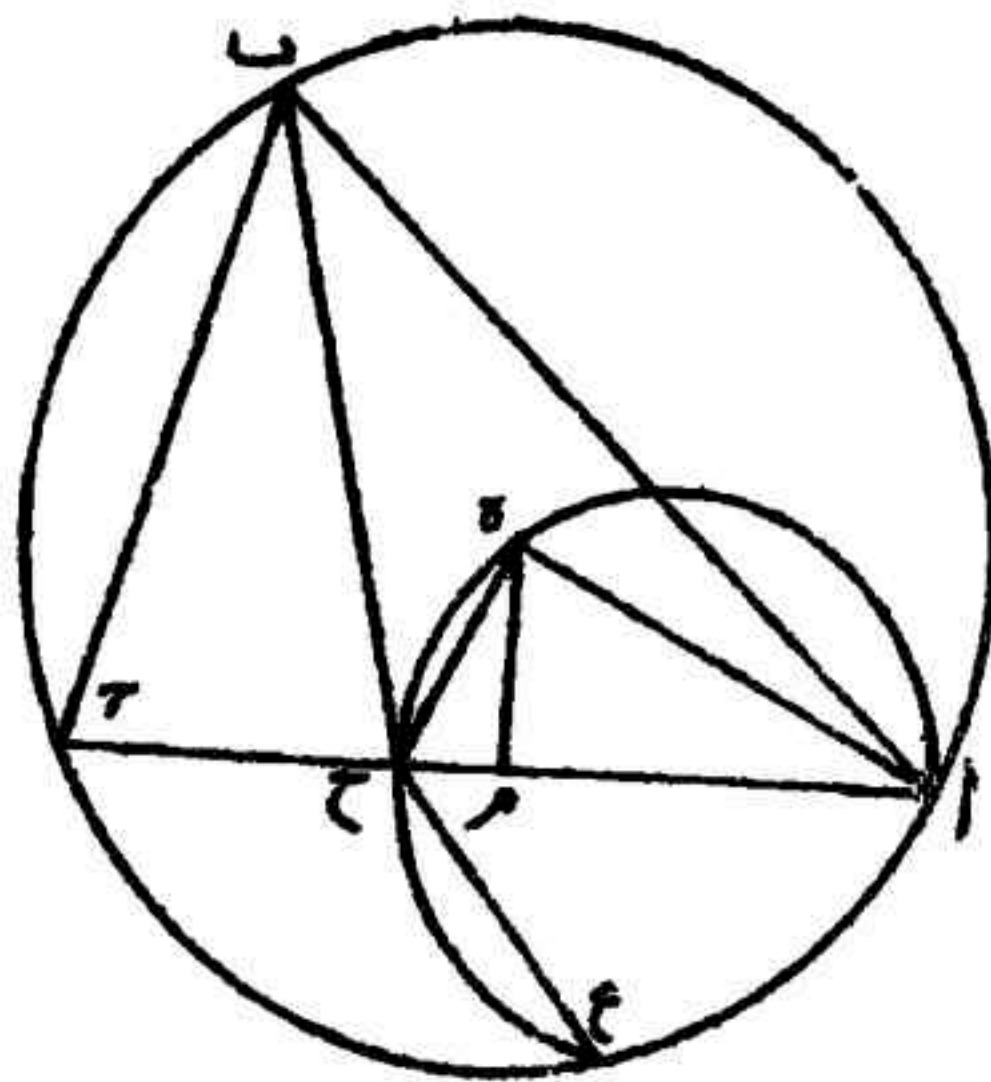
بلد على مقدار واحد ومهما كان مارصد من سعة المشارق ارتفاعات فى فلك نصف النهار كان الشغل اسهل والامر الى التحقيق اقرب ٠

معرفة موضع اوج الشمس وما بين المركزين من رصد ثلاث نقط بينها فى الرؤية ارباع دوائر من كتابى فى التطريق الى تحقيق حركة الشمس

لعل الفلك الخارج المركز ـ ا ب ج ـ ومركزه ـ ه ومركز فلك البروج الذى هو موضع الابصار بالقوة ـ ح ـ والنقط المرصودة من فلك البروج هى التى ينتهى اليها خطوط ـ ح ا ـ ح ب ح ج ـ فمن البين ان ـ ا ح ـ ح ج ـ متصلان على استقامة و ح ب ـ قائم عليه على زوايا قائمة فلأن حركة الشمس الوسطى (١) حاملة قبل هذا المطلب تكون قوسا ـ ا ب ـ ب ج ـ وسط مسيرها فيما بين اوقات طولها النقط المرسومة للرصد فهما اذن معلومتان ونفرز قوس ـ ب ج س ـ مساوية لقوس ـ ب ـ ونصل ـ ج س

(١) هنا خرم فى الاصل ٠

ونتزل على ـ اج ـ عمود ـ ه م ـ ونصل ـ اه ـ ه ح ـ وندير على مثلث ـ اه ج ـ دائرة ٠

ونصل منها قوس ـ ه ح ع ـ مساوية لقوس ـ اه ونصل ـ ح ع ـ فمعلوم انا اذا قسمنا فضل ما بين مربعى ـ اب ب ج ـ على مربع ـ اج ـ نخرج ـ ج س ـ ونصف مجموعه الى ل د ـ وهو ـ اح ـ فهو معلوم ونصف فضل ما بين ـ ج س اج ـ هو ـ ج ح ـ المساوى ـ لح ع ـ فاذا القينا مضروب اح ـ ح ع ـ من مربع الجيب كله اعنى ـ اه ـ بقى مربع ـ ه ح الذى ما بين المركزين فهو معلوم ونسبه الى ـ ه م ـ كنسبة جيب زاوية ـ م ـ القائمة فى مثلث ـ ه م ح ـ الى جيب زاوية ه ح م ـ فيه فهذه الزاوية معلومة وهى بمقدار بعد نقطة الاوج فى فلك البروج من النقطة التى ينتهى اليها خط ـ ح ا ـ المرصود فموضع الاوج معلوم ٠

ش ـ ٥١

معرفة ذلك من نقطتين

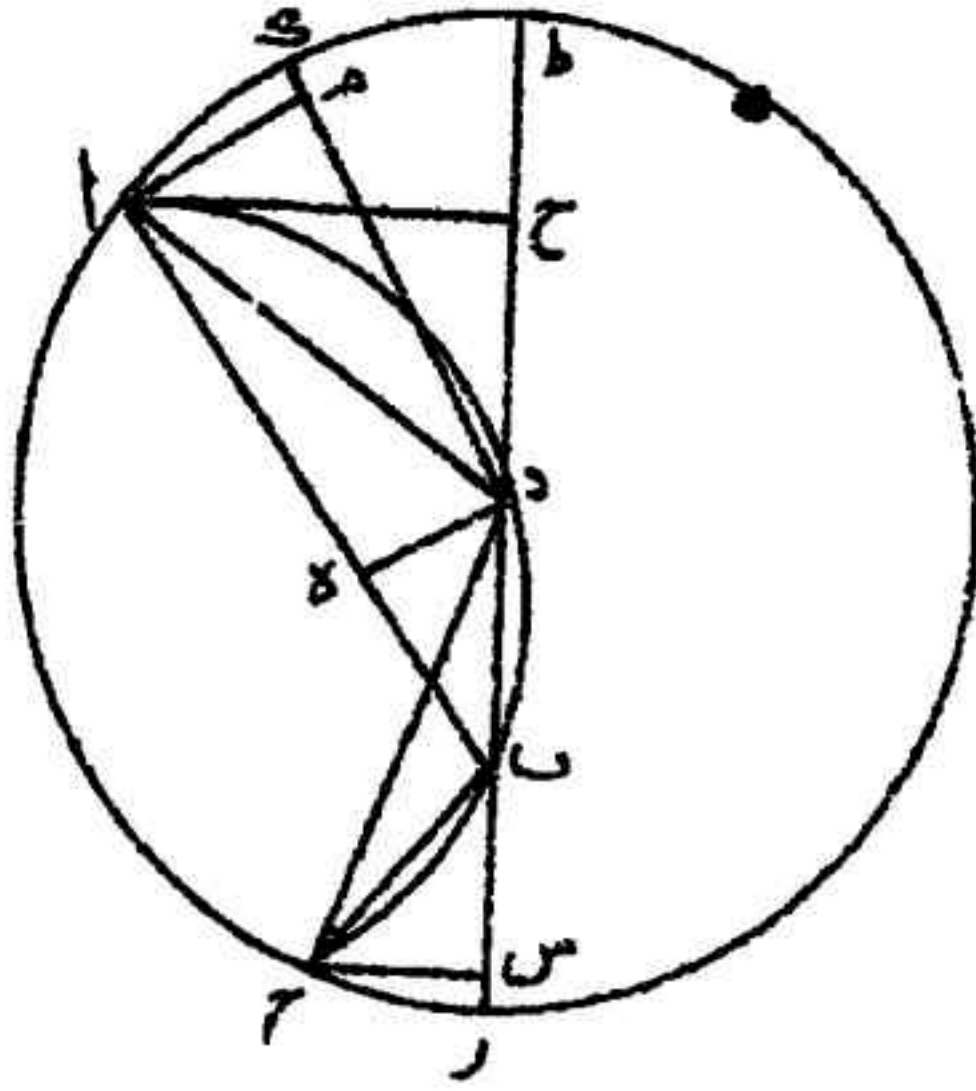
فى فلك البروج بينهما نصف دائرة

وبعد الثالثة عنهما كيف اتفق

فليكن بين نقطتى ـ ا ـ ج ـ نصف دائرة حتى تكونا متقاطرتين و ـ ح ب ـ غير قائم على خط ـ ا ح ج ـ فنى مثلث ا ب ح ـ زاوية ـ ب ا ح ـ بمقدار نصف الحركة الوسطى على زاوية ـ ب ح ج ـ المعلومة •

وذلك لأن زاوية ـ ب ا ح ـ على المحيط فبالتنصيف تتحول الى المركز وزاوية ـ ب ح ا ـ باقيها الى تمام القائمتين فتبقى زاوية ـ ا ب ح ـ معلومة فمثلث ـ ا ب ح معلوم الزوايا ونسبة ـ ا ب ـ وتر الحركة الوسطى فيما بين نقطتى ا ـ ب ـ الى ـ ا ـ ح ـ كنسبة جيب زاوية ـ ا ح ب ـ الى جيب زاوية ـ ا ب ح ـ فا ح ـ معلوم واذا القيناه من ـ ا ج ـ وتر الحركة الوسطى فيما بين نقطتى ـ ا ـ ج ـ بقى ـ ج ح ـ معلوما وهو مساو ـ لح ع •

فاذا القينا مضروب ـ ا ح ـ فى ـ ح ع ـ من مربع ـ ا ه ـ الجيب كله بقى مربع ـ ه ح ـ ما بين المركزين وباقى العمل الى معرفة الاوج على حاله •

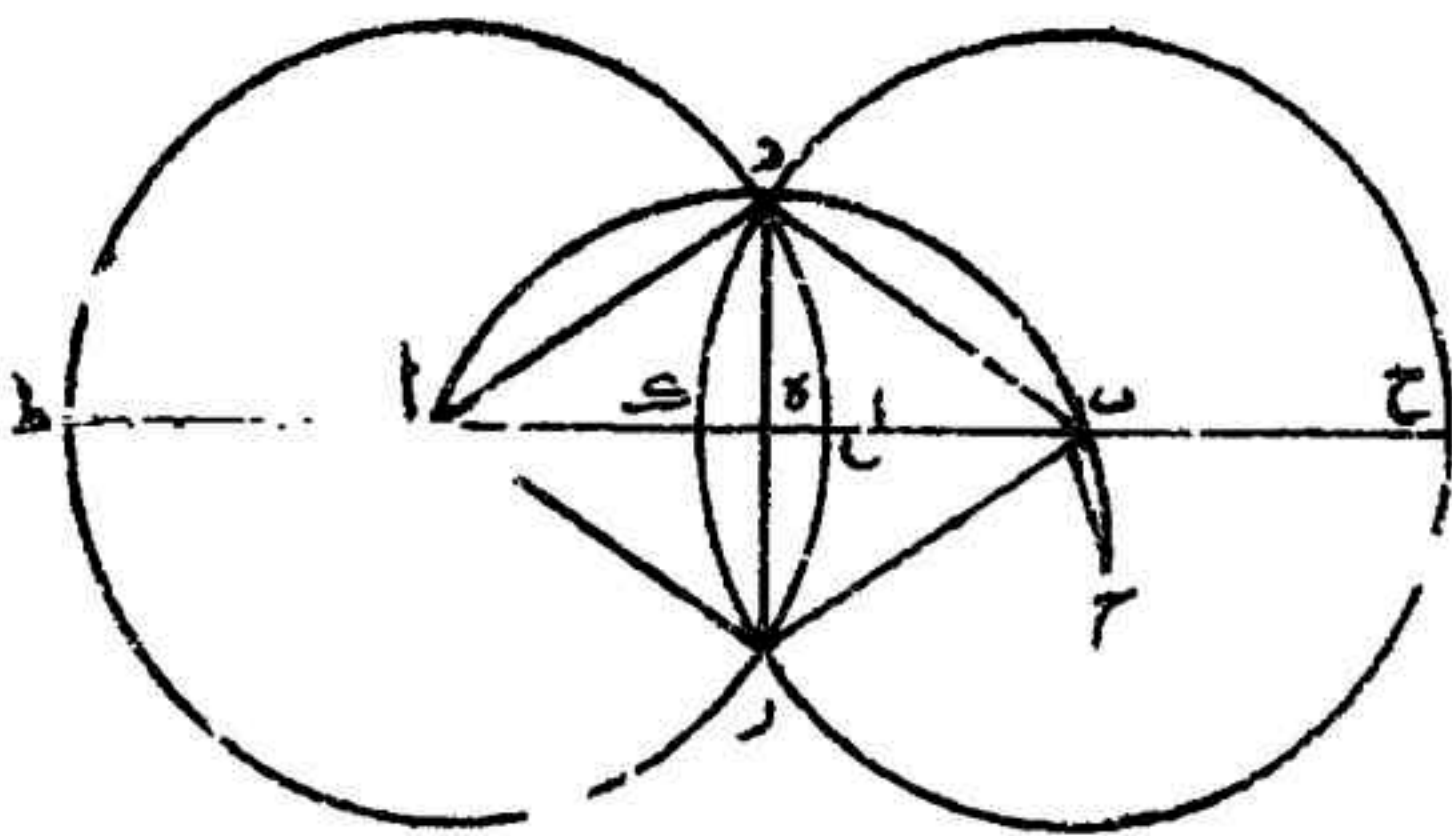
ش — ٥٢

حل التعديل لنصف الفلك الخارج المركز

من كتاب لى مخصوص بهذا المعنى

لتكن دائرة ـ ط ا ز ـ للفلك الخارج المركز على مركز ـ د وليكن ـ ب ـ مركز الفلك المثل المار عليهما ـ ط د ب ز ـ فيكون ط ـ البعد الابعد ـ و ـ ز ـ البعد الاقرب ونفرض الشمس على نقطة ـ ا ـ فيكون ـ ط ا ـ الحصة وننزل عمود ـ ا ح ـ على القطر فيكون جيبها و ـ ح د ـ جيب تمامه ونصل ـ ا د ـ ا ب فمعلوم ان زاوية ـ ط د ا ـ بمقدار الحصة وان زاوية ـ ط ب ا ـ بمقدار رؤيتها وهى الحصة المقومة وزاوية ـ ط د ا ـ الخارجة من مثلث ا د ب ـ المساوية لزاويتى ـ د ب ا ـ د ا ب ـ فزاوية ـ د ا ب هى فضل ما بين زاويتى ـ ط د ا ـ ط ب ا ـ لكن فضل كما (١)

(١) كذا والظاهر ـ ما .

بين الوسط والمقوم هو التعديل فزاوية ـ د ا ب ـ بمقدار تعديل
حصة ـ ط ا ـ ونريد ان نعرفها فننزل عمود ـ د ه ـ على ـ ا
ب ـ وندير على مثلث ـ ا د ب ـ دائرة تحيط به ونصل ـ ب ج
فلانفراج زاوية ـ ا د ب ـ نفضل مربع ـ ا ب ـ على مربعى ـ ا د
د ب ـ لضعف ضرب ـ ب د ـ فى ـ د ح ـ فمتى ضربنا جيب تمام
الحصة وهو ـ دح ـ فى ضعف ـ د ب ـ وهو جيب التعديل الاعظم
وجمعنا ما بلغ الى مجموع مربعى ـ ا د ـ الجيب كله و ـ د ب ـ جيب
التعديل الاعظم حصل مربع ـ ا ب ـ فاذا أخذنا جذره كان ـ ا ب
ولأن خط ـ ا ب ج ـ المنحنى فى قوس ـ ا ب ج ـ وقد نصفه
عمود ـ د ه ـ فانا اذا القينا مربع ـ د ب ـ جيب التعديل الاعظم
من مربع ـ د ا ـ الجيب كله بقى ضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج
فاذا قضيناه على ـ ا ب ـ خرج ـ ب ج ـ فاذا زدناه على ـ ا ب
واخذنا نصف الجملة كان ـ ا ه ـ وفضل مابين مربعه وبين مربع ـ ا
د ـ الجيب كله وهو مربع ـ د ه ـ واذا نقصنا ـ ب ج ـ من ـ ا ب
بقى مربع ـ ب ه ـ وفضل ما بين مربعه وبين مربع ـ د ب ـ جيب
التعديل الاعظم هو مربع ـ د ه ـ ايضا ـ فده ـ معلوم وهو جيب
زاوية التعديل فى الدائرة التى قطرها ـ ا د ـ لكن اذا اخرجنا
دك ـ يوازى ـ ا ب ـ و ـ ا م ـ عمودا عليه توازت اضلاع سطح
ا ه د م ـ و ـ ا م ـ الذى هو جيب زاوية ـ ا د ك ـ يساوى ـ د ه

وزاويتا ـ ادك ـ داب ـ المتبادلتين متساويتين ـ فده ـ اذن جيب التعديل فى الفلك الخارج المركز لحصة ـ طا ـ و ـ اه ـ جيب تمامه فان كانت الحصة ـ زج ـ كان جيبها ـ ج س ـ وزاوية ج ب د ـ منفرجة فاذا القينا مربع ـ دب ـ من مربع ـ دج بقى ضرب ـ دب ـ فى ـ ب س ـ مرتين و ـ ب س ـ فضل ما بين جيب تمام الحصة و بين جيب التعديل الاعظم واذا القينا ضعف ضرب ـ دب ـ فى ـ د س ـ من البقية بقى مربع ـ ج ب فاذا قسمنا عليه فضل ما بين مربعى ـ اد ـ دب ـ خرج ـ اب ونصف مجموعه مع ـ ب ج ـ هو ـ اه ـ ونصف فضل ما بينهما به ـ فده ـ معلوم وهو جيب زاوية ـ داه ـ لكن هذه الزاوية مساوية لزاوية ـ ب ج ه ـ فده ـ ايضا جيب تعديل حصة ب ز ج ـ اعنى ـ طاج ـ وحال التعديل فى فلك التدوير على مثله وتستمر المؤامرة فيه اذا انتقلت هذه الارقام اليه مع ادنى تأمل وروية ٠ ش ـ ٥٣

معرفة

معرفة القطعة المنكسفة من احد النيرين

من كتابى فى المسائل المفيدة

لتكن دائرة ـ د ط ز ل ـ للكاسف على مركز ـ ا و دائرة ـ د ك ز ح ـ للمنكسف على مركز ـ ب ـ وقد حصل من الزيج قطراها تين الدائرتين بمقدار دوائر العظام اعنى الذى به الدائرة العظيمة ٠

على الكرة ثلاثمائة وستين جزءا ونريد ان تعلم تكسير قطعة دك ز ل ـ التى تسترها دائرة ـ د ط ز ل ـ من دائرة ـ د ك ز ح بالمقدار الذى به تكسير جميع دائرة ـ د ك ز ح ـ اثنا عشر فنصل ب ز ـ ب د ـ ا د ـ ا ز ـ ونخرج الخط المار على المركزين ومعه ط ا ب ج ـ وهذه كلها قسىء إلا انا نستعملها استعمال الخطوط المستقيمة لصغر مقدارها بالانكسافة (١) الى دور الدائرة التى عليها ـ ط ا ب ج ـ فندير على مثلث ـ ا د ب ـ دائرة تحيط به ونأخذ منها قوس ـ د ب ج ـ مساوية لقوس ـ ا د ـ ونصل ـ ب ج ـ فخط ـ ا ب ج ـ منحنى فى قوس ـ ا د ب ج ـ وعموده ـ د ه ينصفه فاذا القينا مربع ـ ب د ـ نصف مقدار فلك النير من مربع ا د ـ نصف مقدار فلك الكاسف بقى ضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج فاذا قسمناه على ـ ا ب ـ وهو عرض القمر فى كسوفه مطلقا وعرضه المرى المسمى فى كسوفات الشمس محكما خرج ـ ب ج ـ ونصف

---

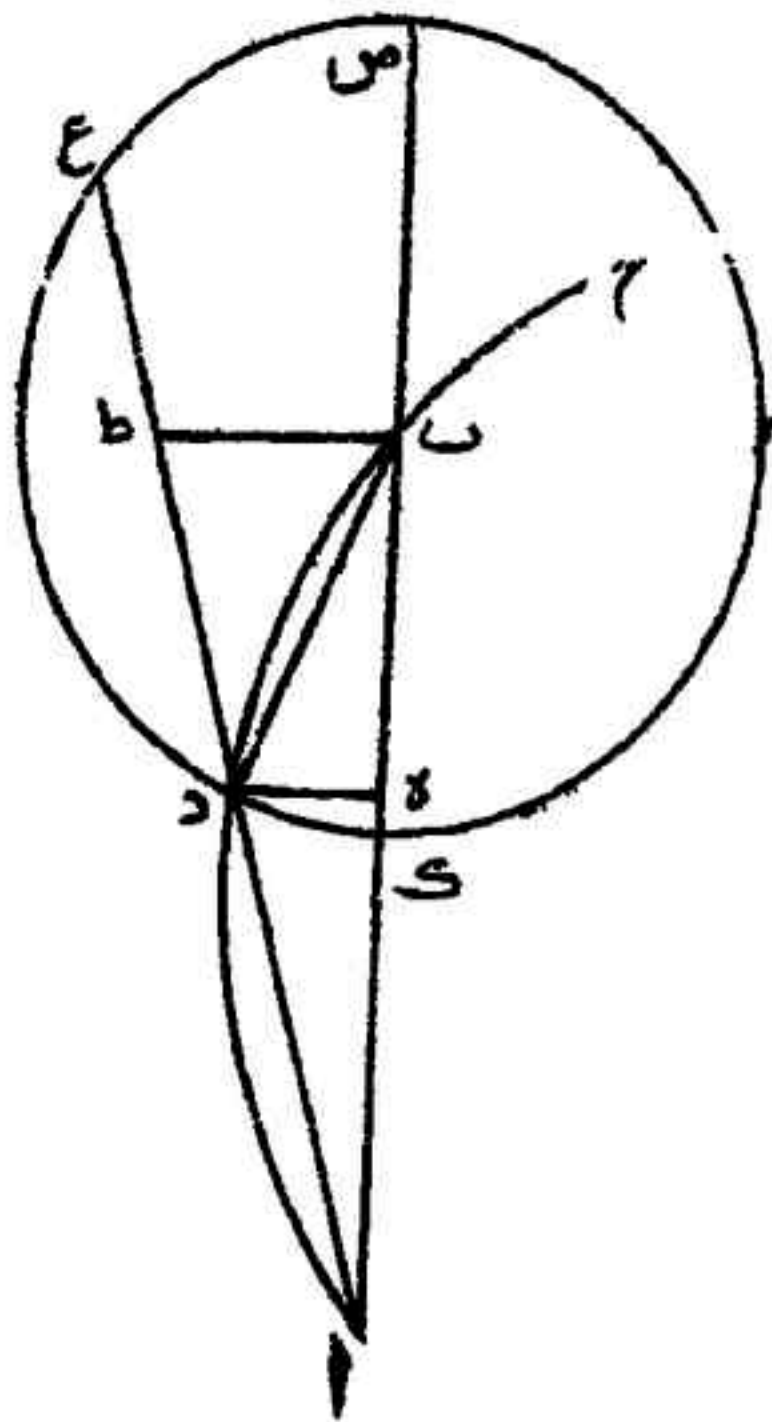
(١) هنا خرم فى الاصل

مجموعة مع ـ اب ـ هو ـ اه ـ فكل واحد من ـ اه ـ ه ب ـ معلوم وضرب ـ ل ه ـ فى ـ ه ط ـ يساوى مربع ـ ه د ـ لكن ـ ه د اذا اخرج لنا خرج بالمقدار الذى به حصل كل واحد من قطرى الكاسف والمنكسف وليست لنا جيوب على هذا المقدار مقطوعة حتى يمكننا منها معرفة قوس ـ د ل ـ فلذلك نحتاج الى تحويل هذا اعنى ـ ه د ـ الى المقدار الذى به ـ ب د ـ الجيب كله بان نضربه فى ـ ال ـ ونقسم المبلغ على الجيب كله فيخرج ـ ه د بالمقدار المطلوب •

ونقوسه حينئذ فى جداول الجيوب فنخرج قوس ـ د ل بالمقدار الذى به دور الكاسف ثلاثمائة وستين جزءا ومتى عرفنا نسبة قوس ـ د ل ـ الى دور دائرة الكاسف بذلك المقدار احتجنا الى ان نعرف قدره بالمقدار الاول الذى به عرفنا اولا مقدار القطر الكاسف فلأن نسبة القطر الى الدور نسبة واحدة الى ثلاثة وسبع بضرب ـ ط ل ـ فى ثلاثة وسبع فيجتمع دور الكاسف ونسبة ـ د ل بهذا المقدار وهو المطلوب الى دور الكاسف بهذا المقدار كنسبة بالمقدار الذى به دور الكاسف ثلاثمائة وستين جزءا الى جميع دوره كذلك فاذا حصل ـ د ز ـ المطلوب ضربناه فى ـ ال ـ فاجتمع تكسير قطاع ـ ادل ز ـ واذا ضربنا ـ اه ـ فى ـ ه د ـ اجتمع تكسير مثلث ـ اد ز ـ وفضل ما بينه وبين تكسير القطاع هو مساحة

قطعة

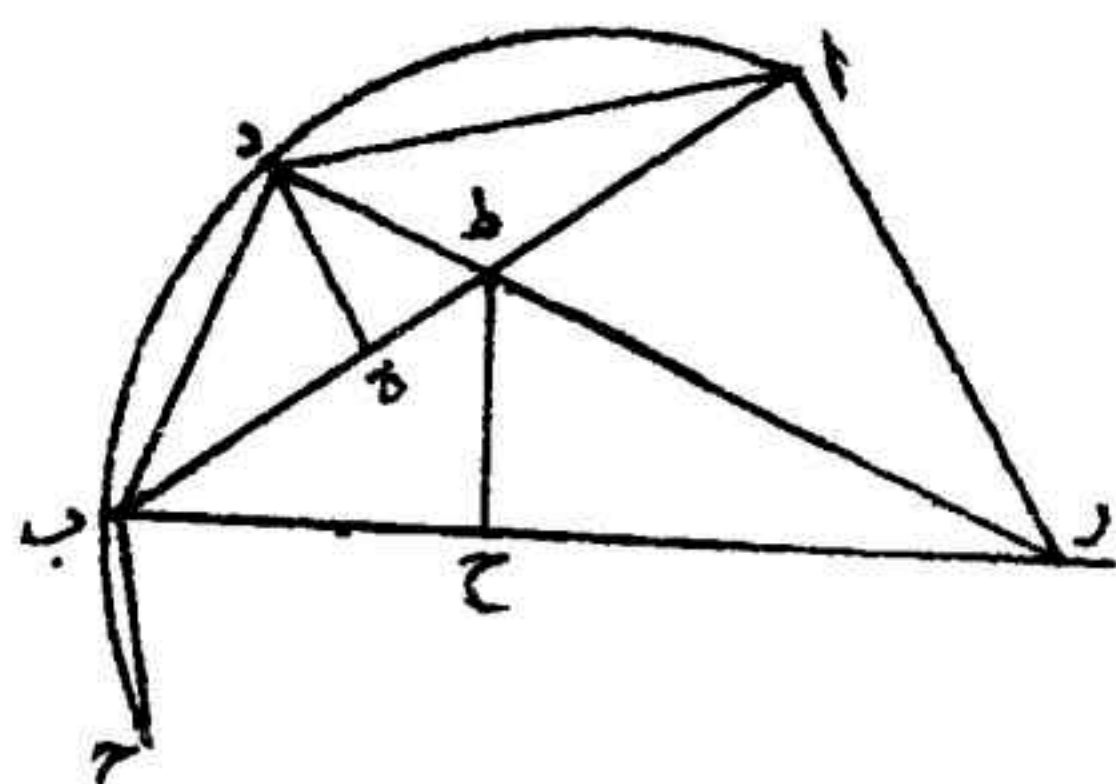
قطعة ـ دل زه ـ ثم يتمثل فى قوس ـ ك د ـ وقطاع ـ دك زب
ومثلث ـ د ب ز ـ العمل المتقدم حتى تحصل لنا مساحة قطعتى
الكاسف والمنكسف فيجتمع مساحة القطعة المنكسفة إلا انها
بالمقدار الذى به ـ ج ك ـ قطر المنكسف هو العدد الاول الذى
حصل لنا من الزيج •

ش ـ ٥٤

ونحتاج ان نحوله الى المقدار الذى به مساحة المنكسف
كله اثنا عشر فلأن نسبة الجزء من الدائرة الى الجزء المشابه له من
الدائرة الاخرى كنسبة كل الدائرة الاولى الى كل الدائرة الاخرى
ونسب الدوائر بعضها الى بعض على نسب مربعات اقطارها فنسبة
تكسير القطعة المنكسفة بالمقدار الذى حصل لنا الى تكسيرها
بالمقدار الذى به مساحة جرم المنكسف اثنا عشر كنسبة مربع
قطر المنكسف على ما حصل لنا من الزيج الى مائة واربعة واربعين

فساحة القطعة المنكسفة على ما طلبناها معلومة •

معرفة قوس رجوع الكوكب من كتابى فى ابطال البهتان بايراد البرهان على اعمال الخوارزمى فى زيجه

لتكن دائرة ـ س ع د ـ فلك تدوير الكوكب على مركز ـ ب ـ و ـ ا ـ مركز العالم ونسبة نصف ـ ع د ـ اعنى ط د ـ الى ـ ا د ـ كنسبة مسير الطول الى مسير الاختلاف اعنى مسير مركز فلك التدوير على محيط حامله الى مسير جرم الكوكب على محيط فلك التدوير فيكون ـ د ـ موضع المقام و ـ ك د ـ نصف قوس الرجوع •

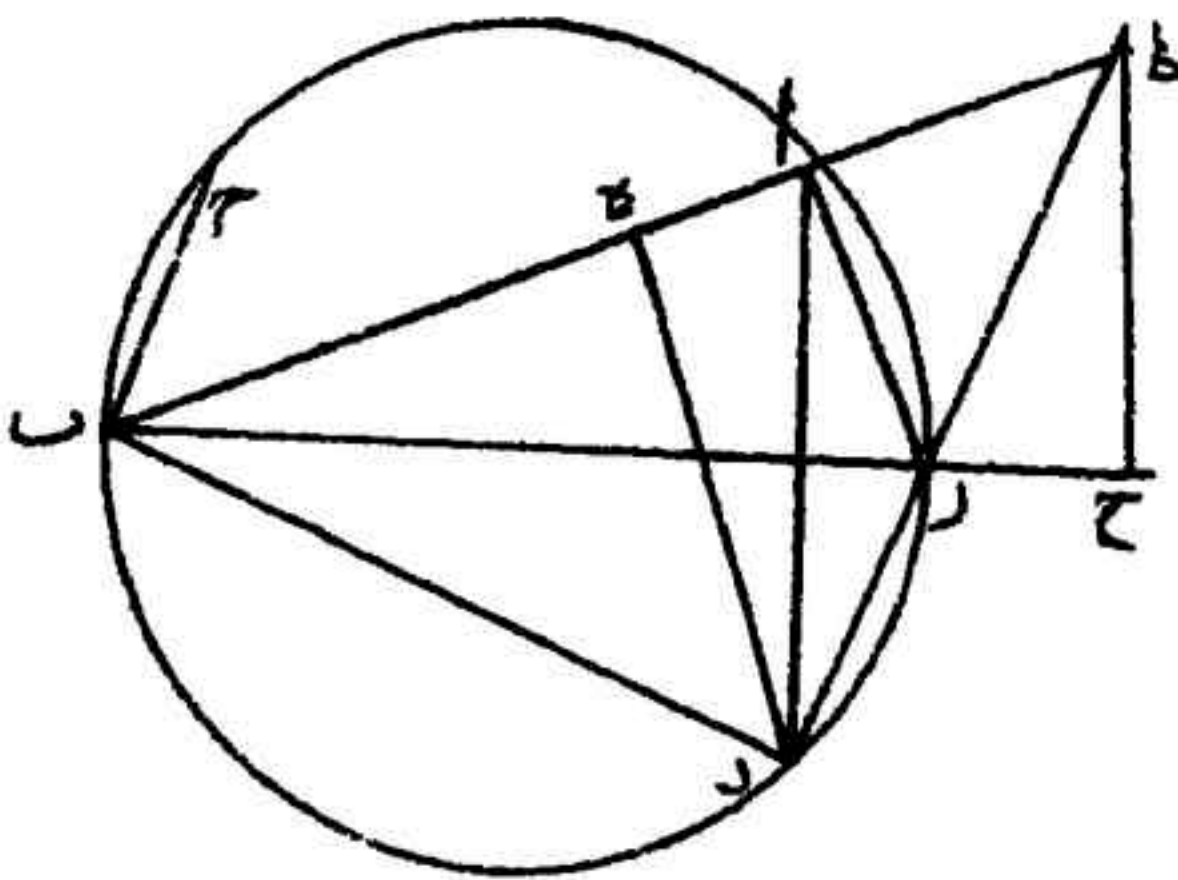
ولما استخرج بطلميوس كل واحد عن ـ ا د ـ د ط ـ باقسام اب ـ الستين سلك فى معرفة زاوية ـ د ب ك ـ طريقته فى جميع اعمال كتاب المجسطى • ش ـ ٥٥

ولندر نحن على مثلث ـ ا د ب ـ دائرة و نفرز منها ـ د ج
مساوية ـ لا د ـ ونصل ـ ب ج ـ وننزل عمود ـ د ه ـ فلأن
اب ج ـ منحنى فى قوس ـ ا د ج ـ يكون مربع ـ ا د ـ المعلوم مساويا
لمربع ـ ب د ـ نصف قطر فلك التدوير وضرب ـ اب ـ الذى
هوستون فى ـ ب ج ـ المجهول واذا القينا مربع ـ ب د ـ من مربع
ا د ـ بقى ضرب ـ اب ـ فى ـ ب ج ـ فاذا قسمناه على ـ اب
خرج ـ ب ج ـ ونصف مجموعه الى ـ اب ـ هو ـ اه ـ فه ب
معلوم و ـ د ه ـ يكون معلوما باجزاء ـ اب ـ ونسبة ـ د ه ـ بهذا
المقدار الى ـ د ب ـ بهذا المقدار كنسبة ـ د ه ـ بالمقدار الذى به ـ دب
الجيب كله الى ـ د ب ـ الجيب كله فاذا احولناه وقوسناه خرج
دك ـ المطلوبة وهوما اردناه •

مسئلة احوج اليها معرفة الابعاد فى مقالتى فى
دلالة الآثار العلوية على الاحداث السفلية

مثلثا ـ زاب ـ ب د ز ـ قائمى زاويتى ـ ا ـ د ـ وهما معا
على قاعدة ـ ز ب ـ وقد اخرج عمود ـ ط ح ـ على ز ب ـ من
نقطة تقاطع ـ ز د ـ ب ا ـ كيف نعلم ـ ط ح ـ من اضلاع المثلثين
المعلومة فلنصل ـ اد ـ فيكون معلومان من جهة ان ذا اربعة اضلاع
ا د ب ز ـ مما تحيط به دائرة لأن ـ د ب ـ وتر كل واحدة من
زاويتى المثلثين القائمين فهو بعينه قطر للدائرة المحيطة بكل واحدمنها

وضرب ـ اب ـ المعلوم فى ـ دز ـ المعلوم مساو لمجموع ضرب
از ـ المعلوم فى ـ دب ـ المعلوم وضرب ـ زب ـ المعلوم فى ـ اد ـ المجهول
ثم ندير على مثلث ـ ادب ـ دائرة تحيط به ونفرز قوس ـ دبج
المساوية لقوس ـ اد ـ وننزل عمود ـ ده ـ على ـ اب ـ فيكون خط
ابج ـ منحنيا فى قوس ـ ابج ـ بنصفه عمود ـ ده ـ واد
يقوى على ـ بد ـ وضرب ـ اب ـ فى ـ بج ـ المجهول فهو
اذن معلوم ـ واه ـ ەب ـ لذلك معلومان ولأن زاوية ـ بدط
قائمة ـ ود ه ـ عمود على ـ بط ـ يكون ضرب ـ به ـ فى
ەط ـ مساويا لمربع ـ ده ـ فتى قسمنا مربع ـ ده ـ على ـ ەب
خرج ـ ەط ـ فيصير ـ بط ـ كله معلوما ونسبة ـ طب
المعلوم الى ـ طح ـ المطلوب كنسبة ـ زب ـ المعلوم الى ـ زا
المعلوم ـ فطح ـ معلوم وذلك ما اردناه •

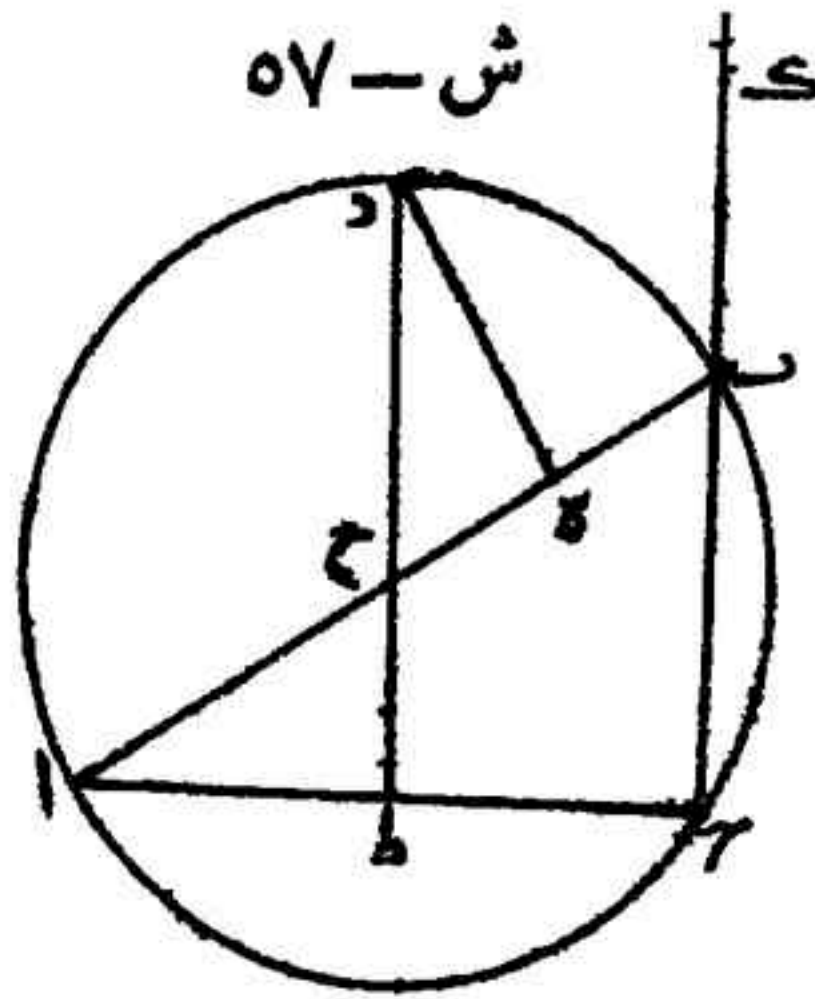
ش ـ ٥٦

(١٠) مسئلة

مسئلة النخلة ويجيء ذكرها فى كتاب الجبر والمقابلة

اذا كان خسشبة معلومة الطول منصوبة على الارض قائمة على وجهها قد انكسرت وانعطفت حتى بلغ الارض فكان ما بين موضع رأسها من الارض الى اصلها معلوما واردنا معرفة موضع انكسارها ضربنا نصف البعد الذى بين موضع رأسه من الارض وبين اصله فى نفسه وقسمنا المجتمع على نصف طول الخشبة فما خرج فهو الذى ان نقص من طول الخشبة بقى ما بقى منها قائما على وجه الارض وان زيد على نصف طولها اجتمع مقدار ما انكسر وانعطف الى الارض .

فلتكن الخشبة ــ ك ج ــ قائمة على ــ ا ج ــ وجه الارض ولما انكسرت على ــ ب ــ وانعطفت ولم ينماز احد قسميها من الآخر بلغ رأسها نقطة ــ ا ــ من الارض وكان ــ ا ج ــ معلوما ونريد الآن معرفة مقدار ــ ب ج ــ فلندر على مثلث ــ اب ج ــ القائم زاوية ج ــ دائرة ونخرج عمود ــ د ه ــ على ــ اب ــ من منتصف قوس ــ اب ج ــ وعمود ــ د ط ــ على ــ اج ــ فلأنه خارج من منتصف القوس فانه لا محالة ينصف وتر ــ ا ج ــ وتكون قطعة من قطر الدائرة و ــ اب ــ قطرها فالمركز نقطة ــ ج ــ ضرورة ومثلثا ــ ده ح ــ اط ح ــ المتناظران قائمى زاويتى ــ ه ــ ط ــ فهما متشابهان و ــ دح ــ يساوى ــ ح ا ــ فدم ــ يساوى ــ اط ــ اذن

ونسبة ـ اه ـ نصف طول الخشبة الى ـ ه د ـ المساوى ـ لا ط
كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ب ـ المطلوب فهو معلوم فاذا زدناه على
اه ـ اجتمع ـ اب ـ المنكسر من الخشبة واذا نقصناه من ـ اه
اعنى مجموع ـ ج ب ـ ب ه ـ بقى ـ ب ج ـ الباقى منها قائما على
الارض •

ش ــ ٥٧

مسئلة الطائرين والسمكة وهى متداولة
فى كتاب الجبر والمقابلة

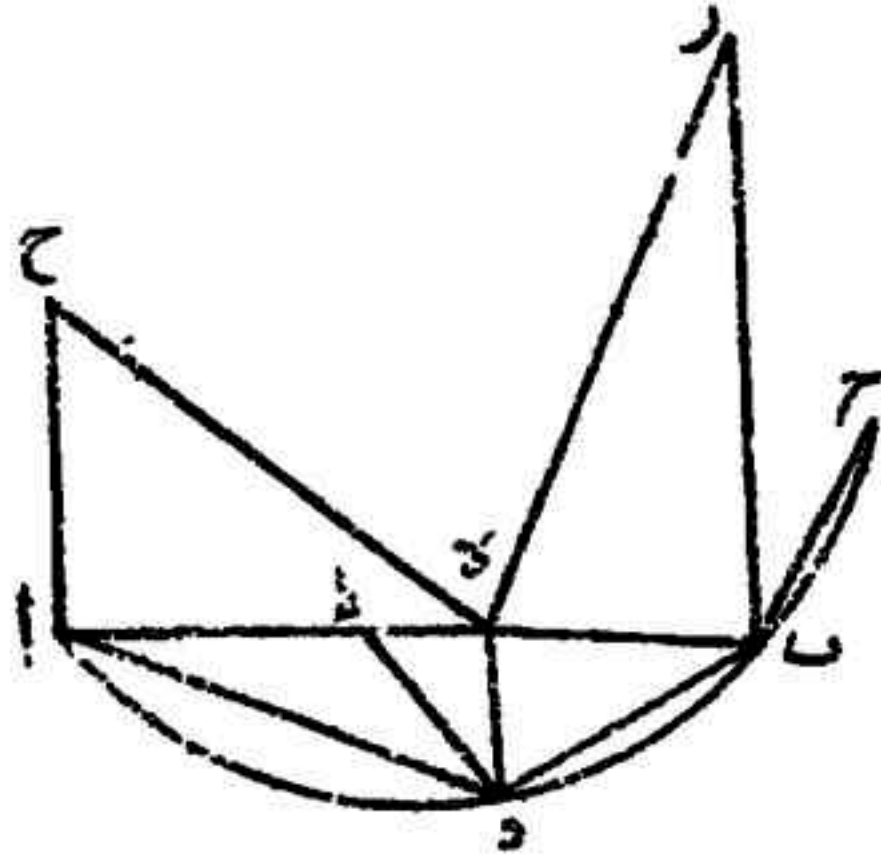
نخلتا ـ ب ز ـ ا ح ـ معلومتا الطولين على حافتى نهر عرضه
اب ـ وقد ظهر على وجه الماء فيه سمكة فانقض عليها من رأسى
النخلتين طائران واصطادها معافى وقت واحد ونريدان نعلم بعد موضع
ظهور السمكة من شاطئ النهر وماطاره الطائران فلنضرب كل واحد
من طول النخلتين فى نفسه ونقسم فضل ما بين المجتمعين منهما على
عرض النهر فما خرج نريده على المقسوم عليه ونأخذ نصف ما بلغ

فيكون بعد موضع ظهور السمكة من اصل النخلة القصيرة وان القينا ذلك من عرض النهر بقي بعده من اصل النخلة الطويلة وان ضربنا طول النخلة فى نفسه وبعد مابين اصلها وبين موضع السمكة فى نفسه وأخذنا جذر مجموع المبلغين كان ذلك هوما طاره كل واحد من الطائرين

فليكن اطول النخلتين – ز ب – واقصرها – ح ا – وموضع ظهور السمكة على الماء – ه – ونصل – ز ه – ح ه – فيكونان متساويين لأنهما بعدان قطعهما الطائران فى زمان واحد ولذلك يساوى مجموع مربعى – ز ب – ب ه – مجموع مربعى – ح ا – ا ه – فيكون فضل مربع – ب ز – على مربع – ح ا – مساويا لفضل مربع – ا ه – على مربع – ب ه – ثم نعمل مثلث – ا ب د – ونجعل – ا د – فيه مساويا – لب ز – و – ب د – مساويا – لا ح – ونصل – د ه •

فاقول انه عمود على – ا ب – لا يمكن غيره فان امكن فلايكونن عمودا على – ا ب – ولننزل العمود فيكون – د ط – ففضل مابين مربعى – ب د – د ا – مساو لفضل ما بين مربعى – ب ط ط ا – ولكن فضل مابين مربعى – ب د – د ا – اعنى مربعى – ا ح – ب ز – مساو لفضل ما بين مربعى – ا ه – ب ه – فكل واحد من – ج ط – د ه – عمود على – ا ب – ففى مثلث – د ط ه زاويتان قائمتان سوى الثالثة هذا خلف – فد ه – هو العمود على ا ب – دون – د ط – ثم ندير على مثلث – ا د ب – دائرة يحيط به

و نفرز قوس ـ د ب ج ـ مساوية لقوس ـ ا د ـ فمربع ـ ا د بفضل على مربع ـ ب د ـ بضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج ـ فاذا قسمنا فضل ما بين مربعى ـ ا د ـ د ب ـ اعنى مربعى ـ ب ز ـ ا ح على ـ ا ب ـ خرج ـ ب ج ـ و ـ ا ه ـ بعد موضع السمكة من نخلة ا ح ـ هو نصف مجموعهما و ـ ه ب ـ بعده من نخلة ـ ب ز ـ هو نصف فضل ما بينهما •

ش ـ ٥٨

وقد يمكن وجود طرق الى المطالب فى المسائل المتقدمة اسهل من التى اتفقت فى الوقت إلا ان الغرض فى صرفها الى امرو احد هو الابانة عن محل خواص هذا الشكل من هذه الصناعة والارشاد الى كيفية التصرف فيها •

ذكر اوتار الدائرة

وما لا خفاء به ان معرفة اوتار قسى الدائرة لعلم الهيئة قائمة مقام الطور من المادة فيها تخرج من القوة الى الفعل وخواص هذا الشكل

الشكل يتسوى فى اكثرها سريان الروح فى البدن ولنشر الى ذلك فنقول انه لا بد من ان تكون من اوتار الدائرة واحدا معلوما لنستنبط سائرها منه وننسب مقاديرها اليه •

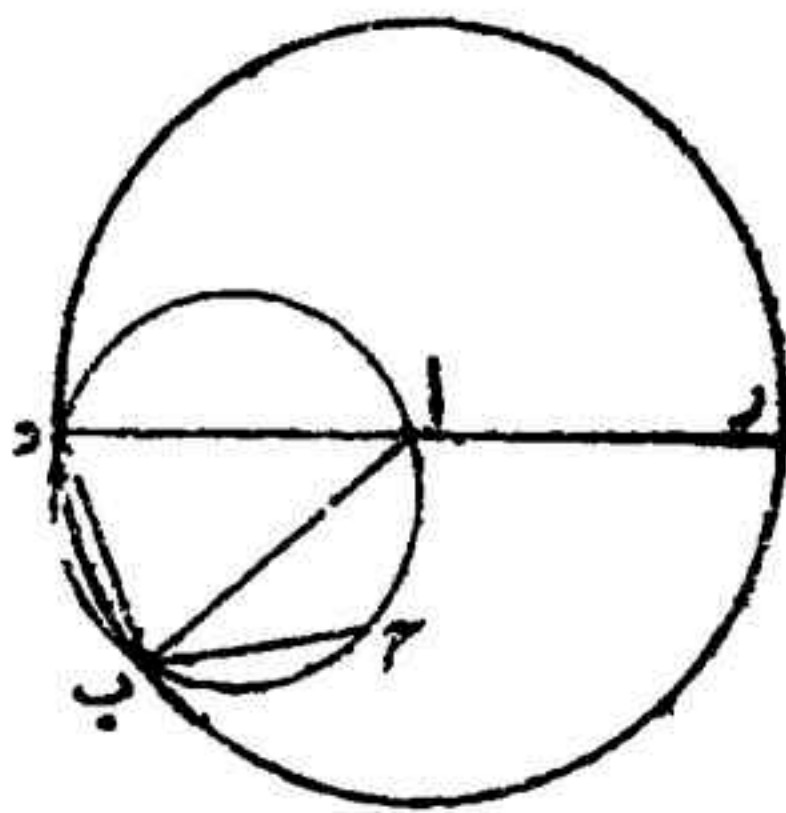
ومن البين ان الاوتار مختلفة باختلاف قسيها بعضها اصغر من بعض مشاكلة للكسور الموجودة كذلك فهى سيالة الى التصاغر غير واقفة عند حد محدود وما ليس بمحدود فلن يساغ الوقوف عند بعضه من غير ما سبب موجب للوقوف •

ولكنا اذا نظرنا الى الطرف الآخر منها وهو التعاظم وجدناه محدودا بالقطر الذى هو اعظم الاوتار فهو واقع منها مقام الواحد من الكسور فهو اذن الذى يجب ان يكون معلوما اما بتقدير الدور حتى يكون سبعة اجزاء من اثنين وعشرين من الدور واما بالوضع فانا انما نحتاج من الاوتار الى نسبها الى الاقطار لا الادوار وقد استبان ان وتر السدس مساو لنصف القطر فهو اول وتر عرفناه فى الدائرة وهو المنطق من بين سائره •

معرفة وتر العشر فى الدائرة

وليكن ــ د ب ــ وتر العشر فى دائرة ــ د ب ز ــ فاقول انه معلوم •

برهانه انا نخرج قطر ــ د ا ز ــ وليكن المركز ــ ا ــ ونصل ا ب ــ وندير على مثلث ــ ا د ب ــ دائرة ونفصل قوس ــ د ب ج

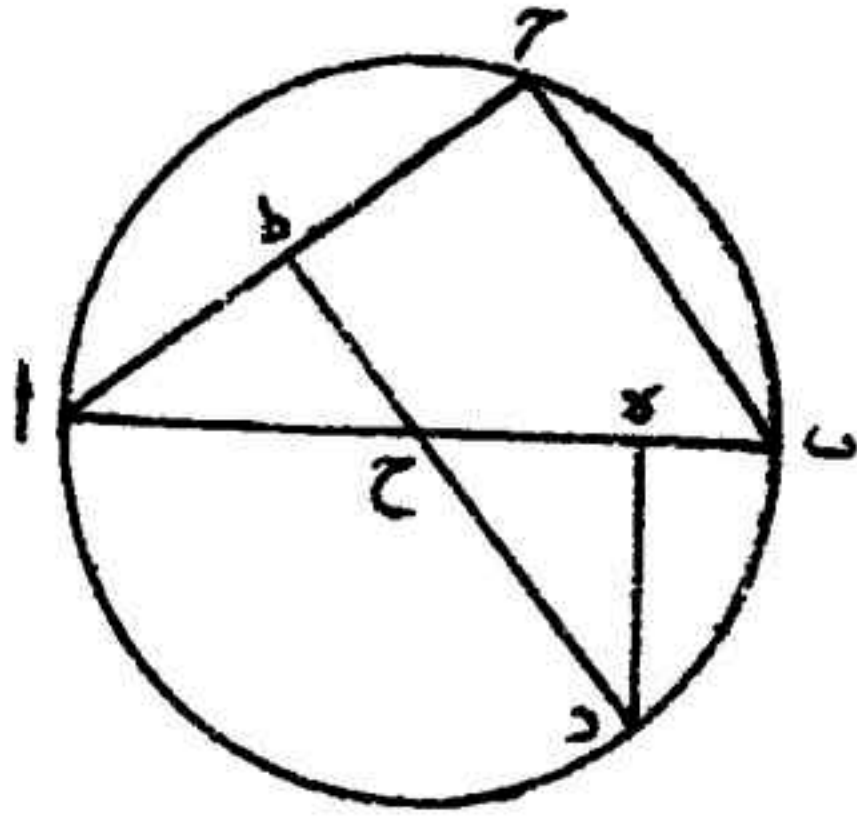
منها مساوية لقوس ـ اد ـ ونصل ـ ب ج ـ فلأن زاوية ـ د اب
تقابل من مركز ـ ا ـ عشر دور دائرة ـ ب ز د ـ فانها تقابل
من محيط دائرة ـ اد ب ـ ضعف ذلك وهو خمس دورها وخط
اد ـ يساوى خط ـ اب ـ وكل واحدة من قوسى ـ اد ـ ا ج
خمسا الدور وقد تبين ان ـ د ب ـ خمس الدور فقوسا ـ د ب
ب ج ـ متساويتان وخط ـ اب ج ـ منحنى فى هذه الدائرة فمربع
اد ـ يساوى مربع ـ د ب ـ مع ضرب ـ اد ـ فى ـ د ب اعنى
ضرب ـ اب ـ فى ـ ب ج ـ فخط ـ اد ب ـ كخط واحد مستقيم
منقسم على نقطة ـ د ـ بنسبة ذات وسط وطرفين وقسمة الاطول
وهو ـ اد ـ نصف القطر معلوم فالقسم الاصغر وهو ـ د ب وتر
العشر اذن معلوم • ش ـ ٥٩

وحسابه ان يزاد على مضروب نصف القطر فى نفسه ربعه
وينقص ربع القطر من جذر المبلغ فيبقى وتر العشر وذلك بحسب
الشكل

الشكل الحادى عشر من المقالة الثانيـة من كتاب الاصول فقـد حصل الوتر الثانى ومامن وترالاويعرف منه وترتتمة قوسه الى نصف الدور .

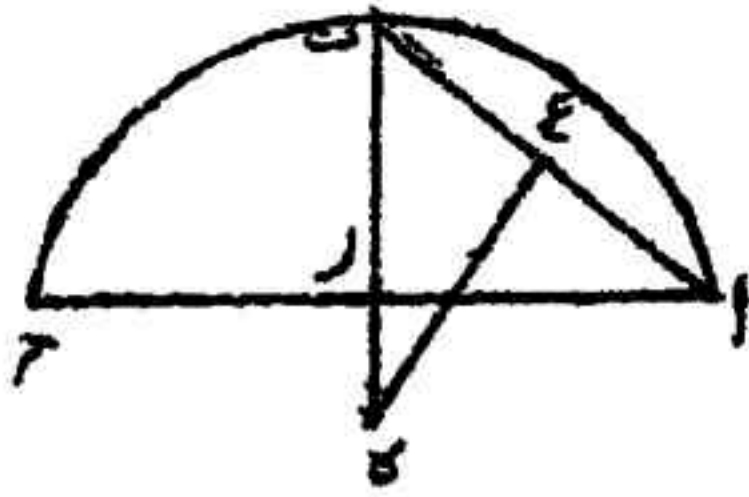
معرفة وتر تتمة كل قوس معلومة ·
الوتر الى نصف الدائرة

وليـكن الوتر المعلوم ـ ب ج ـ وقطر الدائرة ـ ا ب ولننصف قوس ـ ا ب ج ـ على ـ د ـ وننزل عمود ـ د ه ـ على ا ب ـ وعمود ـ خ ط ـ على ـ ا ج ـ فكما تقدم فى مسئلة النخلة ننصف وتر ـ ا ج ـ بعمود ـ د ح ط ـ ويكون ـ ح ـ مركز الدائرة ويتساوى مثلثا ـ ه د ح ـ ط ا ح ـ المتشابهان فيتساوى ـ ه د ا ط ـ وتكون نسبة ـ ا ه ـ نصف مجموع الوتر والقطر الى ـ ه د المساوى ـ لـط ا ـ كنسبة ـ ه د ـ الى ـ ه ب ـ الذى هو فضل نصف مجموع القطر والوتر عـلى القطر ـ فا ط ـ نصف المطلوب معلوم .

وحسابه ان يضرب نصف مجموع الوتر والقطر فى فضل القطر على هذا النصف ويضعف جذر المبلغ فيكون وترتتمة القوس المعلومة الوتر الى نصف الدور وهـذا الحساب ايسر من أخذ جذر فضل مابين مربعى ـ ا ب ـ ب ج ـ لسقوط احد التربيعين عنه فقد حصل اذن بالوترين الاولين وتران آخران .

ش — ٦٠

معرفة وتر ضعف كل قوس معلومة الوترومعرفة وتر نصف القوس المعلومة الوتروان لم تظهرفيه آثار هذه الخواص بالفعل

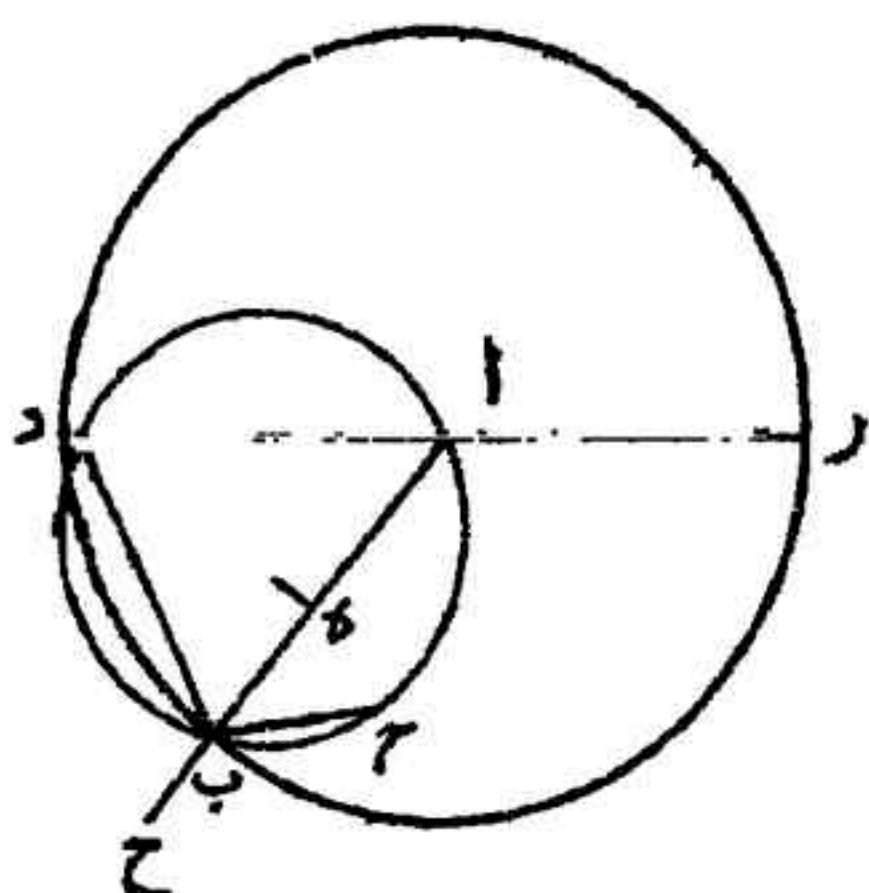
ليكن ـ اب ـ وترا معلوما فى دائرة معلومة القطر وقوس ب ج ـ تساوى قوس ـ اب ـ ونصل ـ اج ـ وهو المطلوب فنخرج من المركز عمود ـ ه ح ـ على ـ اب ـ فتساوى زاويتا ب ا ز ـ ب ه ح ـ مع قيام زاويتى ـ ح ز ـ ويتشابه مثلثا ـ اب ز ب ه ح ـ فتكون نسبة ـ اب ـ الى ـ از ـ كنسبة ـ ب ه ـ الى ه ح ـ فاز ـ معلوم وضعفه ـ اج ـ وحسابه ان نضرب الوتر المعلوم فى جذر ربع فضل ما بين مربعه و بين مربع القطر و تقسم المجتمع على نصف القطر ونضعف مايخرج من القسمة فيكون وترضعفها فان كان الوتر المعلوم ـ اج ـ واريد ـ اب ـ وتر نصف قوسه فان ز ه ـ نصف وتر تتمة قوس ـ اب ج ـ الى نصف الدائرة تكون

ب ز ـ باقية من نصف القطر و ـ اب ـ يقوى على ـ از ـ ز ب فهو معلوم وحسابه ان يضرب الوتر المعلوم فى نفسه ويلقى ما اجتمع من مضروب القطر فى نفسه وينقص جذر ما بقى من القطر ويضرب نصف ما يبقى فى مثله ويزاد المبلغ على مضروب نصف الوتر المعلوم فى مثله ويؤخذ جذر المجتمع فيكون وتر نصفها المطلوب . ش—٦١

فقد علم وتر السدس والثلث وبطريقة التنصيف من عند السدس وتر نصف السدس ووتر ربعه وعلم وتر العشر ووتر الاربعة الاعشار ووتر الخمس ، اما بتنصيف هذا واما بتضعيف ذلك ومن وتر العشر وتر نصف التسع وربعه ومن نصف الدائرة وتر الربع لأنه يقوى على نصف مربع القطر ووتر الثمن ، اما بالتنصيف واما بمثل ما تقدم فى وتر العشر .

معرفة وتر الثمن

وهو ان يكون ـ ب د ـ ثمن محيط دائرة ـ د ب ز ـ المعلومة القطر ونصل ـ د ب ـ فيكون وتر الثمن فاقول انه معلوم •

برهانه انا نخرج قطر ـ د از ـ وليكن المركز ـ ا ـ ونصل ا ب ـ ونخرج عمود ـ د ه ـ على ـ ا ب ـ وندير على مثلث ا د ب ـ دائرة ونفصل قوس ـ د ب ج ـ منها مساوية لقوس اد ـ ونصل ـ ب ج ـ ولأن ـ د ه ـ نصف وتر ضعف الثمن فانه نصف وتر الربع وزاوية ـ د ا ب ـ ثمن اربع زوايا قائمات فهى اذن نصف قائمة وزاوية ـ ا ه د ـ قائمة فتبقى زاوية ـ ا د ه نصف قائمة فخطا ـ ا ه ـ ه د ـ متساويان وكل واحد منهما نصف وتر الربع ونخرج ـ ا ب ـ على استقامته حتى يصير ـ ه ح ـ مساويا له ا ـ فمعلوم ان ـ ب ح ـ ب ج ـ يتساويان لأن عمود ـ د ه ينصف كل واحد من ـ إب ج ـ المنحنى و ـ اب ح ـ المستقيم ومربع ـ اد ـ مساو لمربع ـ د ب ـ المطلوب وضرب ـ ا ب ـ المعلوم فى ـ ب ج ـ اعنى ـ ب ح ـ فد ب ـ اذن معلوم وحسابه ان نلقى نصف القطر من ضعف وتر الربع ونضرب الباقى فى نصف القطر ونلقى المبلغ من مضروب نصف القطر فى نفسه ويؤخذ جذر الباقى فيكون وتر الثمن فاما نصف وتر الثمن فمنكسر وان طلب فبالتنصيف موجود •

ش — ٦٢

معرفة وتر مجموع قوسين معلومتي الوتر

وكل قوسين معلومتي الوترفان وترمجموعهما معلوم وليكونا اب ـ ب ج ـ ونخرج ـ د ز ـ موازيا ـ لز اب ـ وننزل عمود د ه ـ من منتصف قوس ـ اب ج ـ علي ـ اب ـ ونخرج من مركز الدائرة وهو ـ ح ـ عمود ـ ح ط ك ـ علي ـ زد — ومعلوم ان ما بين قوسي ـ اب ـ ب ج ـ اعنى ـ زد ـ هو مجموع قوسى ب د ـ ز ا ـ ولأن ـ ح ك ـ هو نصف وترتمام ـ ز د ـ اعنى ب ـ ج المعلوم — و ـ ح ط ـ نصف وترتمام ـ اب ـ ففضلى وهو ـ ك ط ـ معلوم ـ و ـ د ه — يساويه و ـ ا د ـ يقوى عليه ما بينهما وعلى ـ ا ه — الذى هو نصف مجموع الوترين واذا صار ا د ـ معلوما كان ـ ا ج ـ وترضعف قوسه معلوما ، وحسابه ان

نسقط مضروب كل واحد من الوترين فى نفسه من مضروب القطر فى نفسه ونأخذ جذر ربع كل واحد من الباقين ونضرب فضل ما بين الجذرين فى نفسه ونزيد عليه مضروب نصف مجموع الوتر فى نفسه ونقسم على القطر ونلقى ماخرج من نصف القطر ونضعف الباقى ونضرب ذلك الضعف فى نفسه ونلقيه من مضروب القطر فى نفسه ونأخذ جذر مايبقى فيكون وترمجموع القوسين •

ش — ٦٣

معرفة وتر نصف مجموع قوسين معلومتى الوتر

متى ما علم وترمجموعهما عرف بالتنصيف المتقدم وتر نصف مجموعهما ويمكن نعبره فيكونان ـ اب - ب ج ـ ونخرج من المركز وهو ـ ح ـ عمودى ـ ح ك ـ ح ط ـ على ـ اب ـ د ه ط فلان ـ ح ك نصف وترتتمة ـ اب ـ الى نصف الدائرة و ـ ط ه

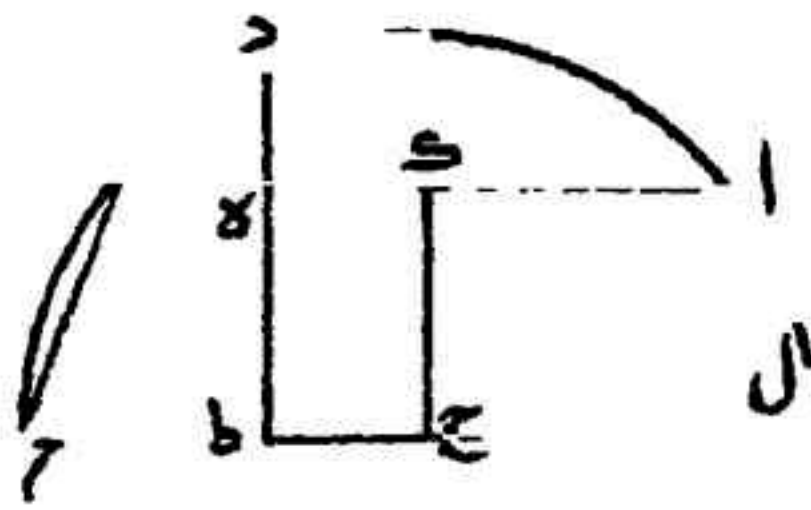
يساويه

يساويه-و- اه- نصف مجموع الوترين فك ه- يساوى نصف
ب ج- اذهومسا ولنصف الوتر الخارج من نقطة- د -على موازاة
اب - ونخرج - ح ط ل - على استقامته فبين ان ضرب - ل ط
فى باقيه من القطر مسا ولمربع - ط د- فاذا اسقط منه - ط د - بقى
ه د - معلوما و- اه- معلوم - فاد - معلوم وحسابه ان ندير نصف
اصغر الوترين على نصف القطر وننقصه ايضا منه ثم نضرب الزائد
فى الناقص ونحفظ جذر المجتمع ونسقط مضروب اعظم الوترين فى
نفسه من مضروب القطر فى نفسه ونأخذ جذر ربع ما يبقى فنلقيه من
المحفوظ ثم نضرب الباقى فى نفسه ونزيده على مضروب نصف
مجموع الوترين فى نفسه ونأخذ جذر الجملة فيكون وتر نصف
مجموع القوسين المعلومتى الوترين •

معرفة وتر ما بين قوسين معلومتى الوتر

وليكونا - اب - ب ج - ونخرج من منتصف قوس
اب ج - و- ز- موازيا -لاب -ومن مركز- ح- عمود - ح ط ك
عليه فيكون مجموع - د ب - زا - هو فضل ما بين قوس - ب ج
اعنى - د ز ه - وقد تقدم ان - ك ط - يكون معلوما و- ه ب
هو فضل الوتر الاطول على نصف مجموعه الى الاقصر - فد ب
القوى عليهما معلوم فوتر ضعفه معلوم، وحسابه ان نعمل ما تقدم فى
وتر المجموع حتى يحصل فضل ما بين الجذرين فنضربه فى نفسه

ونجمع المبلغ الى مضروب فضل الوتر الاطول على نصف مجموع
الوترين في نفسه وتقسم ما يجتمع على القطر فما خرج نلقيه من
القطر ثم نضرب الباقي في نفسه ونلقيه من مضروب القطر في نفسه
ونأخذ جذر ما يبقى فيكون وتر التفاضل •

ش — ٦٤

ولأن لوتر مجموع القوسين ووتر فضل ما بينهما اشتراكا
في الاسم وذلك ان ـ د ب ـ وتر تفاضل ما بين قوسي ـ ا د ـ د ب
وهو بعينه اعني ـ د ب ـ وتر تفاضل قوسي ـ ا د ـ ج ب ـ فانهما
يتعاونان في الحصول •

معرفة وتر مجموع قوسين معلومي الوترين
ومعرفة وتر تفاضل ما بينهما بالتجاوز

وليكونا ـ ا د ـ د ب ـ ونفرض قوس ـ ا د ـ يساوى
د ج ـ فمعلوم ان وتر المجموع ـ ا ب ـ ووتر الفاضل ـ ب ج
ولنخرج من مركز ـ ح ـ عمود ـ ح ز ـ على ـ ا د ـ ونصل

ا ح

ا ح ـ فلأن زاوية ـ ا ح ز ـ على نصف القوس التى عليها زاوية
د ب ه ـ فانهما متساويتان ومثلثا ـ ا ز ح ـ ه ن د ـ متشابهان
فنسبة ـ ا ح ـ نصف القطر الى ـ ح ز ـ نصف وتر تتمة قوس
ا د ـ الى نصف الدائرة كنسبة ـ د ب ـ الى ـ ب ه ـ فب ه
معلوم و ـ ا د ـ يقوى على ـ ب ه ـ ه د ـ فه د ـ ايضا معلوم
و ـ ا د ـ يقوى على ـ ا ه ـ ه د ـ فا ه ـ معلوم فاذا جمعنا ـ ا ه
ه ب ـ اجتمع وتر المجموع واذا نقصنا ـ ه ب ـ من ـ ا ه ـ بقى
وتر التفاضل •

وحسابه ان نضرب الوتر الاقصر فى نصف تتمة القوس
الوتر الاطول الى نصف الدائرة وتقسم المجتمع على نصف القطر
فيخرج المحفوظ وهو ـ ب ه ـ ونضرب هذا المحفوظ فى نفسه
والوتر الاقصر فى نفسه ونلقى فضل ما بين المجتمعين من مضروب
الوتر الاطول فى نفسه ونأخذ جذر ما بقى فان زدنا المحفوظ على
هذا الجذر اجتمع وتر المجموع وان نقصناه منه بقى وتر التفاضل •

طريق آخر

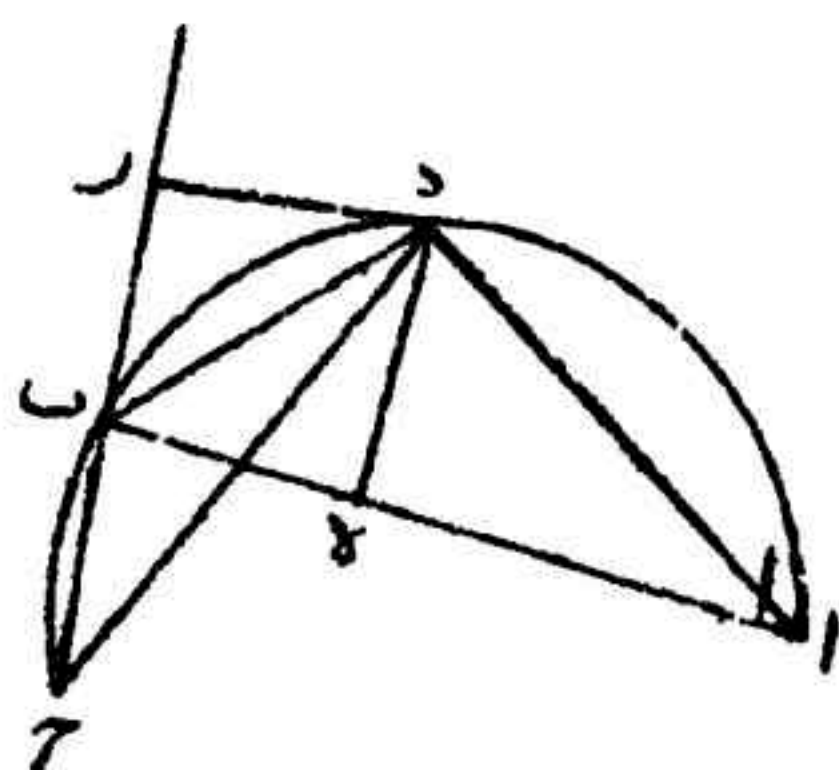
فان أخذنا نسبة ـ از ـ إلى ـ اح ـ التي هي كنسبة ـ ده الى ـ دب ـ صار منه ـ ده ـ معلوما ونعبر حسابه فصار هكذا •

نضرب الوتر الاقصر في نصف الاطول ونقسم المبلغ على نصف القطر فما خرج نضربه في مثله ونلقيه من مضروب الوترين كل واحد على حدة في نفسه ونأخذ جذري البقيتين فان جمعا اجتمع وتر المجموع وان أخذ فضل ما بينهما كان مساويا لوتر فضل ما بينهما •

طريق آخر لغيري

وقريب منه ما عمل عليه ابو نصر منصور بن على بن عراق في كتابه الموسوم بالمجسطي الشاهي، وهو انه اخرج ـ ج ب ـ على استقامته وانزل عليه عمود ـ د ز ـ فلأن ـ د ب ـ معلوم ونسبة د ب ـ الى ـ ب ز ـ كنسبة القطر الى وترتمة ـ اد ـ الى نصف الدائرة لأن زاوية ـ د ب ز ـ بمقدار قوس ـ اد ـ وزاوية ـ دزب قائمة واذا اخرج قطر دائرة من ـ د ـ ووصل بين ـ ا ـ وبين منتهاه تبين مشابهة ما بين ذلك المثلث ومثلث ـ دزب ـ فنسبة القطر الى ب ز ـ معلومة ونسبة مربع ـ ج د ـ الى مربع ـ ب د ـ معلومة فنسبته الى الزيادة معلومة وزيادة مربع ـ ج د ـ على مربع ـ ب د هو زيادة مربع ـ ج ز ـ على مربع ـ ب ز ـ فنسبة مربع ـ ج د

الى كل واحد من مربعى ــ ج ز ــ ب ز ــ معلومة ونسبة القطر الى ب د ــ قد فرضت معلومة فنسبة القطر الى كل واحد من ــ ب ز ج ز ــ معلومة فيبقى ــ ب د ــ معلوما ثم وصل ــ ا ب ــ وانزل عليه عمود ــ د ه ــ فلأن نسبة ــ ا د ــ الى ــ اه ــ كنسبة القطر الى وتر تمام ــ ب د ــ تكون نسبة ــ ا د ــ الى ــ اه ــ معلومة ونسبة ب د ــ الى ــ ب ه ــ كنسبة القطر الى وتر تتمة ــ ا د ــ تكون نسبة ــ ب د ــ الى ــ ه ب ــ معلومة فنسبة القطر الى كل واحد من اه ــ ب ه ــ معلومة فنسبته الى مجموعهما معلومة وقد تبين فيما سلف ان فضل ــ اه ــ على ــ ب ه ــ مساو ــ لب ج ــ •

ش ــ ٦٦

وحساب وتر التفاضل منه ان نضرب الوتر الاقصر فى وتر تتمة قوس الاطول الى نصف الدائرة ونقسم المجتمع على القطر فنخرج المحفوظ الاطول فنضرب به فى مثله ونزيد المبلغ على فضل مابين مضروب

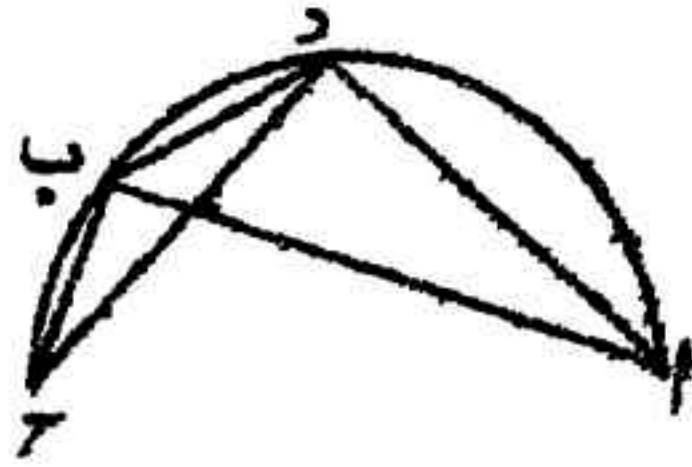
كل واحد من الوترين فى مثله ونأخذ جـذر الجملة ونلقى المحفوظ الاول منه فبقى وتر التفاضل •

وحساب وتر المجموع منه ان نضرب الوتر الاطول فى وترتتمة الاقصر الى نصف الدائرة ونقسم المجتمع على القطر فنخرج المحفوظ الثانى فمتى جمعنا المحفوظين الاول والثانى كانت الجملـة وترمجموع القوسين ومتى نقصنا اقلهما من الاكثر بقى وترتفاضل ما بينهما •

وله فى استخراج احدهما من الآخر طريق آخر اورده فى الكتاب المذكور

اذا كان المعلوم ـ ب ج ـ وتر التفاضل واريد ـ ا ب ـ وتر المجموع فان مربع ـ ا د ـ المعلوم يساوى ضرب ـ ا ب ـ المطلوب فى ـ ب ج ـ المعلوم مع مربع ـ د ب ـ المعلوم فاذا القينا مربـع د ب ـ من مربع ـ ا د ـ بقى ضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج ـ و ـ ب ج ـ معلوم ـ فا ب ـ معلوم •

وحسابه ان نضرب كل واحد من الوترين فى نفسه وتقسم فضل ما بين المجتمعين منهما على وتر فضل ما بين قوسيهما فيخرج وتر المجموع وان كان ـ ا ب ـ وتر المجموع معلوما واريد ـ ب ج ـ وتر التفاضل فمربع ـ ا د ـ يساوى مربع ـ د ب ـ وضرب ا ب ـ فى ـ ب ج ـ المجهول •

ش — ٦٧

وحسابه ان نقسم فضل مابين مربعى الوترين على وتر المجموع فيخرج وتر التفاضل •

طريق آخر فى ذلك لى

قلت فى بعض المقالات التى احتجت الى هذا المعنى فيها ننزل عمود — ده — على — اب — اذا كان — اب — وتر المجموع معلوما واردنا — ب ج — التفاضل فلأن مربع — اد — ينقص عن مربعى دب — با — لضعف ضرب — اب — فى — به — فان نصف فضل مابين مربعى — اد — دب — اذا قسم على — اب — خرج — به (١) نصف فضل ما بين وتر المجموع ووتر التفاضل وحسابه ان نضرب كل واحد من الوترين فى نفسه وننقص اقل ما يجتمع من اكثرهما

(١) هنا خرم فى الاصل والغالب ان يكون القطر

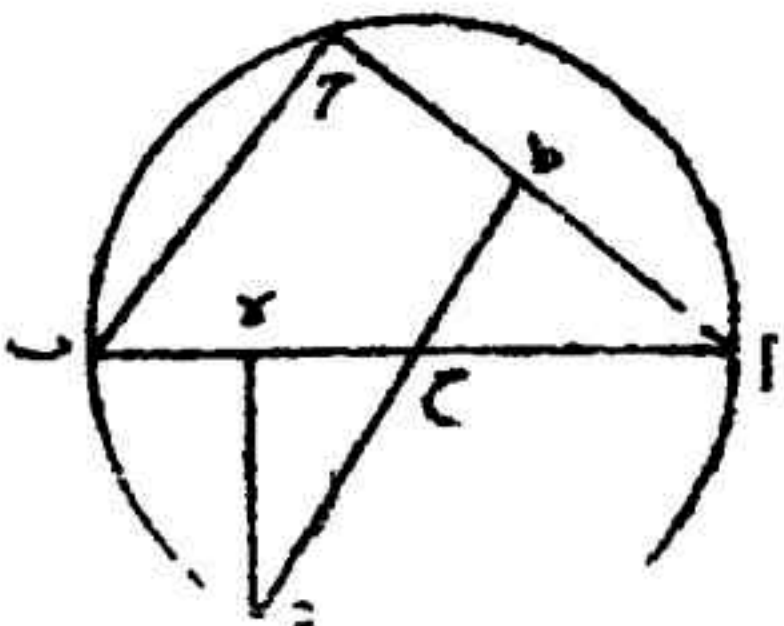
وتقسم نصف ما يبقى على وتر المجموع فما خرج نلقى ضعفه من وتر المجموع فيبقى وتر التفاضل وان كان ـ ب ج ـ وتر التفاضل معلوما واريد معرفة ـ ا ب ـ وتر مجموع قوسيهما فانا نفصل ـ ه ز مساويا ـ له ب ـ ونصل ـ د ز ـ فيكون ـ د ز ـ د ب متساويان ومربع ـ ا د ـ يفضل على مربعى ـ د ز ـ ز ا ـ لضرب از ـ فى ـ ز ب ـ اعنى ضعف ضرب ـ از ـ فى ـ ز ه ـ لكن از ـ مساو ـ لب ج ـ فز ب ـ معلوم •

وحسابه ان نضرب كل واحد من الوتر الا قصر ووتر التفاضل فى نفسه ونجمعهما ونلقى المبلغ من مضروب الوتر الاطول فى مثله ونقسم ما بقى على وتر التفاضل فما خرج نزيده على وتر التفاضل فيجتمع وتر المجموع •

ش ــ ٦٨

معرفة وترتتمة قوس معلومة الوتر الى نصف
الدائرة اذا كان جملة قطر الدائرة مع وتر التتمة
معلومــة وكل واحد منهما بانفراده مجهول

هذا راجع الى مسئلة النخلة المتقدمة فليكن ـ اد ـ معلوم الوتر ومجموع ـ ج ب ـ وترتتمتها الى نصف الدائرة مع قطر ـ ب ا معلوم وكل واحد من ـ ا ب ـ ب ج ـ بانفراده مجهول فلننصف قوس ـ ا ب ج ـ على ـ د ـ وننزل عمود ـ د ه ـ على ـ ا ب وعمود ـ د ح ط ـ على ـ ا ج ـ وقد تبين فيما تقدم ان نقطة ح ـ مركز الدائرة وان ـ اط ـ يساوى ـ د ه ـ ونسبة ـ ا ه الذى هو نصف مجموع قطر ـ ا ب ـ ووتر ـ ب ج ـ الى ـ د ه المساوى لنصف ـ ا ج ـ كنسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ب ـ على ا ه ـ اجتمع القطر واذا نقصناه منه حصل الوتر •

وحسابه ان نضرب الوتر المعلوم فى نفسه ونقسم ما بلغ على نصف مجموع القطر ووترقوس الوتر المعلوم فما خرج فهو الذى اذا زدناه على ذلك النصف المقسوم عليه اجتمع القطر وان نقصناه منه حصل وترتتمة قوس الوتر المعلوم • ش ــ ٦٩

وقد استبان انه اذا كان فى الدائرة المجهولة القطر وتران معلومان وكان مجموع وترى تتمتى قوسيهما معلوما وقسم فضل مابين مربعى الوترين المعلومين على مجموع وترى تتمتى قوسيهما الى نصف الدائرة ثم زيد الخارج من القسمة على هذا المجموع وأخذ نصف الجملة كان وتر تتمة قوس اصغر الوترين المعلومين وان نقص الخارج من القسمة من هذا المجموع واخذ نصف الباقى كان وتر تتمة قوس اعظم ذينك الوترين وقطر الدائرة يقوى على وتر كل قوس ووتر تتمتها فهو معلوم وهذا على قياس مسئله النخلتين والطائر •

معرفة وتر القوس ووتر تتمتها الى نصف الدائرة المعلومة القطر اذا كان الوتران مجموعهما معلومين وبالتفصيل مجهولين

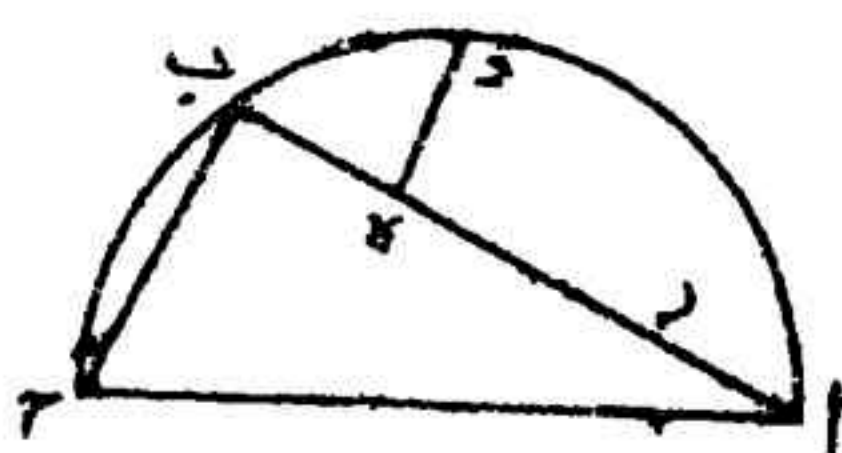
فليكن قطر ـ ا ج ـ معلوما ومجموع وترى ـ ا ب ـ ب ج ـ معلوم ونريدان نعلم كل واحد منهما بانفراده فلننصف قوس ا ب ج ـ على ـ د ـ وننزل ـ د ه ـ على ـ ا ب ـ فلأن خط ـ ا ب ج المنحنى منقسم بنصفين على ـ ه ـ بقسمين مختلفين على ـ ب ـ يكون مجموع مربعى ـ ا ب ـ ب ج ـ مساويا لضعف مربع ـ ا ه ـ وضعف مربع ـ ه ب ـ لكن ـ ا ج ـ يقوى على ـ ب ـ فاذا القينا من مربع ا ج ـ نصفه كان ما بقى مساويا للمجموع مربعى ـ ا ه ـ ه ب ـ إلا ان مربع ـ ا ه ـ معلوم لأن ـ ا ه ـ نصف ـ ا ب ج ـ المعلوم فاذا القيناه من ذلك الباقى بقى مربع ـ ه ب ـ فه ب ـ معلوم فان زدناه

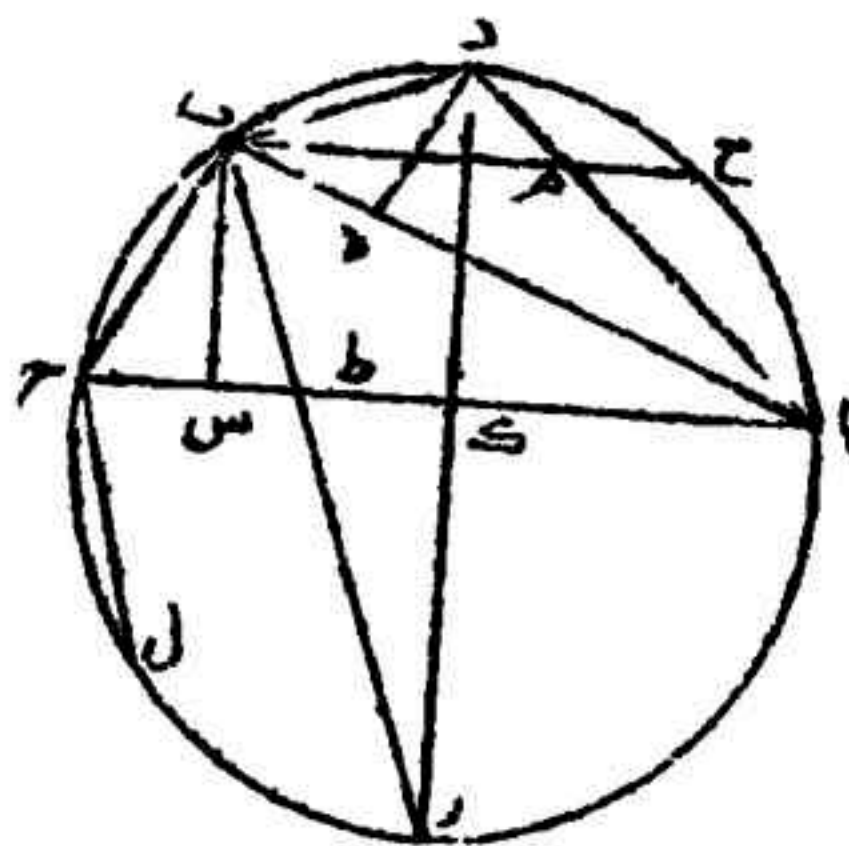
على

على ـ ا ه ـ (١) هو نصف مجموع ـ اب ـ ب ج ـ اجتمع ـ ا ب ـ وان نقصناه منه بقى ـ ب ج ـ وان شئنا فصلنا ـ ه ز ـ مساويا ـ له ب فيبقى ـ از ـ مساويا ـ اب ج ـ فخط ـ ب ز ـ منقسم بنصفين على ـ ه ـ وقد زيد فيه ـ ا ز ـ فمجموع مربعى ـ ب ا ـ ا ز يساوى ضعف مربعى ـ ب ه ـ ه ا ـ فمتى القينا من مربع ـ ا ج ضعف مربع ـ ه ب ـ فه ب ـ معلوم وهو التعديل الذى عدلنا به الوترين، ومتى استعملنا انصاف هذه المقادير خف العمل لأن الانصاف على نسب الاضعاف وكان حسابه ان نضرب نصف مجموع ذينك الوترين فى نفسه و نلقى ما اجتمع من نصف مضروب القطر فى مثله ونأخذ جذر ما يبقى فان اردنا اطول الوترين زدنا هذا الجذر على نصف مجموع الوترين وان اردنا اقصرهما نقصنا هذا الجذر من نصف مجموعهما فيحصل المطلوب •

ش ـ ٧٠

---

(١) متاخرم فى الاصل .

معرفة كل واحد من وترين لقوسين متواليتين اذا كانت نسبة احدهما الى الآخر معلومة ووتر مجموعهما معلوما

ليكن وتر ـ ا ج ـ معلوما ونسبة وتر ـ ا ب ـ الى وتر ب ج ـ معلومة ونريد كل واحد منهما بانفراده فنصف زاوية ا ب ج ـ بخط ـ ب ط ز ـ ونخرج قطر ـ ز ك د ـ فيكون قائما على ـ ا ج ـ وننزل عمود ـ ب م ح ـ عليه فكل واحد من ـ ا ط ط ج ـ معلوم لأنهما على نسبة ـ ا ب ـ الى ـ ب ج ـ المفروضة و ـ ك ط ـ معلوم ـ و ـ ك ز ـ باقى سهم ـ د ك ـ الى تمام القطر فمثلث ط ز ك ـ معلوم ومثلثا ـ ب ز د ـ ب ط س ـ يشابهانه فهما معلوما الاضلاع ويصير كل واحد من ـ ا ب ـ ب ج ـ معلوما فضرب ـ ا ج ـ فى ـ ب ج ـ معلوم فضرب ـ ا ج ـ فى ـ ب ج اعنى ـ ج ل ـ معلوم وفضل ما بينه وبين مربع ـ ا ب ـ هو مربع ب ج ـ فكل واحد من وترى ـ ا ب ـ ب ج ـ معلوم وهو ما اردنا ٠

ش ـ ٧١

فايضا فان مثلثى ـ ط ك ز ـ ـ ا د ه ـ متشابهان وجيب
وتر نصف قوس ـ اب ج ـ معلوم فمثلث ـ ا د ه ـ معلوم الاضلاع
فيصير ـ ا ه ـ معلوما فضعفه وهو جملة ـ ا ب ج ـ معلوم فقسما
ا ب ـ ب ج ـ منه على النسبة المعلومة معلومان وهو مطلوبنا •

ذكر وتر الجزء الواحد من ثلاثمائة وستين جزءا من الدور

فبهذه الاصول المتقدمة ينتهى بالتفاضل والتنصيف الى
ثلاثة اجزاء من محيط الدائرة المقسومة بثلاثمائة وستين جزءا
فيتحقق وترها ثم ينكسر ما وراء ذلك •

والى الآن لم ينفتح لاحد طريق الى معرفة ثلث القوس المعلومة
الوتر بالاطلاق وانما يحومون فى المطلوب حول الحق ويخطون
ما يتفرسون فيه من التساهل الى اجزاء الاجزاء التى لا يستعملونها
ولاجل هذا تبقى القسى المتفاضلة من عند الثلاثة الاجزاء اوالمتفاضلة
من عند الجزء والنصف اومن عند الثلاثة ارباع الجزء يتفاضل
مساولها غير معلومة الاوتار وليكن ـ ا د ب ـ قوسا معلومة
الوتر وثلثها ـ ب د ـ ولنجعل ـ د ج ـ مساويا ـ لد ا ـ فيكون
ب ج ـ مساويا ـ لد ب ـ ونجعل ـ ب ز ـ مساويا ـ لب ج
ونصل ـ ز د ـ فيكون ضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب د ـ اعنى ـ ب ج
مساويا لمربع ـ ا د •

وايضا فان ــ ط ــ منتصف ــ ا د ــ و ــ د ب ــ زيادة فى قوس ــ ا د ــ يكون ضرب ــ ا ب ــ فى ــ ب د ــ مع مربع ب د ــ اعنى ــ ط د ــ مساويا لمربع ــ ا د ــ اعنى ــ ط ب ــ فلو امكننا فى خط ــ ا ب ــ زيادة بحيث اذا اخرجنا من منتصف الجملة عمودا كعمود ــ ه د ــ كان وترما فصل وهو ــ د ب ــ مساويا لتلك الزيادة لكانت تلك لزيادة هى المطلوبة فيما نحن بصدده •

بل لو امكن اجازة خط مستقيم مماس لهذه الدائرة نلقى ــ ا ب ــ على ــ ز ــ وننزل العمود النازل من نقطة التماس وهى ــ د ــ على منتصف خط ــ ا ز ــ لكان وجها ما الى الطلبة فان الخط الواصل فيما بين ــ ز د ــ مماس للدائرة من اجل ان زاوية ــ ا ب د ــ ضعف زاوية ــ ب ا د ــ ولكن زاويتى ــ ا ز ــ متساويتان فزاوية ــ ا ب د ــ المساوية لزاويتى ــ ب ز د ــ ب د ز ــ ضعف زاوية ــ ب د ز فزاوية ــ ب د ز ــ مساوية لزاوية ــ ز ــ اعنى زاوية ــ ا ــ فى قطعة د ا ب ــ وزاوية ــ ب د ز ــ من وتر هذه القطعة ومن الخط الخارج من ــ د ــ فخط ــ د ز ــ مماس للدائرة وموازــ لب ط ــ ولكن جميع ذلك متعذر • ش ــ ٧٢

الاحتيال

الاحتيال لاستخراج وتر ثلث القوس المعلومة الوتر

ونحن احق بان نقتفى اثر الاسلاف فى التمحل لمعرفـــة وتر ثلث القوس المعلومة الوتر ليتم به الاقتدار على تقطيع الاوتار فى جد اول •

فليكن ـ اب ـ قوسا معلومة الوتر ونخرج من طرفيها قطرى ـ ا ج ـ ب د ـ يتقاطعان عـلى ـ ه ـ فيكون المركز ويتساوى قوسا ـ اب ـ ج د ـ ونخرج ـ ج ا ـ على استقامته فى جهة ـ ا ـ غير محدودة ونخرج ـ د ز ـ على موازاة ـ ج ا و ـ ه ح ـ عمودا عليه ثم نخرج ـ ز م ط ك ـ اخراجا يساوى به ط ك ـ نصف قطر الدائرة •

ولم يتأت ذلك بالاصول الهندسية لاحد الى زماننا هذا واعيأ الكل استخراجه الا بالحيل المقربة المنحرفة عن طريق الهندسة كما اخرجه الـكندى والقدماء بالآلة والتحريك، واستخرجه المحدثون لخواص القطع الزائد من قطوع المخروط وما كان سبيله كذلك فلن ينقاد فى الحساب للخروج من القوة الى الفعل •

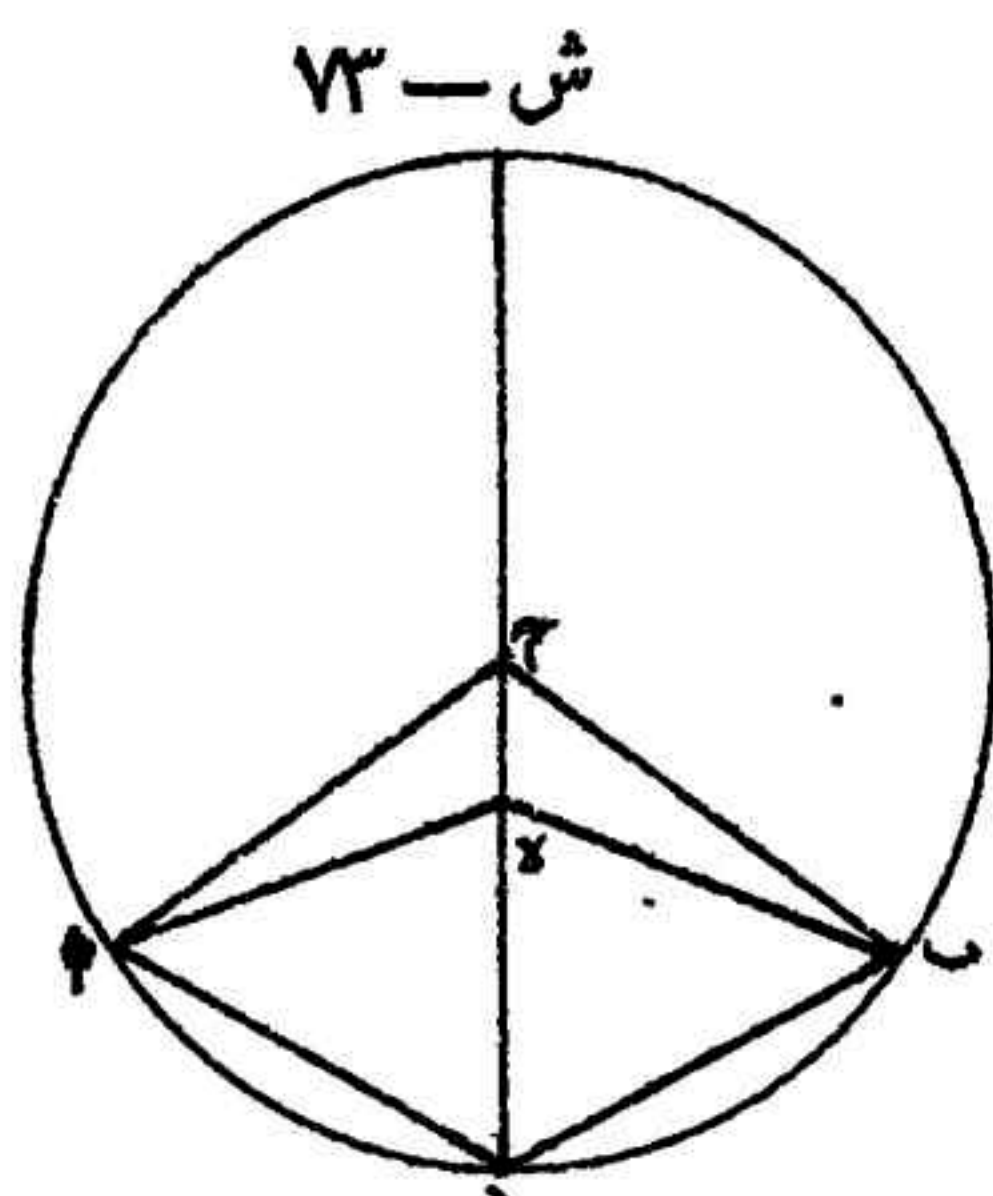
ولننزل ان ذلك تهيأ كذلك فاذا اخرجنا ـ ه ع ـ على موازاة هذا الخط المخرج كانت قوس ـ اع ـ نصف قوس ـ ع ب برهانه انا نصل ـ ه ط ـ فيتساوى زاويتا ـ ط ه ك ـ ط

ك ه ـ كما تتساوى زاويتا ـ ه ط د ـ ه د ط ـ وزاوية ـ ه ط د مساوية لزاويتى ـ ط ه ك ـ ط ك ه ـ المتساويتين فزاوية ـ ه د ط ضعف زاوية ـ ط ك ه ـ لكن زاوية ـ ط ك ه ـ مبادلة لزاوية زدك ـ فزاوية ـ ه د ط ـ ضعف زاوية ـ ط د ز ـ وزاوية ـ ب د ز ـ على قوس ـ ز ب ـ وزاوية ـ ا ه ب ـ يساويها لتوازى ـ ه ا دز ـ فقوسا ـ ا ب ـ ا ز ـ متساويتان فاذا اخرجنا ـ ه ع موازيا ـ لدك ـ كانت زاوية ـ ب ه ع ـ الخارجة مساوية لزاوية ب دك ـ الداخلة وتبقى زاوية ـ ع ه ا ـ المساوية لزاوية معلومة •

واما نسبة سطح نسبته الى ضرب ـ ح د ـ فى ـ ز ج معلومة الى سطح نسبته الى ضرب ـ ح د ـ فى ـ د ز ـ معلومة فهى كنسبة خط معلوم النسبة عند ـ ز ح ا ـ الى خط معلوم النسبة عند ـ ز د ـ فاذن نسبة ـ ح د ـ الى خط معلوم النسبة الى ح ز ـ كنسبة خط معلوم النسبة الى ـ ج ز ـ (١) •

المتساويتين بقيت زاوية ـ ج ب ه ـ مساوية لزاوية ـ ج ا ه ـ فزوايا التعاديل للحصص المتساوية فى الجهتين المختلفتين متساوية وذلك ما اردنا ان يتضح •

(١) من هنا الى عدة صفحات اغتشاش فى اوراق الكتاب كما يظهر من بيان كاتب اصل النسخة فتأمل

ش ـــ ٧٣

واذ قـد تبين هـذا فانا نحتاج ان نبين مقدمتين تصل احداهما بالاخرى على انى كنت افردت للخواص التى سع (١) منهما كتابا كافياولكن لابد من اشارة اليهما واحداهما هى هذه (٢)

اذا قسم قوس بنصفين وبقسمين مختلفين ووصل بين كل واحد من طرفيها وبين نقطتى انقسامها فان ضرب وترى القسمين المتساويين احدهما فى الآخر نفصل على ضرب وترى القسمين المختلفين بمربع وترما بين نقطتى الانقسامين •

مثال ذلك قوس ـ اج ـ قسم بنصفين على ـ د ـ وبقسمين مختلفين على ـ ب ـ ووصل ـ اب ـ ب ج ـ اد ـ د ج ـ د ب فاقول ان ضرب ـ اد ـ فى ـ د ج ـ يفضل على ضرب ـ اب ـ فى ب ج ـ بمربع ـ د ب•

برهانه انانخرج ـ د ز ـ موازيا ـ لا ب ـ ونصل ـ از ـ زب

(١) كـذا ـ (٢) فى هذه العبارات وما بعدها الى عدة صفحات اختلاف من مضامين اصل الكتاب كما يظهر من بيان كاتب اصل النسخة .

فتكون قوسا ــ ا ز ــ د ب ــ متساويتان وتبقى قوسا ــ زد ــ ب ج ايضا متساويتين فيكون ــ ز ب ــ مساويا ــ لد ج ــ ويتساوى وتراهما فلأن ذا اربعة اضلاع ــ از د ب ــ فى دائرة تحيط به •

ومما تبين فى المقالة الاولى من كتاب المجسطى ان ضرب الاضلاع المتقابلة من مثله يساوى بجموعها ضرب احد القطرين فى الآخر فضرب ــ اد ــ فى ــ د ب ــ اعنى ــ د ج ــ يساوى ضرب اب ــ فى ــ ز د ــ اعنى ــ ب ج ــ مجموعا الى ضرب ــ از ــ فى دب ــ المساوين اعنى مربع ــ د ب ــ ففضل ضرب ــ اد ــ فى د ج ــ على ضرب ــ اب ــ فى ــ ب ج ــ هو مربع ــ د ب ــ وذلك ما اردنا ان نبين •   ش — ٧٤

والمقدمة الثانية (١)

اذا عطف فى قوس من دائرة خط مستقيم فقسم القوس بقسمين مختلفين فان العمود النازل من منتصف تلك القوس على ذلك الخط المنعطف يقسمه بنصفين •

(١) كذا وما مضت المقدمة الاولى

مثال

مثال ذلك قوس ـ ا ج ـ قد عطف فيها خط ـ ا ب ج المستقيم ثم نصف القوس على نقطة ـ د ـ وانزل منها على الخط المنعطف عمود ـ د ه ـ اقول ان ـ ا ه ـ مساو لمجموع ـ ه ب ب ج ـ •

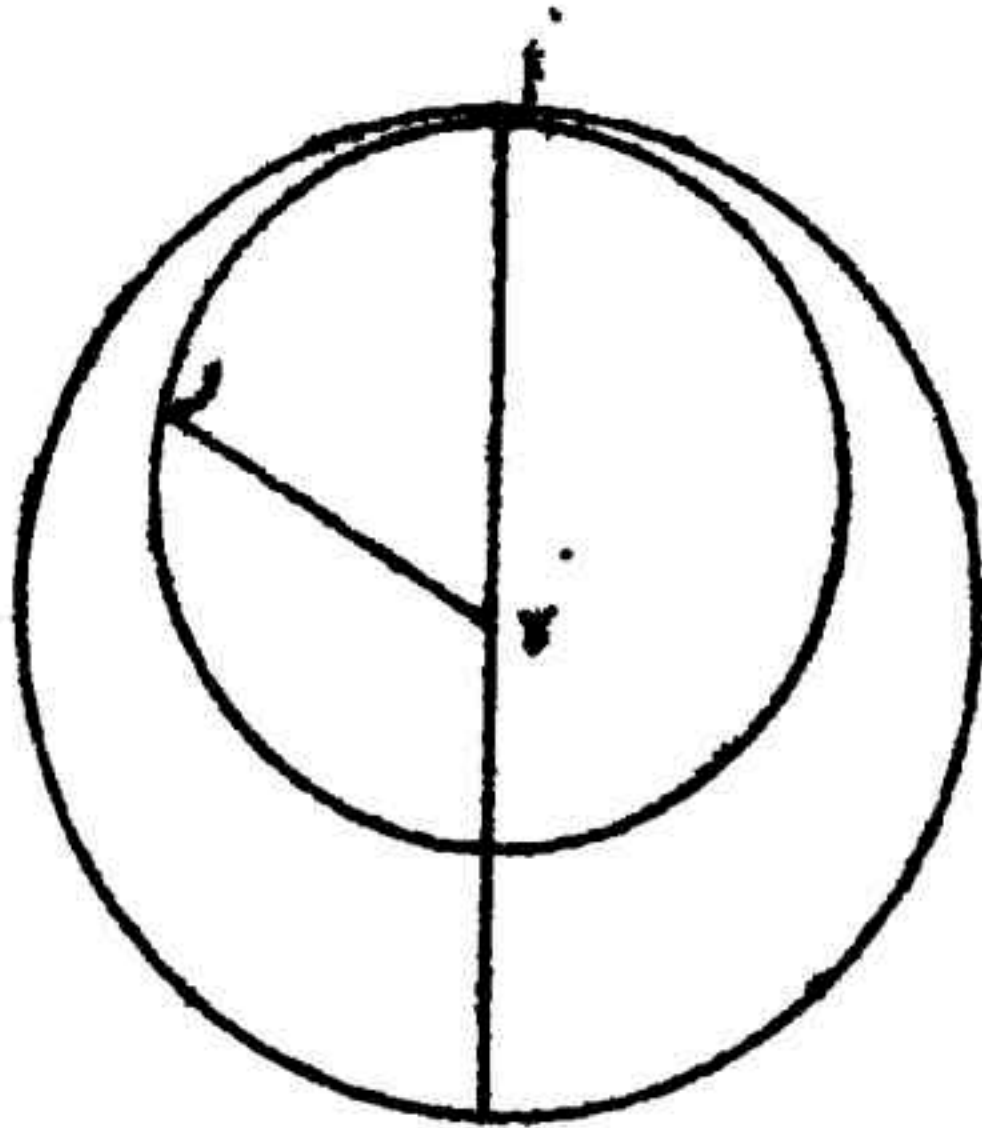
برهان ذلك انا نصل ـ ا د ـ د ب ـ وقد تبين فى المقدمة الاولى ان ضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج ـ ومربع ـ ب د ـ يساوى مربع ـ ا د ـ لكن ـ ا د ـ يقوى على ـ د ه ـ ه ا ـ و ـ ب د يقوى على ـ د ه ـ ه ب ـ فضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب د ـ ومربعا د ه ـ ه ب ـ يساوى مربعى ـ د ه ـ ه ا ـ يسقط مربع ـ د ه المشترك فيبقى ضرب ـ ا ب ـ فى ـ ب ج ـ ومربع ـ ه ب ـ مساويا لمربع ـ ه ا ـ فخط ـ ا ب ج ـ اذن منقسم بنصفين على ـ ه وبقسمين مختلفين على ـ ب ـ وذلك ما اردنا ان نبين •

ومما سنحتاج اليه فيما يستأنف انه اذا كانت دائرتان مختلفتان وقسم كل واحـد من قطريهما باجزاء متساوية ثم علم فضل ما بين قطريهما باجزاء احدها فان كل خط معلوم النسبة الى احدهما يكون معلوم النسبة الى الآخر •

فلنعد للمثال الفلك الخارج المركز مع الفلك الممثل ومعلوم ان نصف قطر كل واحـد منهما مقسوم باجزاء الجيب كلـه وما بين مركزيهما وهو الاصل معلوم الاجزاء الى بها الجيب كله ولنضع ان خط ـ ه ز ـ ايضا معلوم بذلك المقدار •

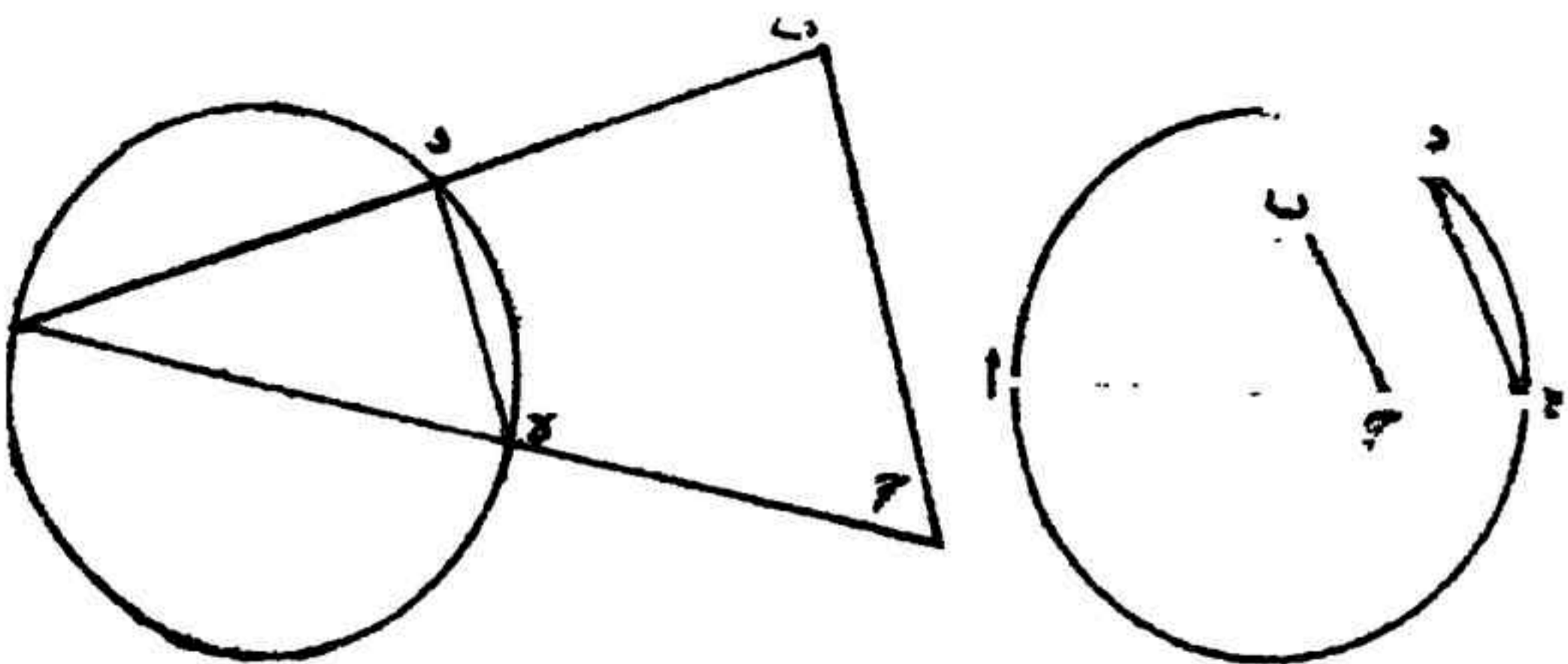
واقول انه ايضا معلوم بالمقدار الذى به ـ ا ه ـ الجيب كله وذلك ان نسبة اعداد ـ ه ز ـ بمقدار قطر الخارج المركز الى ـ ه ا على انه مجموع ـ ا ج ـ الجيب كله و ـ ج ه ـ الاصل كنسبة اعداد ه ز ـ بمقدار قطر الممثل وهو المطلوب الى ـ ه ا ـ على انه الجيب كله فكل خط كان معلوما بمقدار قطر الخارج المركز فانا ان ضربناه فى الجيب كله وقسمنا المبلغ على مجموع الجيب كله والاصل يحول الى مقدار قطر الممثل •

وبالعكس اذا كان معلوما بمقدار قطر الممثل فانا اذا ضربناه فى مجموع الجيب كله والاصل وقسمنا المجتمع على الجيب كله يحول الى مقدار قطر الخارج المركز وذلك ما اردنا ان نبين •

ش — ٧٦

ومما نحتاج اليه ايضا انه اذا كان مثلث قائم الزاوية
وعلم منه احد اضلاعه مع زاوية واحدة سوى القائمة فان المثلث
كله يصير معلوما، وليكن ذلك المثلث فى المثال مثلث ـ ا ب ج
قائم زاوية ـ ب ـ وليكن فيه زاوية ـ ب ا ج ـ وضلع ـ ا ج
معلومين فنخرج ـ ا ج ـ ا ب ـ على استقامتهما ونفصل ـ ا د
مساويا لضعف اجزاء الجيب كله بالاجزاء التى بها ضلع ـ ا ج
معلوم وندير على قطر ـ ا د ـ دائرة ـ ا ه د ـ ونصل ـ ه د
فظاهر ان مثلثى ـ ا ب ج ـ ا ه د ـ متشابهان واضلاعهما النظائر
متناسبة وزاوية ـ ب ا ج ـ ان كانت معلومة بالاجزاء التى بها
الاربع الزوايا القائمة ثلاثمائة وستون جزءا فانا نضعفها حتى يصير
بالمقدار الذى به الزاويتان القائمتان ثلاثمائة وستون جزءا لأن
الزاويتين المتساويتين اذا كانت احداهما عند المركز والاخرى عند

المحيط فالتى عند المحيـــط يفرز من الدائرة ضعف ما يفرز منه التى على المركز فقوس ـ ه د ـ يكون اذن بمقدار ضعف زاوية ب ا ج ـ فوترها ـ ه د ـ معلوم ـ و ـ ه ا ـ اذ هو وتر تمام قوس ه د ـ الى نصف الدائرة يكون معلوما ونسبـــة ـ ه د ـ المعلوم الى ـ ا د المعلوم كنسبة ـ ب ج ـ المجهول الى ـ ا ج ـ المعلوم فب ج ـ اذن معلوم وكذلك نسبة ـ ه ا ـ المعلوم الى ـ ب ا المجهول كنسبـــة ـ د ا ـ المعلوم الى ـ ج ا ـ المعلوم ـ فب ا ـ ايضا معلوم فمثلث ـ ا ب ج ـ كله معلوم الاضلاع وذلك ما اردنا ان نبين •

هذا ما كنا احتجنا الى تقديمه فلنختم به المقالة الاولى

ش ـ ٧٧

المقالة

المقالة الثانيـة فى تعديد الحسابات لحل التعديل

بامثلتها العديدة وهى التى مثلت عن اكثرها

وطولبت بالبرهان على صحتها اوسقمها

و الآن اريد ان اعد فى هذه المقالة الطرق الحسابية التى بها يحل التعديل لنصف الفلك الخارج المركز ويقطع لاجزائه مع امثلة لهاعددية مجردة عن الصور الحسية والخطوط المساحية، وابتدى باطولها منحدرا الى اقصرها ومن اصعبها الى اسهلها الاما كان منها غير صحيح فان حقه ان لم يلغ ان يؤخر، وسهولة الحساب وصعوبته لاتخفى على من تحقق فصل سهولة الزيادة على النقصان والضرب المجانس على غير المجانس والضرب المطلق عـلى القسمة والقسمة على التجذير •

ومن عرف ذلك علم ان تكرير الضرب عدة مرات بدلا من تجذيرمرة واحدة غير كاسب للعمل وان طال الاسهولة •

وسأرتب هذه الحسابات فى فصول يشتمل كل واحد منها على واحد منها لتسهيل الاشارة اليها عند ايراد براهينها فى المقالة الثـالثة ان شاء الله •

الفصل الاول

فى حل التعديل لنصف الدور بحساب انتجه الخاطرلى

اذا اردنا ان نقطع التعديل لاجزاء نصف الفلك الخارج

المركز أخذنا جيب التعديل الاعظم وصيرناه اصلا لجميع الاعمال وجعلنا كل واحد من الحصة وتمامها جيبا فان كانت اقل من تسعين جزءا زدنا جيب تمامها على الاصل فيجتمع الجامع وان كانت اكثر من تسعين جزءا أخذنا فضل ما بين الاصل و بين جيب تمام الحصة فتكون الفضلة فنضرب ايما حصل من الجامع او الفضلة فى نفسه ونضيفه الى مضروب جيب الحصة فى نفسه ونحفظ ما اجتمع ثم نأخذ جذرهذا المجتمع فيكون القطر ونجمع المحفوظ الى مضروب الاصل فى نفسه ونأخذ الفضل بين ما حصل و بين مضروب الجيب كله فى نفسه ونقسم نصفه على القطر فما خرج ننقص مضروبه فى نفسه من مضروب الاصل فى نفسه ونأخذ جذرمايبقى فيكون جيب التعديل لتلك الحصة و هـذا للقسم الاول والثالث والخامس التى اشترطنا اختلاف احوالها فى المقالة الاولى •

فاما الرابع فهو متروك فيما يجىء من الاعمال فيما بعد لما تقدم ذكره •

واما الثانى فانا نجمع له مضروب الجيب كله فى نفسه الى مضرب الاصل فى نفسه ونأخذ جذر المجتمع فيكون القطر ثم نضرب الجيب كله فى الاصل ونقسم المبلغ على القطر فيخرج جيب التعديل •

وهذا مثال بعض اوضاعه للحصة المفروضة ثلاثون جزءا وجيبها ـ ل ه ـ وجيب تمامها ـ ن ا ب ح ـ والتعديـل الاعظم

ا ط ب

اب ط ـ وجيبه ـ ب ه ـ وهو الاصل فلأن الحصة اقل من الربع زدنا جيب تمام الحصة على الاصل فاجتمع ـ ن د ج ـ وهو الجامع ضربناه فى نفسه فبلغ (١٠٥١٧٠٤٩ ثوانى) وضربنا جيب الحصة فى نفسه فبلغ (٣٢٤٠٠٠٠ ثوانى) جمعناهما فحصل (١٣٧٥٧٠٤٩ ثوانى) وهو المحفوظ واخذنا جذره فكان (٣٧٠٩ دقائق) وهو القطر ثم ضربنا الاصل فى نفسه فبلغ (١٥٦٢٥ ثوانى) وزدناها على المحفوظ فكان (١٣٧٧٢٦٧٤ ثوانى) اسقطنا من ذلك مضروب الجيب كله فى نفسه وهو (١٢٩٦٠٠٠٠ ثوانى) فبقى (٨١٢٦٧٤ ثوانى) نصفناها فكانت (٤٠٦٣٣٧ ثوانى) قسمناها على القطر فخرج (١١٠ دقائق) ضربناها فى نفسها فبلغت (١٢١٠٠ ثوالث) والقيناها من مضروب الاصل فى نفسه فبقى (٣٠٢٥ ثوانى) اخذنا جذر هذا الباقى فكان ـ ه ب ط ـ وهو جيب التعديل قوسناه فى جد اول الجيوب فكان قوسه ـ ه ن وى ط وهو تعديل الحصة المفروضة فى اول المثال •

الفصل الثانى

فى حل التعديل بحساب سنح لى من خواص الخط المنعطف فى قوس من دائرة

نستخرج الجامع او الفضلة بمثل ما تقدم ذكره فى الفصل الاول ونضربه فى نفسه ونجمعه الى مضروب جيب الحصة فى نفسه ونأخذ جذر الجملة فيكون القطر ثم نلقى مضروب الاصل فى نفسه

من مضروب الجيب كله فى نفسه ونقسم ما بقى على القطر ونلقى ما خرج لنا من القطر ثم ننصف الباقى ونضربه فى نفسه ونلقى ما اجتمع من مضروب الاصل فى نفسه ونأخذ جذر ما يبقى فيكون جيب التعديل •

مثال ذلك بالحصة الاولى المفروضة القينا مضروب الاصل فى نفسه من مضروب الجيب كله فى نفسه فبقى (١٢٩٤٤٣٧٥) ثوانى قسمنا ذلك على القطر فخرج (٣٤٩٠) دقائق القيناها من القطر فبقى (٢١٩) دقائق نصفنا هذا الثانى فكان (١١٠) دقائق والقينا مضروبها فى نفسها من مضروب الاصل فى نفسه فبقى (٣٥٢٥) ثوانى جذرذلك ـ ه ن ط ـ وهو جيب التعديل المطلوب •

الفصل الثالث

فى حل التعديل بحساب اورده محمد بن جابر البستانى فى زيجه وذكره ايضا محمد بن عبد العزيز الهاشمى فى موضعين من كتاب تعليله لزيج الخوارزمى مجردا من البرهان زاعما فى احدهما انه عمل التعديل على مذهب السند ـ هند

نضرب جيب الحصة فى الاصل ونقسم المجتمع على الجيب كله فيخرج الضلع ونضرب جيب تمام الحصة فى الاصل ونقسم المجتمع على الجيب كله فما خرج نزيده على الجيب كله ان كانت الحصة اقل من تسعين فيكون الجيب الزايد او ننقصه من الجيب كله ان كانت

الحصة

الحصة اكثر من تسعين جزءا فيكون الجيب الناقص ثم نضرب ايهما حصل من الزايد اوالناقص فى نفسه ونزيد على ما بلغ مضروب الضلع فى نفسه ونأخذ جزر الجملة فيكون القطر ثم نضرب الضلع فى الجيب كله ونقسم المبلغ على القطر فيخرج جيب التعديل •

واما فى القسم الثانى فانا نزيد مضروب الاصل فى نفسه على مضروب الجيب كله فى نفسه ونأخذ جذر الجملة فيكون القطر ثم نضرب الاصل فى الجيب كله ونقسم مابلغ على القطر فيخرج جيب التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة ضربنا جيب الحصة فى الاصل فبلغ ثوانى (٢٢٥٠٠٠) قسمنا ذلك على الجيب كله فخرج دقائق (٦٣) وهو الضلع وضربنا جيب تمام الحصة فى الاصل فاجتمع ثوانى (٣٨٩٧٥٠) قسمنا ذلك على الجيب كله فخرج دقائق (١٠٨) زدناه على الجيب كله فكان ـ س ام ح وهو الجيب الزايد ضربناه فى نفسه فبلغ ثوانى (١٣٧٤٩٢٦٤) وضربنا الضلع فى نفسه فبلغ ثوالث (٣٩٦٩) جمعناهما فحصل ثوانى (١٣٧٥٣٢٣٣) فجذر ذلك دقائق (٣٧٠٨) وهو القطر ثم ضربنا الضلع فى الجيب كله فبلغ ثوانى (٢٢٦٨٠٠) وقسمنا ذلك على القطر فخرج (٩١) وهو جيب التعديل قوسناه فكان ـ ه ن ح ب ه ـ وهو التعديل المطلوب •

الفصل الرابع

فى حل التعديل بحساب اورده محمد بن ابراهيم الفزارى فى زيج السند ـ هند الكثير •

قال نضرب جيب الحصة فى خمسى الاصل ونقسم المبلغ على ستين فيخرج الضلع ونضرب جيب تمام الحصة فى خمسى الاصل ونقسم المجتمع على ستين فما خرج نزيده على الجيب كله ان كانت الحصة اقل من الربع فيكون الجيب الزايد وننقصه من الجيب كله فيكون الجيب الناقص: ولماحصل له الضلع والجيب الزايد والناقص اجرى العمل على مثل ما حكيناه عن البستانى والهاشمى حذو القذة بالقذة لم يغير شيئا فلذلك احلنا الباقى على ما تقدم هناك •

مثال ذلك للحصة المفروضة لما كان عددا جزاء الجيب عند الهند مثلى ونصف عدد الستين كان جيب الحصة المفروضة ـ ع ه وجيب تمامها ـ ق ك ط ن ه ـ والاصل ـ ه ب ج ـ وخمساه ب ه ـ ومضروب جيب الحصة فى خمسى الاصل (ثوالث ٩٣٧٥) قسمناه على ستين فخرج ـ ب ل و ـ وهو الضلع ومضروب جيب تمام الحصة فى خمسى الاصل (روابع ٩٧٤٣٧٥) قسمناه على ستين فخرج ـ د ل ا زدناه على الجيب كله فبلغ ـ ق ن د ل ا ـ وهو الحجيب الزايد ومتى ما نقل ما حصل له من الضلع والجيب الزايد من الاجزاء الهندية الى الاجزاء الستينية بان يوخذ خمسا كل واحد منهما كان

الضلع (٦٣ د ثا ثو)والجيب الزائد ــ س ا م ح ــ كما كانا فى العمل المتقدم
واذا اتفقا فى ذلك حرنا (١) فيما بعده على امر واحدا تفقت نتيجتاهما
على آخر العمل •

الفصل الخامس

فى حل التعديل بالحساب الذى يقتضيه كتاب المجسطى

والذى فى المقالة الثالثة من كتاب المجسطى شبيه بما حكيته
عن البستانى الا انه يستعمل فيه الاوتار بدل الجيوب وهوان يؤخذ
وترضعف الحصة ووتر تمام ضعفها الى نصف الدائرة ونضرب كل
واحد منهما فى الاصل ونقسم كل واحد من المبلغين على حدة على ضعف
الجيب كله ، فاما الذى يخرج من وترضعف الحصة فانا نحفظه ، واما
الذى يخرج من وترتمام ضعف الحصة فانا نزيده على الجيب كله اذا
كانت الحصة اقل من الربع ثم نجمع مضروب الحاصل فى نفسه
الى مضروب المحفوظ فى نفسه ونأخذ جذر المجتمع فيكون القطر ثم
نضرب المحفوظ فى الجيب كله ونقسم المبلغ على القطر فيخرج
نصف وترضعف التعديل •

مثال ذلك ضعف الحصة ــ س ــ وتره ــ س ــ (٢) ضعف
تمام الحصة ــ ق ك ــ ووتره ــ ف ج ن هـ ــ ضربنا وترالحصة فى الاصل
فبلغ (٤٥٠٠٠٠ ثوانى) قسمنا ذلك على الجيب كله فخرج (٦٣ دقائق) حفظناه ثم

---

(١) هنا خرم فى الاصل (٢) كذا

ضربناه فى نفسه فاجتمع (٣٩٦٩ ثوانى) مضروب وترضعف تمام الحصة فى الاصل (٧٧٤٣٧٥ ثوانى) قسمنا ذلك على ضعف الجيب كله فخرج (١٠٨ دقائق) زدناه على الجيب كله فاجتمع الجيب الزائد ـ س ا ـ ح م جمعنا مضروب ذلك فى نفسه الى مضروب المحفوظ فى نفسه وأخذنا جذر ذلك فكان (٣٧٠٨ دقائق) وهو القطر ثم ضربنا المحفوظ فى الجيب كله فبلغ (٢٢٦٨٠٠ ثوانى) وقسمنا المجتمع على القطر فخرج ـ ا ا ـ وهو جيب التعديل قوسناه فكان ـ ه ن ح ى ه ـ وهو التعديل المطلوب •

الفصل السادس

فى حل التعديل بحساب استخرجته

نحصل الجامع او الفضلة ونضربه فى نفسه ونجمعه الى مضروب جيب الحصة فى نفسه ونحفظ الجملة ثم نضرب هذا المحفوظ فى مضروب الحصة ونقسم المبلغ على المحفوظ ثم نضرب الخارج من القسمة فى الجيب كله ونقسم المجتمع على مجموع الجيب كله والاصل فيخرج جيب زاوية الرؤية وفصل ما بينها وبين زاوية الحصة هو التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة ضربنا كل واحد من الجامع وجيب الحصة فى نفسه على حدة وجمعناهما فبلغ (١٣٧٥٧٠٤٩ ثوانى) وهو المحفوظ ثم ضربنا مجموع الجيب كله والاصل فى نفسه فبلغ (١٣٨٧٥٦٢٥ ثوانى) وضربنا هذا المبلغ فى المحفوظ فاجتمع

روابع

ثوانى / روابع
(٦٩٠٨٨٧٦٥٣٠٣٠٦٢٥) جذر ذلك (١٣٨١٦٢١٠) ضربنا هذا
روابع
الجذر فى جيب الحصة فبلغ (٢٤٨٦٩١٧٨٠٠٠) قسمنا ذلك على
ثوانى
المحفوظ فخرج (١٨٠٨) ضربنا هذا الخارج فى الجيب كله فاجتمع
ثوالث
(٦٥٠٨٨٠٠) قسمنا ذلك على مجموع الاصل والجيب كله فخرج
دقايق
(١٧٤٧) وهو جيب زاوية الرؤية قوسناه فكانت ـ ك ط ب
وفصل ما بينها وبين الحصة ـ ه ب ج ـ وهو جيب التعديل •

الفصل السابع

فى حل التعديل بحساب الجدولى

نضرب جيب الحصة فى الاصل ونقسم المجتمع اما اذا كانت الحصة اقل من الربع فعلى الجامع واذا كانت اكثر من الربع فعلى الفضلة فما خرج ضربناه فى نفسه وحفظناه ثم ضربنا المحفوظ فى مضروب الاصل فى نفسه وقسمنا المجتمع على مجموع مضروب الاصل فى نفسه الى المحفوظ فيخرج جيب التعديل •

واما فى القسم الثانى فانا نضرب الاصل فى نفسه والجيب كله فى نفسه ونقسم على مجموع هذين المضروبين مضروب احدهما فى الآخر فيخرج جيب التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة قسمنا مضروب جيب الحصة فى
دقائق / ثوانى
الاصل على الجامع فخرج (٦٩) ضربنا ذلك فى نفسه فكان (٤٧٦١)

حفظناه وضربنا هذا المحفوظ فى مضروب الاصل فى نفسه فبلغ
روابع
(٧٤٣٩٠٦٢٥) قسمنا ذلك على مجموع مضروب الاصل فى نفسه الى
ثوانى ثوانى
المحفوظ وهو (٢٥٣٨٦) فخرج (٣٦٤٩) وهو جيب التعديل
قوسناه فكان ـ ا ه م ط ـ وهو التعديل المطلوب •

الفصل الثامن

فى حل التعديل بحساب تهيأ لى استخراجه

نستخرج الجامع اوالفضلة على حسب ما تقتضيه الشريطة المكرر ذكرها ونضربه فى نفسه وجيب الحصة فى نفسه ونجمعهما ونحفظ الجملة ثم نضرب مجموع الجيب كله والاصل فى نفسه ونضرب مابلغ فى مضروب جيب الحصة فى نفسه ونقسم المجتمع على المحفوظ فما خرج من القسمة نأخذ جذره ونضربه فى الجيب كله ونقسم المبلغ على مجموع الجيب كله والاصل فيخرج جيب زاوية الرؤية وفصل ما بينها وبين زاوية الحصة هو التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة مجموع مضروب كل واحد من
ثوانى
الجامع وجيب الحصة فى نفسه (١٣٧٥٧٠٤٩) وهو المحفوظ ومضروب
ثوانى
مجموع الجيب كله والاصل فى نفسه (١٣٨٧٥٦٢٥) ضربنا ذلك فى
ثوانى
مضروب جيب الحصة فى نفسه فاجتمع (١٢٤٨٨٠٦٢٥٠٠) قسمناه على
دقائق ثوانى
المحفوظ فخرج (٥٤٤٦٥) ضربناه فى الجيب كله فبلغ (٦٥٠٥٢٠٠)
دقائق
قسمناه على مجموع الجيب كله والاصل وهو (٣٧٢٥) فخرج

دقائق
(١٧٤٦) وهوجيب زاوية الرؤية قوسناه فكان ـ لك ط ا ـ وفصل ما بينها وبين الحصة ـ ه ن ط ـ وهو التعديل المطلوب •

الفصل التاسع

فى حل التعديل بحساب ادتنى اليه الفكرة

نلقى الحصة من مائـة وثمانين وننصف ما يبقى نجعلـه جيبا ونضعف ذلك الجيب فيصير وترا ونضربه فى نفسه ونحفظ المبلغ فان كانت الحصة اقل من الربع ضربنا فضل ما بين الجيب كـله وبين الاصل وهو كمال الاصل فى نفسـه واضعفنا ضرب الجامع فى كمال الاصل ونقصنا كل ذلك من المحفوظ وان كـانت تسعين جزءا فانا نضرب كمال الاصل فى نفسه ونضعف ضرب كمال الاصل فى الاصل ثم ننقص ذلك من المحفوظ وان كانت اكثر من تسعين فانا نضرب كمال الاصل فى نفسه ونضعف ضرب هذا الكمال فى الفضلة ونلقى جميع ذلك من المحفوظ ثم نأخذ جذر الحاصل فى جميع هذه الاقسام فيكون القطر ثم نضع الجيب كله فى موضعين وننقص الاصل من احدهما ونزيده على الآخر ونضرب المزيد عليه فى المنقوص منه ونقسم المجتمع عـلى القطر فما خرج نزيده على القطر وننصف المبلغ فيكون جيب تمام التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة وتر تمام الحصة الى نصف الدائرة فيه ـ نه ـ مضروب هذا الوتر فى نفسه (٤٩٣٧٢٠٢٥) ثوانى وهو المحفوظ •

كمال الاصل (٣٤٧٥ دقائق) مضروبه فى نفسه (١٢٠٧٥٦٢٥ ثوانى) ضعف مضروب الجامع فى كمال الاصل (٢٢٥٣٨٨٥٠ ثوانى) جمعنا هذا الضعف الى مضروب كمال الاصل فى نفسه فاجتمع (٣٤٦١٤٤٧٥ ثوانى) القينا ذلك من المحفوظ فبقى (١٣٧٥٧٥٥٠ ثوانى) أخذنا جذره فكان (٣٧٠٩ دقائق) نقصنا الاصل من الجيب كله فبقى (٣٤٧٥ دقائق) زدناه عليه فبلغ (٣٧٢٥ دقائق) ضربنا الزايد فى الناقص فاجتمع (١٢٩٤٤٣٧٥ ثوانى) قسمنا ذلك على القطر فخرج (٢٥٩٣٩٩ ثوانى) زدنا ذلك على القطر ونصفنا المبلغ فحصل (٢١٥٩٦٩ ثوانى) وذلك جيب تمام التعديل قوسناه فكانت ـ ن ط ب ـ نقصناها من تسعين فبقى ـ ه ن ح ـ وهو التعديل المطلوب ٭

الفصل العاشر

فى حل التعديل بحساب اورده ابو داؤد سليمن بن عصمة فى زيجه الذى عمله للنيرين ٭

قال نضرب الجيب كله فى نفسه ونضرب الاصل فى نفسه ونجمع الجملة ثم نضرب الاصل فى ضعف جيب تمام الحصة ونزيده على الجملة ان كانت الحصة اقل من الربع فاما ان كانت اكثر منه فانا نضرب الاصل فى ضعف الفضلة ونجمع ما بلغ الى مضروب الاصل فى نفسه وننقص الجملة من مضروب الجيب كله فى نفسه ثم نأخذ جذر ما حصل فيكون القطر ثم نضرب جيب الحصة فى مجموع

الجيب كله والاصل وتقسم ما اجتمع على القطر فيخرج زعم جيب زاوية الرؤية وفصل ما بينها وبين زاوية الحصة هو التعديل ٠

وليس ذلك كذلك فانه جيب زاوية الرؤية مقدرا بالاجزاء التى بها قطر الفلك الخارج المركز الجيب كله ٠

ويجب ان نحول الى اجزاء قطر الفلك الممثل بان نضرب فى الجيب كله وتقسم المجتمع على مجموع الجيب كله والاصل فيخرج حينئذ جيب زاوية الرؤية الى الفضل بينها وبين زاوية الحصة يكون التعديل بالحقيقة ٠

مثال ذلك للحصة المفروضة جمعنا مضروب الجيب كله فى نفسه ومضروب الاصل فى نفسه فبلغ (١٢٩٧٥٦٢٥) ثوانى وضربنا الاصل فى ضعف جيب تمام الحصة فاجتمع (٧٧٩٥٠٠) ثوانى جمعناهما وكان (١٣٧٥٥١٢٥) ثوانى أخذنا جذر ذلك فكان (٣٧٠٧) دقائق وهو القطر ثم ضربنا جيب الحصة فى مجموع الجيب كله والاصل فبلغ (١١١٧٥٠) ثوانى قسمناه على القطر فخرج ـ ل ح ـ وهو يزعم صاحب العمل جيب زاوية الرؤية وليس هو ما ذكره ٠

ولكنا ضربنا هذا الذى خرج من القسمة فى الجيب كله فبلغ (٦٥٠٨٠٠) ثوانى وقسمنا ذلك على مجموع الجيب كله والاصل فخرج (١٧٤٧) دقائق وذلك بالحقيقة جيب زاوية الرؤية قوسناه فكانت ك ط ب ـ الفصل بينها وبين الحصة ـ ه ن ح ـ وهو التعديل

المطلوب •

الفصل الحادى عشر

فى حل التعديل بحساب كان اتفق لى استخراجه

نضرب الجامع فى نفسه ان كانت الحصة اقل من الربع والاصل فى نفسه ان كانت ربعا تاما او الفضلة فى نفسها ان كانت الحصة اكثر من الربع ونزيد على ما اجتمع مضروب جيب الحصة فى نفسه ونأخذ جذر الجملة فيكون القطر ثم نضرب جيب الحصة فى الاصل ونقسم ما بلغ على القطر فيخرج جيب التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة مجموع مضروب كل واحد من الجامع وجيب الحصة علی حدة فى نفسه (١٣٧٥٧٠٤٩ ثوانى) جذر ذلك (٣٧٠٩ دقائق) وهو القطر قسمنا علی هذا القطر مضروب جيب الحصة فى الاصل وهو (٢٢٥٠٠٠ ثوانى) فخرج (١١) وهو جيب التعديل قوسناه فكانت ـ ه ن ح ى ه ـ وهو التعديل المطلوب •

الفصل الثانى عشر

فى حل التعديل بحساب اورده ابو العباس الفرغانى فى تعليله لزيج محمد بن موسى الخوارزمى •

قال نضرب جيب الحصة فى الاصل ونقسم المجتمع على الجيب كله فما خرج نلقيه من الاصل ثم نزيد الباقى على الجيب كله ان كانت الحصة اقل من الربع فيجتمع الجيب الزايد و ننقصه منه ان كانت اكثر

اكثر فيحصل الجيب الناقص ثم نضرب ايهما حصل فى نفسه ونضرب الضلع فى نفسه ونجمعهما ونأخذ جذر الجملة فيكون القطر ثم نضرب الضلع فى الجيب كله ونقسم المبلغ على القطر فيخرج جيب التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة قسمنا مضروب جيب الحصة فى الاصل على الجيب كله نخرج (٦٣) دقائق سهم ضعف الحصة ـح ب مضروبه فى الاصل (٦٠٢٥٠) ثوانى قسمنا ذلك على الجيب كله نخرج (١٧) دقائق القينا ذلك من الاصل فبقى (١٠٨) دقائق زدنا هذا الباقى على الجيب كله فبلغ ـ س ا م ح ـ وهو الجيب الزايد ضربناه فى نفسه فبلغ (١٣٧٤٩٢٦٤) ثوانى وضربنا الضلع فى نفسه فبلغ (٣٩٦٩) ثوانى جمعناهما فكان (١٣٧٥٣٢٣٣) ثوانى جذر ذلك (٣٧٠٨) دقائق وهو القطر ثم قسمنا مضروب الضلع فى الجيب كله وهو (٢٢٦٨٠٠) ثوانى على القطر نخرج (١١) وهو جيب التعديل قوسناه فكانت ـ ه ن ح ى ه ـ وهو التعديل المطلوب •

الفصل الثالث عشر

فى حل التعديل بحساب مختصر تضمنته رسالة مجهولة فضرب عليها واظنها لاحد المرين (١) الفاضلين سليمان بن عصمة او ابى جعفر الخازن •

قال نضرب الاصل فى نفسه ونضرب الجيب كله فى نفسه

---

(١) كذا ولعله المعاصرين

ونجمعهما فان كانت الحصة اقل من الربع زدنا ضعف ضرب جيب
تمام الحصة فى الاصل على المجموع وان كانت اكثر من الربع ننقصه
منه ونأخذ جذر الحاصل فيكون القطر ثم نضرب جيب الحصة فى
الاصل ونقسم المبلغ على القطر فيخرج جيب التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة بمجموع مضروب كل واحد من
ثوانى
الاصل والجيب كله فى نفسه (١٢٩٧٥٦٢٥) وضعف ضرب جيب
ثوانى ثوانى
تمام الحصة فى الاصل (٧٧٩٥٠٠) جمعنا هما فبلغ (١٣٧٥٥١٢٥) جذر ذلك
دقائق ثوانى
(٣٧٠٨) وهو القطر ثم ضربنا الاصل فى الجيب كله فاجتمع (٢٢٥٠٠٠٠)
قسمناه على القطر فخرج (١١) وهو جيب التعديل قوسناه فكانت
ه ن ح ى ه ـ وهو التعديل المطلوب •

الفصل الرابع عشر

فى حل التعديل بحساب اتفق لى

نضرب جيب الحصة فى الجيب كله ونقسم المجتمع على الجامع
او الفضلة ايهما حصل من الشريطة فنخرج ظل زاوية الرؤية وفضل
ما بينها وبين زاوية الحصة هو التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة ضربنا جيب الحصة فى الجيب كله
ثوانى ثوانى
فبلغ (٦٤٨٠٠٠٠) قسمنا ذلك على الجامع فخرج (١٩٩٨) وهو ظل
زاوية الرؤية وقوسها ـ لث ط ب ـ وفضل ما بينهما وبين الحصة

ه ن ح

ه ن ح ـ وهو التعديل المطلوب •

الفصل الخامس عشر

فى حل التعديل بحساب اورده حبش فى زيجه

نضرب جيب تمام الحصة فى الاصل و نقسم المجتمع على الجيب كله فما خرج ننظر فان كانت الحصة اقل من الربع نزيده على الجيب كله فيجتمع الجيب الزائد وان كانت اكثر من الربع ننقصه منه فيبقى الجيب الناقص ثم نضرب جيب الحصة فى الاصل ونقسم المبلغ على الجيب الزائد او الناقص ايهما كان حاصلا بالشريطة فيخرج ظل التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة ضربنا جيب تمام الحصة فى الاصل فاجتمع (ثوانى ۳۸۹۷۵۰) قسمنا ذلك على الجيب كله فخرج (دقائق ۱۰۸) زدناه على الجيب كله فاجتمع الجيب الزائد ـ س ام ح ـ قسمناه عليه مضروب جيب الحصة فى الاصل فخرج (۱۱) وهو ظل التعديل قوسه ـ ه ن ح ـ وهو التعديل المطلوب •

الفصل السادس عشر

فى الطرق الحائدة عن نهج الصواب مما ذكره اصحاب الزيجات وغيرهم فى حل التعديل •

واولها طريق محمد بن موسى الخوارزمى فانه سلك فى حل

التعديل طريقا اذى الى وضع غاية التعديل بازاء ربع الفلك الخارج المركز وقد بينا فى المقالة الاولى ان اعظم زوايا التعاديل يقع بازاء الربع من الفلك الممثل لا الخارج المركز •

واذ ليس علمه على طريق الصواب فقد اختلفت ظنون المعللين له واعتقد فيه انه هو ماذكره عمر بن الفرخان الطبرى فى كتاب العلل ، ان حل التعديل بالجيوب ان نضرب جيب الحصة فى الاصل ونقسم المجتمع على الجيب كله فيخرج جيب التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة مضروب جيب الحصة فى الاصل (٢٢٥٠٠٠ ثوانى) قسمناه على الجيب كله فخرج ــ ا ب ل ــ وهو جيب التعديل قوسناه فكانت ــ ه ن ط م ا ــ وهو التعديل •

قال عمر بن الفرخان فاما حله بالميول فان نضرب ميل الحصة فى مائة واربعة وثلاثين ابدا ونقسم ما اجتمع الف واربعمائة واحد وثلاثون فيخرج التعديل •

مثال ذلك للحصة المفروضة ميل الحصة ــ ى ا م ــ ضربناه فى (١٣٤ دقائق) فاجتمع (٩٣٨٠٠ ثوانى) قسمنا ذلك على (١٤٣١) فخرج او ــ وهو التعديل •

وقد اشار بعض من حام حول تعليل عمل الخوارزمى هذا الى انه ضرب قوس الاصل اعنى التعديل الاعظم بالمقدار الذى وضعه فى جدول الميل فخرج له مقدار وضعه اصلا محفوظا للعمل ثم ضربه فى

ميل

ميل الحصة وقسم المجتمع على ستين فخرج له التعديل ٠

مثال ذلك للحصة المفروضة مضروب قوس الأصل الموضوع في زيج الخوارزمي في ستين (٨٠٤٠) دقائق قسمناه على الميل الاعظم على انه ـ ك ح ن ا ـ فخرج ـ ه ل ز و ـ ضربنا ذلك في ميل الحصة فاجتمع (٣٣٥٩٠٠) ثواني قسمنا على ستين فخرج ـ ا ه ل ـ وهو التعديل

وذكر الفزاري في زيج السند ـ هند ـ ان حل التعديل هو ان نجعل الحصة جيبا بكردجات السند ـ هند ـ ان (١) ونضرب في مائة وخمسة ونقسم على الفين وستمائة وستة عشر فيخرج التعديل زعم ٠

مثال ذلك للحصة المفروضة جيب الحصة بكردجات السند هند (١٦٣٥) ضربناه في (١٠٥) فبلغ (١٧١٦٧٥) قسمنا ذلك على (٢٦١٦) فخرج ـ ا ه ل ز ـ وهو التعديل المطلوب ٠

واذ قد اتينا على جميع ما كان اجتمع عندنا من الطرق الحسابية في المعنى الذي قصدناه ٠

فلنختم المقالة الثانية

المقالة الثالثة في ذكر البراهين الهندسية

على الطرق الحسابية في حل التعديل

واريد في هذه المقالة اقامة البرهان على ما تقدم من طرق

(١) كذا ٠

الحسابات بالخطوط المساحية فى فصول مساوية العدة للفصول التى فى المقالة الثانية وكل واحد منها على موازاة سمية حتى اذا اجتمع السميان من كلتيهما قام البرهان على الدعوى فى الحساب انشاء الله •

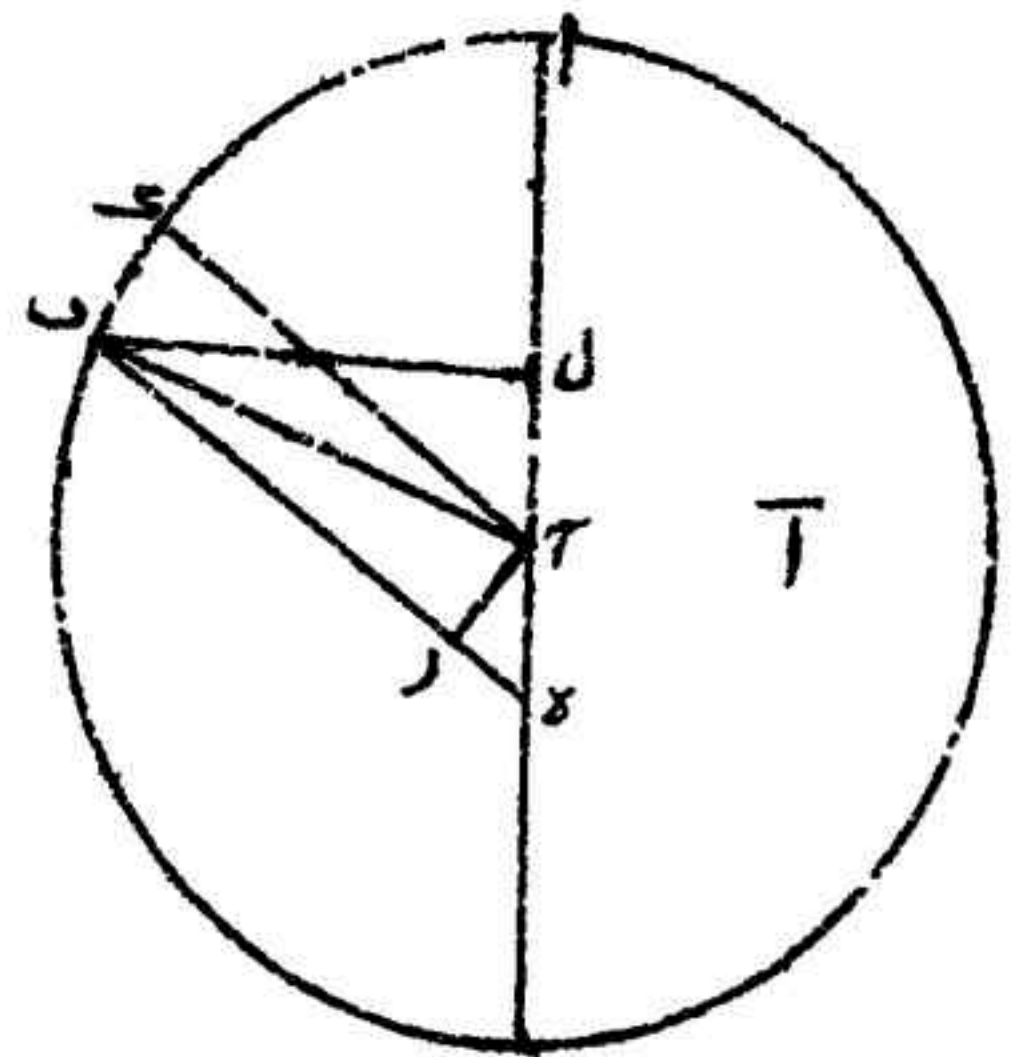
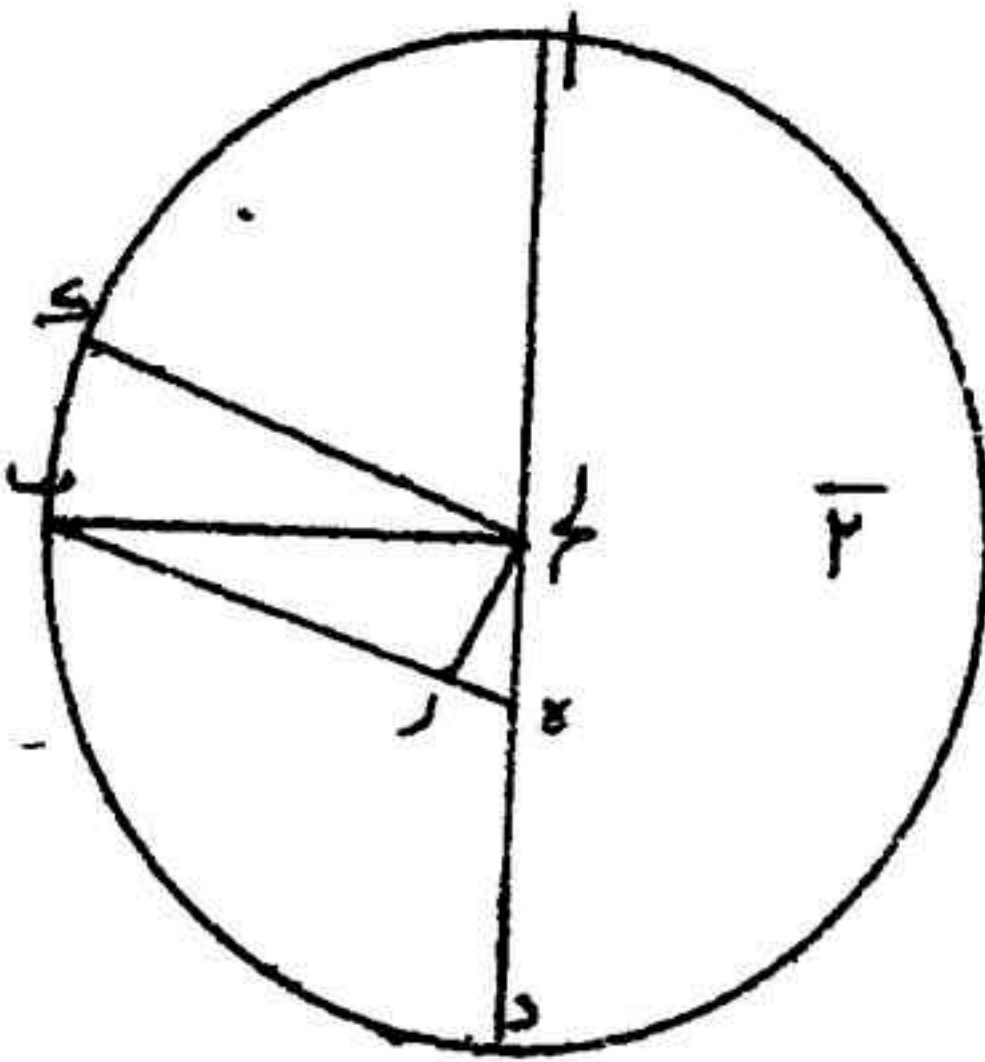
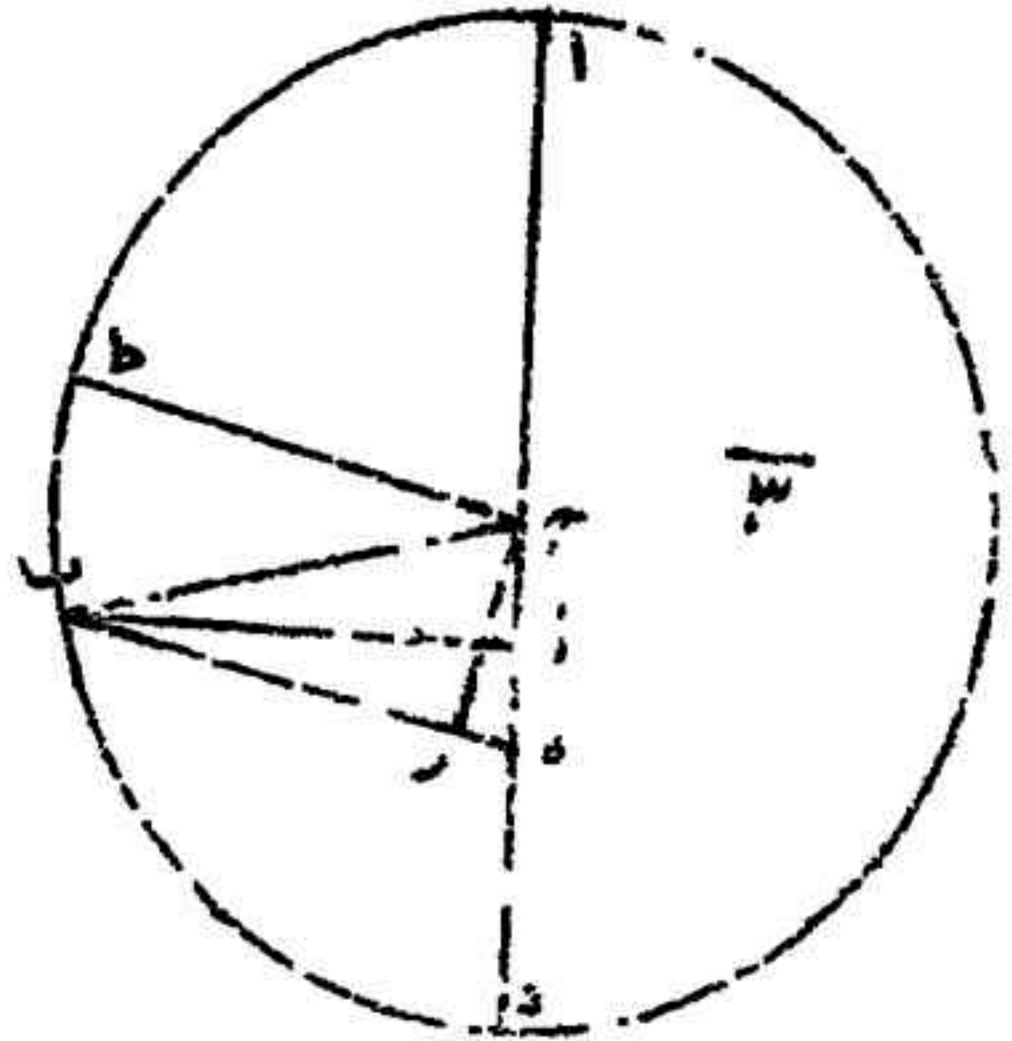
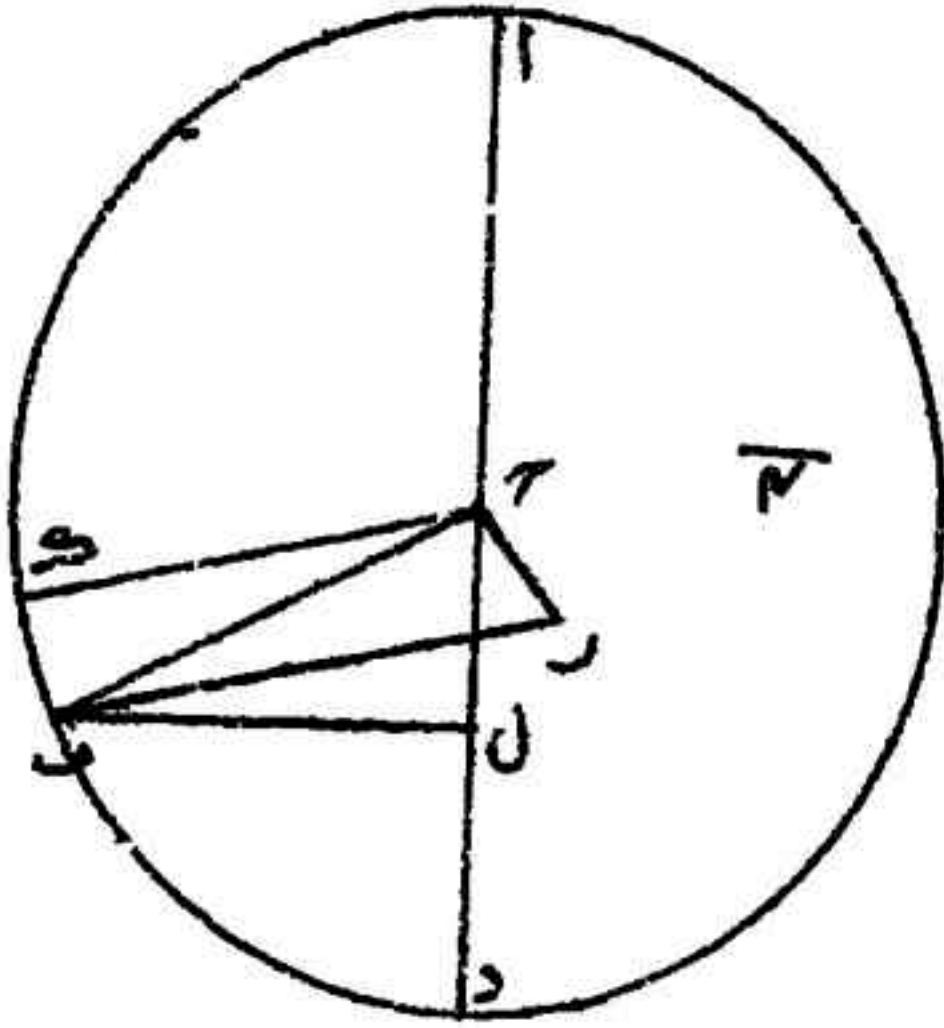
الفصل الاول

فى برهان لى على الحساب الذى انتجه الخاطر لى

ندير للفلك الخارج المركز دائرة على مركز ـ ج ـ وليكن الاوج فيها نقطة ـ ا ـ ونخط قطر ـ ا د ج ـ فيمر على مركز الفلك الممثل ولتكن نقطة ـ ه ـ فيكون ـ ج ه ـ هو بعد ما بين المركزين المساوى لجيب التعديل الاعظم وقد سميناه فى فصول الحسابات اصلا ولتكن الحصة اعنى بعد مابين الاوج وبين جرم الشمس هى قوس اب ـ ونخرج عمود ـ ب ل ـ على قطر ـ ا ج د ـ فيكون جيب الحصة ـ و ب ج ـ جيب تمامها وزاوية ـ ا ج ب ـ زاوية الحصة ونصل ـ ب ه ـ فيكون الخط المقوم للشمس فى هذه الحصة المفروضة وزاوية ـ ا ه ب ـ زاوية الرؤية وزاوية ـ ح ب ه ـ فصل ما بينهما وهى بمقدار التعديل المطلوب من اجل انا اذا اخرجنا خط ـ ح ك موازيا ـ له ب ـ فان زاوية ـ ا ج ك ـ الخارجة تساوى حينئذ زاوية ـ ا ه ب ـ الداخلة فيكون فضل ما بين زاويتى ـ ا ج ك ا ج ب ـ هو زاوية ـ ك ج ب ـ لكنها مساوية لزاوية ـ ج ب ه

للتبادل فزاوية ــ ج ب ه ــ هى التى اذا اسقطت فى هذه الاوضاع من زاوية الحصة اوزيدت فى نظايرها فى النصف الآخر حصلت زاوية الرؤية ويخرج عمود ــ ج ز ــ على ــ ه ب ــ فيكون جيب التعديل فلان خط ــ ب ه ــ يقوى على خط ــ ب ل ــ المعلوم و ــ ل ه ــ الذى هو فى الوضع الاول مجموع ــ ل ج ــ ج ه المعلومين وقد سميناه جامعا وفى الوضع الثانى الاصل نفسه وفى الوضع الثالث والرابع فضل ما بين ــ ل ج ــ ج ه ــ وقد سميناه فضله فهو اعنى ــ ب ه ــ لذلك معلوم واذا كان ــ ه ب ــ معلوما وزاوية ــ ج ه ب ــ فى الوضع الاول والثانى والثالث حادة فان مربع ــ ج ب ــ المعلوم ناقص عن مربع ــ ج ه ــ ه ب ــ المعلومين لضعف ضرب ــ ب ه ــ المعلوم فى ــ ه ز ــ المجهول فاذا جمعنا مربعى ج ه ــ ه ب ــ واسقطنا من ذلك مربع ــ ل ج ــ بقى ضعف ضرب ب ه ــ فى ــ ه ز ــ فاذا قسمنا نصف ذلك على ــ ب ه ــ خرج ه ز ــ وخط ــ ج ه ــ يقوى على ــ ج ز ــ ه ز ــ فخط ــ ج ز ــ معلوم .

واما فى الوضع الرابع فان زاوية ــ ج ه ب ــ تكون منفرجة فمربع ــ ج ب ــ يزيد على مربعى ــ ج ه ــ ه ب ــ لضعف ضرب ب ه ــ فى ــ ه ز ــ فاذا القينا من مربع ــ ج ب ــ مربعى ــ ج ه ه ب ــ بقى ضعف ضرب ــ ب ه ــ فى ــ ه ز ــ فاذا قسمنا نصفه على

ب ه ــ خرج ــ ه ز ــ و ــ ج ه ــ يقوى عليه وعلى ــ ج ز ــ فج ز
معلوم وذلك ما اردنا ان نبين • ش ــ ٧٨

الفصل الثانى

في برهان على حساب سنح لى من
خواص الخط المنحنى فى قوس الدائرة

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه الاربعة، فقد كنا اخبرنا

بالعلة فى الغاء الوضع الذى بين الثالث والرابع وندير على مثلث
ب ج ه ـ قوسا من دائرة تنتهى من محيط الفلك الخارج المركز
الى نقطة ـ ط ـ ونصل ـ ه ط ـ فلان نقطة ـ ج ـ مركز فلك ـ ا
ب د ـ يكون خط ـ ج ب ـ مساويا للخط الواصل بين نقطتى
ج ـ ط ـ فتكون قوس ـ ب ج ـ مساويا لقوس ـ ج ط
ويكون ـ ج ز ـ عمودا نازلا من منتصف القوس على خط
ب ه ط ـ المنعطف فيها •

وقد ذكرنا فى المقالة الاولى من خواصه انه يقسم الخط
المنعطف بنصفين وان مربع ـ ب ج ـ يساوى مربع ـ ج ه
وضرب ـ ب ه ـ فى ـ ه ط •

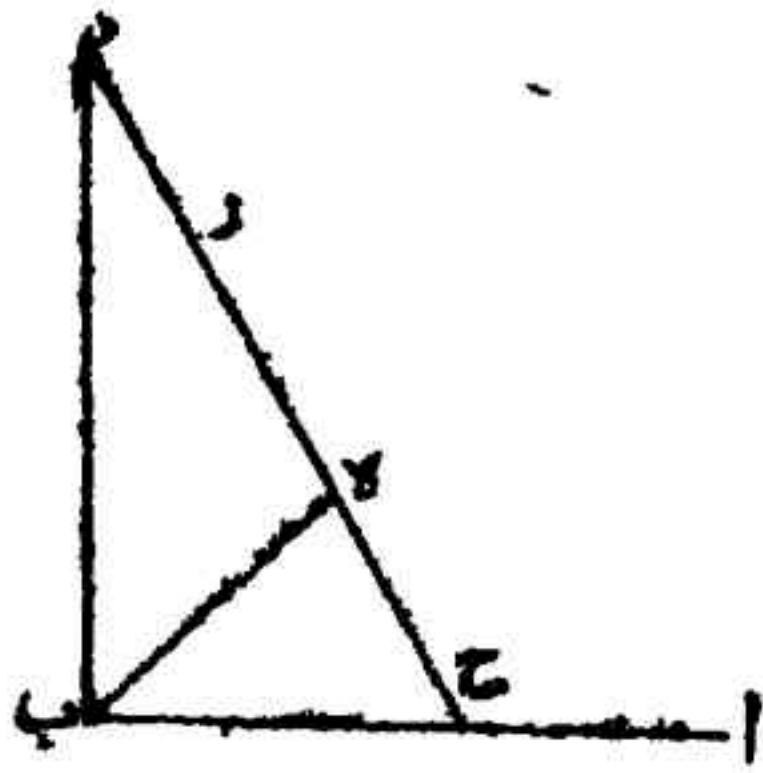
ولان الوضع الرابع من هذه الاوضاع متغير الصورة
بما ربما يشكك من لا دربة له اذ كان عمود ـ ج ز ـ يقع على
خط ـ ب ه ـ خارجا من القوس فانا نصل فيه ـ ه ط ـ وننزل عليه
عمود ـ ج ح ـ فلان ـ ج ـ مركز فلك ـ ا ب د ـ يكون خطا
خ ط ـ ج ب ـ متساويان وزاويتا ـ ج ط ه ـ متساويتان لانهما
معا على قوس واحدة وهى ـ ج ه ـ وزاويتا ـ ج ح ب ـ ج ز ط
قائمتان فان مثلثى ـ ج ح ب ـ ج ز ط ـ متشابهان متساويان
فج ـ ح ـ فى الوضع الرابع يقوم مقام عمود ـ ج ز ـ فى الاوضاع
الثلاثة و ـ ط ج ـ فيه مقام ـ ب ز ـ فيها •

ثم نقول اذا صار (١) الى خط معلوم النسبة الى خط ــ د ز فضرب ــ ح د ــ فى خط معلوم النسبة الى ــ ز د ــ مثل ضرب خط معلوم النسبة عند خط ــ ز ج ــ فى خط معلوم النسبة عند ــ ز ج واما ضرب ــ ح د ــ فى خط معلوم النسبة الى ــ ز د ــ فانه سطح نسبته الى ضرب ــ ح د ــ فى ــ د ز ــ معلومة فاذن نسبة ضرب خط نسبته الى ــ ح ز ــ معلومة فى خط نسبته الى ــ ح ز ــ معلومة الى ضرب ــ ح د ــ فى ــ د ز ــ معلومة لكن نسبة مربع ــ ح ز ــ الى ضرب خط نسبته الى ــ ز ج ــ معلومة فى خط نسبته الى ــ ح ز ــ معلومة نسبة معلومة فاذن نسبة مربع ــ ح ز ــ الى ضرب ــ ح د ــ فى ــ د ز ــ معلومة فنسبة مربع ــ ز ج ــ الى ضرب ــ ح د فى ــ ه ز ــ اربع ــ مرات معلومة وعلى الجميع تكون نسبة مربع ز ج ــ مع ضرب ــ ح د ــ فى ــ د ز ــ اربع مرات اعنى مربع مجموع ــ ح د ــ د ز ــ الى خط ــ ح ز ــ معلومة فنسبة ــ ز ج الى خط ــ ح د ــ تكون معلومة و ــ ح ز ــ ضعف ــ ه ب ــ فاذن نسبة ــ ه ب ــ الى ــ ح د ــ معلومة فنسبة مربع ــ ح د ــ اعنى مربعى ــ ح ب ــ ب د ــ الى ضرب ــ ح د ــ فى ــ ه ب ــ اعنى ضرب ــ ح ب ــ فى ــ ب د ــ معلومة فنسبة ــ ج ب ــ الى ــ ب د ــ معلومة بسهولة و ــ ب د ــ معلوم ــ فــج ب ــ معلوم فنقطة ج ــ معلومة •

---

(١) هنا سقط فى العبارة

ش

ش — ٧٩

لابى العلاء بن الحسين فى ذلك

خط ـ ا ب ـ مفروض وقسم بقسمين على ـ ج ـ واحد سطح نسبته الى مجموع مربعى ـ ا ب ـ ب ج ـ نسبة معلومة وهو سطح ـ و ـ وسطح نسبته الى ضرب ـ اب ـ فى ـ ب ج ـ معلومة غير النسبة الاولى وهو سطح ـ ز ـ وسطح نسبته الى مربع ـ ا ج نسبة غير النسبتين الاولين وهو سطح ـ ح ـ فكانت السطوح الثلاثة متناسبة فنقيم على ـ ب ـ من خط ـ ا ب ـ خط ـ ب د ـ عمودا على ـ ا ب ـ ويكون مساويا لخط ـ ا ب ـ ونصل ـ ح د فيكون مربع ـ ح د ـ مثل مربعى ـ ا ب ـ ب ج ـ فنسبة مربع ح د ـ الى سطح ـ و ـ النسبة المفروضة ونجعل نسبة سطح ـ ط الى سطح ـ ز ـ كنسبة مربع ـ ح د ـ الى سطح ـ و ـ ونجعل ايضا نسبة سطح ـ ى ـ الى سطح ـ ح ـ كنسبة مربع ـ ح د

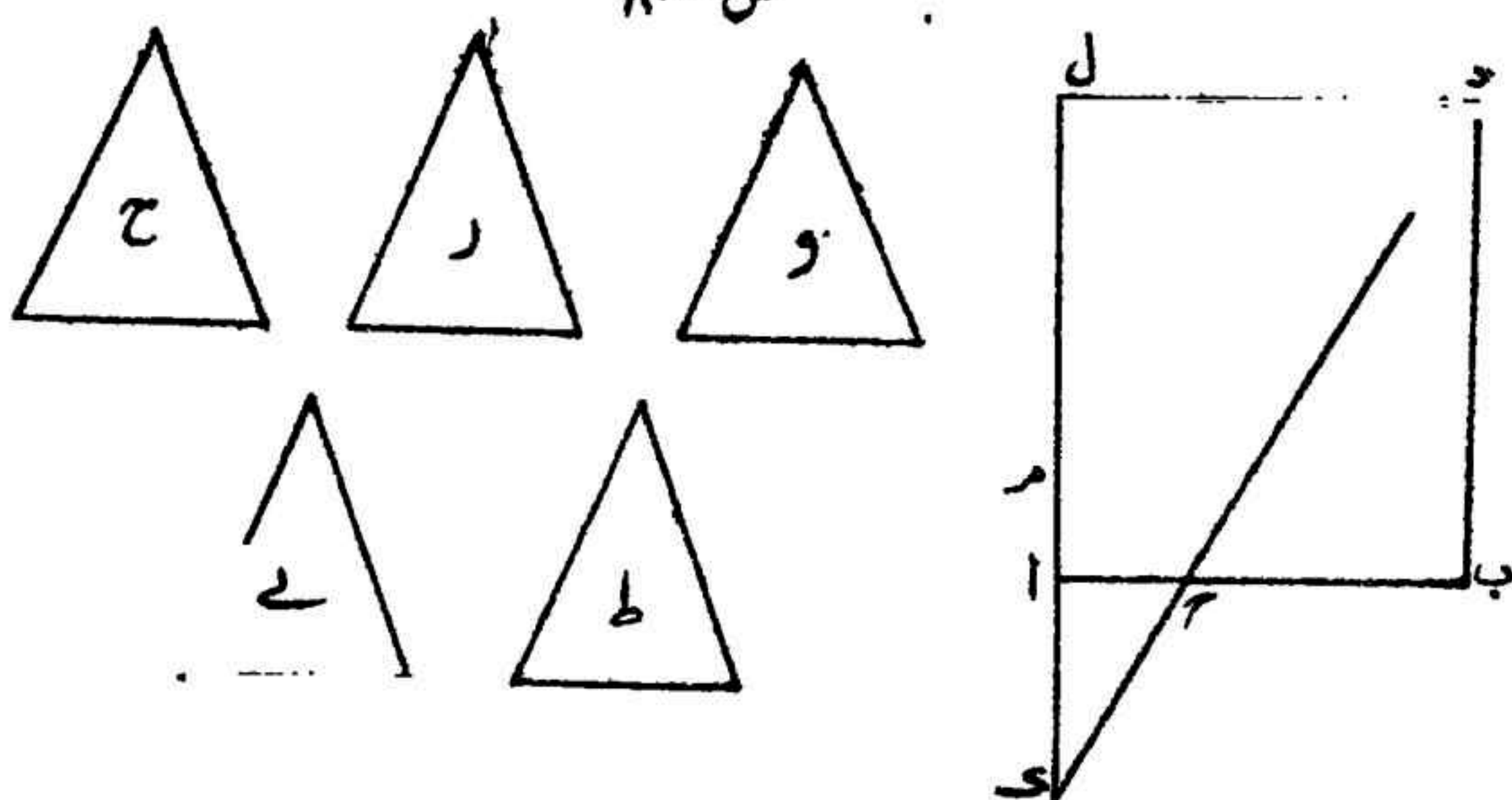
الى سطح ـ ز ـ فبين ان مربع ـ ح د ـ وسطح ـ ط ـ وسطح ى ـ متوالية على نسبة فاذن نسبة ـ ط ـ الى ـ ضرب ـ ب ج فى ـ ب ا ـ المعلوم معلومة فلذلك يكون سطح ـ ط ـ مساويا لضرب ـ ب ج ـ فى خط آخر معلوم عند ـ ا ب •

وايضا فان سطح ـ ى ـ نسبته الى مربع ـ ا ج ـ معلومة فبين ان نسبة خط ـ ح د ـ كنسبة هذا الخط الى خط نسبته الى ح ا ـ نسبة مفروضه اعنى القوى على ـ ى ـ فاذن ضرب خط د ج ـ فى خط ـ ل ه ـ الى ـ ا ج ـ نسبة مفروضه مثل ضرب ا ج ـ فى خط مفروض فلذلك تكون نسبة ضرب ـ ح د ـ فى الخط الذى نسبته الى ـ ح ا ـ مفروضة اعنى القوى على سطح ـ ى الى ضرب ـ ح د ـ فى ـ ح ا ـ نسبة مفروضة لكن لان ـ ح د ـ فى هذا القوى على سطح ـ ى ـ الذى نسبته الى ـ ح ا ـ مفروضة مثل ـ ب ج ـ فى خط معلوم تكون نسبة ـ ب ج ـ فى خط معلوم الى ـ ح د ـ فى ـ ح ا ـ نسبة مفروضة فلذلك يكون ـ د ح ـ فى ح ا ـ مثل ـ ب ج ـ فى خط معلوم آخر فنخرج من نقطة ـ ا ـ خطا يوازى خط ـ د ب ـ وهو ـ ا ل ـ ونخرج خط ـ د ج ـ حتى يلقاه على ـ ك ـ فمثلثا ـ ب ج د ـ ا ج ك ـ متشابهان وضرب خط ـ ح د ـ فى ـ ح ا ـ مثل ضرب خط ـ ب ج ـ فى ـ ح ك وقد كان تبين ايضا ان ضرب ـ ح د ـ فى خط ـ ح ا ـ مثل ضرب

ب

بَ ج ـ فى خط معلوم ـ فج ط ـ اذن هو ذلك الخط المعلوم ونخرج
من ـ د ـ خطا يوازى ـ ح ا ـ وهو ـ د ل ـ فبين ان سطح ـ ا ب د ل
مربع قائم الزوايا وان مثلثى ـ ب ج د ـ ك ل د ـ متشابهان فاذن
ضرب ـ ب ج ـ فى ـ ك ل ـ مثل ضرب ـ د ب ـ فى ـ د ل ـ اعنى
مربع ـ د بَ ـ المعلوم فضرب ـ ك ل ـ فى ـ بَ ج ـ معلوم واذا
فصلنا من ـ ال ـ مثل ـ ا ج ـ وهو ـ ا م ـ بقى ـ م ل ـ مثل ـ ب
ج ـ لان خط ـ ا ب ـ مثل خط ـ ا ل ـ فضرب ـ ك ل ـ فى ـ ل م
معلوم اعنى ضرب ـ ا ل ـ فى ـ ل م ـ و ـ ا ك ـ فى ـ ل م ـ الذى هو
مساو لمربع ـ ا ل ـ لما قد كان تبين لكن مربع ـ ا ل ـ مثل ضرب
ا ل ـ فى ـ ل م ـ و ـ ل ا ـ فى ـ ا م ـ يسقط ضرب ـ ا ل ـ فى ـ ل م
المشترك يبقى ضرب ـ ل ا ـ فى ـ ا م ـ مثل ضرب ـ ا ك ـ فى ـ م ل
ولنا ضرب ـ ك ل ـ فى ـ ل م ـ معلوم و ـ ح ا ـ مثل ـ ا م ـ فاذن
مجموع ضرب ـ ك ل ـ فى ـ ل م ـ ومربعى ـ ك ا ـ ا م ـ معلوم
لكن ضرب ـ ك ل ـ فى ـ ل م ـ هو مربع ـ ل م ـ وضرب ـ ل م
فى ـ ا م ـ و ـ ا ك ـ فى ـ م ل ـ فاذن مجموع مربعات ـ ك ا
ا م ـ م ل ـ وضرب ـ ك ا ـ فى ـ م ل ـ و ـ ا م ـ فى ـ م ل ـ معلوم
فاذن مجموع ضرب ـ ل ا ـ فى ـ ا م ـ ومربعى ـ ل م ـ ك ا ـ مع
ضرب ـ ك ا ـ فى ـ م ل ـ معلوم لكن قد كان تبين ان ضرب
ل ا ـ فى ـ ا م ـ مساو لضرب ـ ك ا ـ فى ـ م ل ـ فيجب من

ذلك ان يكون مجموع مربعى ـ الك ـ م ل ـ وضرب ـ ك ا ـ فى م ل ـ مرتين معلوما فيصير مجموع خطى ـ ك ا ـ م ل ـ معلوما وخط ـ ال ـ معلوما فالفصل بين خطى ـ الك ـ ام ـ معلوم ومجموع مربعيهما معلوم ـ فا م ـ معلوم وهو مثل ـ ا ج •

ش ــ ٨٠

وهذه المسئلة تنسب الى ابلونيوس ولنا فى قسم منها استخراج ليكن خط معلوم عليه ـ ا ب ـ ولتكن نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب معلومة وليكن ضرب ـ ح ا ـ فى ـ ح ب ـ مثل مربع ـ ح ز ونخط على مركز ـ ج د ـ ببعد ـ ح ز ـ دائرة ـ و ز(١) •

فاقول انا ان اخرجنا من نقطتى ـ ا ـ ب ـ خطين الى محيط هذه الدائرة وهما ـ ا ز ـ ب ز ـ كان مربع ـ ا ز ـ اعظم من سطح ـ ل ه ـ الى مربع ـ ب ز ـ نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب بسطح ـ ب ا ـ فى ـ ا ج ـ المفروض •

(١) كذا فى الاصل

برهان

برهان ذلك انا نخرج ج ـ ح ز ـ ونخرج ـ ا ح ـ يوازيه
ونخرج ـ ز ب ـ وليلق ـ ا ح ـ على ـ ح ـ ونخرج ـ ز د
ونجعل ـ ز ا ـ فى ـ ا ط ـ مثل ـ ب ا ـ فى ـ ا د ـ ونصل ـ ب
ط ـ فلان ضرب ـ ح د ـ فى ـ ب ج ـ مثل مربع ـ ح و ـ و ـ ح
و ـ مثل ـ ح ز ـ يكون ضرب ـ ح د ـ فى ـ ح ب ـ مثل مربع
ح ز ـ فنسبة ـ ح د ـ الى ـ ح ز ـ كنسبة ـ ح ز ـ الى ـ ب
ج ـ فمثلث ـ ز د ج ـ يشبه ـ مثلث ـ ز ب ح ـ فزاوية ـ ب
ز ج ـ التى هى مثل زاوية ـ ا ح ب ـ المبادلة لها مثل زاوية ـ ز
د ج ـ فزاوية ـ ز د ج ـ مثل زاوية ـ ا ح ب ـ ولان ضرب
ب ا ـ فى ـ ا د ـ مثل ضرب ـ ز ا ـ فى ـ ا ط ـ تكون نسبة
ب ا ـ الى ـ ا ز ـ كنسبة ـ ا ط ـ الى ـ ا د ـ فمثلث ـ ا ز د
يشبه مثلث ـ ا ط ب ـ فزاوية ـ ا د ز ـ مثل زاوية ـ ا ط ب
فتبقى زاوية ـ ز د ج ـ التى قد تبين انها مثل زاوية ـ ا ح ب ـ مثل
زاوية ـ ز ط ب ـ فزاوية ـ ز ط ب ـ مثل زاوية ـ ا ح ب
وزاوية ـ ط ز ب ـ مشتركة فمثلث ـ ط ب ز ـ مشابه لمثلث ـ ا ح
ز ـ فضرب ـ ح ز ـ فى ـ ز ب ـ مثل ضرب ـ ا ز ـ فى ـ ز ط ـ و
نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ب ز ـ التى هى كنسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج
ب ـ المعلومة كنسبة ضرب ـ ح ز ـ فى ـ ز ب ـ الى مربع ـ ب
ز ـ وضرب ـ ح ز ـ فى ـ ب ز ـ هو مثل ـ ا ز ـ فى ـ ز ط ـ فنسبة

از ـ فى ـ زط ـ الى ـ ب ز ـ هى كنسبة ثـا ج ـ الى ـ ج ب ـ
المعلومة ومربع ـ از ـ اعظم من ضرب ـ از ـ فى ـ زط ـ بضرب
زا ـ فى ـ زط ـ الذى هو مثل ضرب ـ ب ا ـ فى ـ از ـ المفروض
•

ش ـ ٨١

قال ابراهيم بن سنان

اما ابلونيوس فاستخرج هذه المسئلة على ان السطح المعلوم اقل من مربع ـ اب ـ وان جعل السطح المعلوم وهو مربع ـ اب واردنا ان نعمل دائرة يكون كل خطين يلتقيان على محيطها ومخرجها من نقطتى ـ اب ـ فضل مربع احدهما على سطح نسبته الى مربع الآخر معلومة هو مربع ـ اب ـ فان تحليلها نحن فيه هكذا •

نتزل ان الدائرة المطلوبة دائرة ـ ج ـ ونصل ـ ا ج ـ ب ج ـ وليكن ضرب ـ ب ج ـ فى ـ ى ب مثل مربع ـ اب ـ فاذن نسبة ضرب ـ ب ج ـ فى ـ ج ى ـ الى مربع ـ ا ج ـ معلومة •

ولان ضرب ـ ج ب ـ فى ـ ى ب ـ مثل مربع ـ اب ـ تكون نسبة ـ ب ج ـ الى ـ اب ـ كنسبة ـ اب ـ الى ـ ى ب وزاوية ـ اب ى ـ مشتركة للمثلثين فاذن زاوية ـ اج ب ـ مثل زاوية ـ ب ا ى ـ ونعمل على ـ ب ـ من خط ـ اب ـ زاوية ـ اب د ـ مثل زاوية ـ ب ج ا ـ التى هى مثل زاوية ـ ى اب ـ فزاوية ـ ى اب ـ مثل زاوية ـ اب د ـ فخط ـ ا ى ـ مواز لخط ـ ب د ـ ولكن (١) •

لأن نسبة ضرب ـ ب ج ـ فى ـ ج ى ـ الى مربع ـ ا ج المعلومة مؤلفة من نسبة ـ ب ج ـ الى ـ ج ا ـ ومن ـ ج ى الى ـ ج ا ـ التى هى نسبة ـ ى ب ـ الى ـ اد ـ تكون النسبة المؤلفة من ـ ب ج ـ الى ـ ج ا ـ ومن ـ ى ب ـ الى ـ اد ـ معلومة هى نسبة ضرب ـ ب ج ـ فى ـ ى ب ـ الى ضرب ـ ج ا ـ فى اد ـ لكن ـ ج ب ـ فى ـ ى ب ـ معلومة لأنه مثل مربع ـ اب فاذن ضرب ـ ج ا ـ فى ـ اد ـ معلوم ولكن ضرب ـ اب ـ فى اه ـ مثله فنقطة ـ ه ـ معلومة •

(١) كذا

ونصل ـ ه ح ـ فلأن زاويـة ـ الب د ـ مثل زاويـة
دج ب ـ وزاوية ـ د ـ فى مثلثى ـ ادب ـ ج د ب ـ يكون
مثلثا ـ ج ب د ـ ا د ب ـ متشابهين فنسبـة ـ ج د ـ الى ـ
دب ـ اعنى ـ ه دب ـ الى ـ د ا ـ كنسبة ـ ج ب ـ الى ـ اب
لكن ضرب ـ اه ـ فى ـ اب ـ مثل ـ ج ا ـ فى ـ اد ـ تكون
نسبة ـ اب ـ الى ـ اج ـ كنسبة ـ دا ـ الى ـ اه ـ وزاوية ـ ا
فى المثلثين جميعا فنسبة ـ ب د ـ الى ـ دا ـ كنسبة ـ ج ا ـ الى
ه ا ـ فاذن نسبة ـ ج ه ـ الى ـ ه ا ـ كنسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب ا
فاذا بدلنا صارت نسبة ـ ج ه ـ الى ـ ج ب ـ مثل نسبة ـ ه ا ـ الى
اب ـ المعلومـة ونخرج خطين آخرين وهما ـ ال ـ ل ب ـ الى
محيط الدائرة وليكن ضرب ـ ب ز ـ فى ـ ل ب ـ مثل مربع ـ اب
اعنى ضرب ـ ج ب ـ فى ـ ى ب ـ ولنخرج ـ م ب ـ حتى تكون
زاوية ـ ال م ـ مثل زاوية ـ ال ب ـ •

ويتبين من ذلك ان خط ـ از ـ موازلخـط ـ م ب ـ لأن
زاوية ـ ب از ـ مثل زاوية ـ ال ب ـ اعنى زاوية ـ ال م ـ ولذلك
تكون انسبة المؤلفة من ـ ل ب ـ الى ـ ل ا ـ ومن ـ ل ز ـ الى
ل ا ـ هى بعينها النسبة المؤلفة من نسبة ـ ب ج ـ الى ـ ج ا ـ و
ج ى ـ الى ـ ج ا ـ لأن هكذا طلب منا فى المسئلة •

وقد بينا ان هذه النسبة هى نسبة ضرب ـ ب ج ـ فى ـ ى ب

الى

الى ضرب ــ ج ا ــ فى ــ اد ــ و بين من قبل ان نسبة ــ ل ز ــ الى ــ ل ا
كنسبة ــ ب ز ــ الى ــ ام ــ ان نسبة ضرب ــ ل ب ــ فى ــ ب ز
الى ضرب ــ ل ا ــ فى ــ ام ــ كنسبة ضرب ــ ب ج ــ فى ــ ى ب
الذى هو ايضا ــ ل ب ــ فى ــ ب ز ــ الى ضرب ــ ج ا ــ فى
اد ــ فتكون نسبة ضرب ــ ل ب ــ فى ــ ب ز ــ الى ضرب ــ ج د
فى ــ ا ج ــ والى ــ ل ا ــ فى ــ ام ــ واحدة فضرب ــ ا ج ــ فى
اد ــ مثل ضرب ــ ل ا ــ فى ــ ام ــ وضرب ــ ج ا ــ فى ــ اد
مثل ضرب ــ ب ا ــ فى ــ اه ــ فضرب ــ ل ا ــ فى ــ ام ــ ايضا
مثل ــ ب ا ــ فى ــ اه •

فاذن نسبة ــ ب ا ــ الى ــ ال ــ كنسبة ــ م ا ــ الى ــ اه
وزاوية ــ ل اه ــ مثل زاوية ــ ب ام ــ فمثلثا ــ ب ام ــ ه ال
متشابهان فتكون نسبة ــ ل م ــ الى ــ م ا ــ كنسبة ــ ل ه ــ الى ــ ه ا
ولكن نسبة ــ ل م ــ الى ــ م ا ــ كنسبة ــ ل ب الى ــ ب ا ــ لأن
زاوية ــ ال م ــ مثل زاوية ــ م ل ب ــ وزاوية ــ ب م ل ــ مشتركة
فتبقى زاوية ــ م اب ــ مثل زاوية ــ ل ب م •

فاذن نسبة ــ ل ب ــ الى ــ ل ه ــ كنسبة ــ ب ا ــ الى ــ اه
المعلوم وهى ايضا كنسبة ــ ب ج ــ الى ــ ج ا ــ وكذلك
يكون كل خطين يخرجان من ــ ه ب ــ الى دائرة ــ ط ج ــ
نسبة احدهما الى الآخر واحدة وهى نسبة ــ ب ا ــ الى ــ اه •

ش — ٨٢

فقد انحلت هذه المسئلة الى مسئلة ابلونيوس ايضا ولنا فيها استخراج إلا ان هذا الطريق لم يتبين منه ان دائرة ـ ط ج ـ تجوز على نقطة ـ ا ـ فاما ابلونيوس فقد حلل هذا القسم تحليلا لست احفظ وقد كنت وقفت عليه وتبين منه ان دائرة ـ ط ج ـ تجوز على ـ ا ـ وباقى تحليلنا لهذه المسئلة يتبين منه ذلك •

فاما المسئلة التى تأدى اليها التحليل فطريق ابلونيوس فيها هكذا نضع نقطتى ـ ا ب ـ ونسبة ما وهى نسبة ـ ج ـ الى ـ د ونريد ان نعمل دائرة اذا اخرج اليها خطان من ـ ا ـ ب ـ التقيا على محيطها وكانت نسبة احدهما الى الآخر كنسبة ـ ج ـ الى ـ د فننزل ان ذلك قد وقع والدائرة ـ ه ـ ونخرج ـ اه ـ ه ب ـ فنسبة اه ـ الى ـ ه ب ـ كنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ فان نحن جعلنا زاوية

زه ا ـ مثل زاوية ـ اب ه ـ وزاوية ـ ز ـ مشتركة صارت زاوية
ز اه ـ مثل زاوية ـ ب ه ز ـ وصارت نسبة ـ ب ز ـ الى ـ زه
كنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ا ـ المعلومة ونسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ا
كنسبة مربع ـ ب ز ـ الى مربع ـ زه ـ فنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز
ا ـ معلومة وخط ـ ز ا ـ معلوم فنقطة ـ ز ـ معلومة ونخرج
خطين آخرين وهما ـ اح ـ ح ب ـ فنسبة ـ اح ـ الى ـ ح ب
كنسبة ـ ج ـ الى ـ د ـ فتصير نسبة ـ ح ب ـ الى ـ ح ا
معلومة وهى كنسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ا ـ تكون فى القوة متناسبة
لكن نسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ا ـ اعنى ـ ب ز ـ الى ـ زه ـ فى القوة
كما بينا كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ زا ـ فزاوية ـ ح ا ز ـ مثل زاوية
زح ب ـ وذلك لنها لولم يكن مثلها لعملنا زاوية ـ دح ب ـ مثل
زاوية ـ زاح ـ فصار مثلثا ـ ط ح ب ـ طاح ـ متشابهين وصارت
نسبة مربع ـ ب ج ـ الى مربع ـ اح ـ اعنى نسبة مربع ـ ب ط
الى مربع ـ ط ح ـ كنسبة ـ ب ط ـ الى ـ ط ا ـ وكانت كنسبة
ب ز ـ الى ـ زا ـ فنسبة ـ ب ط ـ الى ـ ط ا ـ كنسبة ـ ب ز
الى ـ زا ـ وذلك محال لأنها اذا فصلت اوجبت ان يكون خط
زا ـ مثل خط ـ اط ـ فاذن زاوية ـ زا ح ـ مثل زاوية ـ ز
ح ب ـ فنسبة ـ ب ح ـ الى ـ ح ا ـ المفروضة كنسبة ـ ب ز
الى ـ ز ح ـ وكانت كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ زه ـ فزه ـ مثل ـ ز

ح ـ فنقطة ـ ز ـ مركز دائرة ـ ه ح ـ ولأن نسبة ـ ب ز الى زه ـ كنسبة ـ زه ـ الى ـ ا ز ـ لتشابه المثلثين يصير ضرب ـ ب ز ـ فى ـ ز ا ـ المعلوم مثل مربع ـ زه ـ فمربع ـ ز ه ـ معلوم فزه ـ معلوم فنقطة ـ ز ـ معلومة ودائرة ـ ه ح ـ معلومة •

ش ـ ٨٣

وتركيبنا نحن لتحليل لنا فى هذه المسئلة كان هكذا نضع خطا ما وهو ـ ا ب ـ ونسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج ب ـ مفروضة ونجعل نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ا ـ كنسبة ـ ب ج ـ الى ـ ج ا فان ذلك يسهل اعنى تزاد فى خط ـ ا ب ـ زيادة تكون نسبة الخط مع الزيادة الى الزيادة معلومة ونعمل على ـ د ج ـ نصف دائرة •

فاقول ان كل خطين يخرجان من ـ ا ب ـ يفعلان ما قصدنا له •

برهان

برهان ذلك ان نسبة ـ ب د ـ الى ـ د ا كنسبة ـ ح ب الى ـ ح ا ـ فعلى التبديل تكون نسبة ـ ب د ـ الى ـ ب ج ـ مثل نسبة ـ د ا ـ الى ـ ا ج ـ فيقسم خط ـ ح د ـ نبصفين على ـ ه فلأن نسبة ـ ب د ـ الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ د ـ الى ـ ج تكون نسبة نصف الفصل بين ـ د ب ـ ب ج ـ اعنى ـ ج ه الى ـ ب ج ـ كنسبة الفضل بين ـ د ا ـ ا ج ـ اعنى ـ ا ه ـ الى ا ج ـ فاذن نسبة ـ ه ج ـ الى ـ ج ـ ب ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ا ج ـ فاذن نسبة ـ ب ج ـ الى ـ ج ه ـ كنسبة ـ ج ا ـ الى ا ه ـ ونركب فتكون نسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ج ـ كنسبة ـ ه ج الى ـ ه ا ـ فاذن ـ ه ج ـ متوسط بين ـ ه ب ـ ه ا ـ فان عملنا على نصف دائرة نقطة ـ ز ـ كان خط ـ ه ز ـ مثل ـ ه ج ـ فاذن نسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ز ـ كنسبة ـ ه ز ـ الى ـ ه ا ـ وزاوية ه ـ مشتركة فمثلثا ـ ه ا ز ـ ه ز ب ـ متشابهان ولذلك تكون نسبة ب ز ـ الى ـ ز ا ـ مثل نسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ز ـ اعنى ـ ب ه الى ـ ه ج ـ فاذن نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ا ـ كنسبة ضعف ـ ب ه الى ضعف ـ ه ج ـ اعنى مجموع ـ د ب ـ ب ج ـ الى ـ د ج فنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ا ـ كنسبة مجموع ـ د ب ـ ب ج ـ الى ج د ٠

وقد كان تبين فيما تقدم ان نسبة ـ د ب ـ الى ـ ب ج

كنسبة ـ دا ـ الى ـ اج ـ فاذن على التركيب تكون نسبة مجموع
دب ـ ب ج ـ فى ـ ب ج ـ كنسبة ـ دج ـ الى ـ ج ا
وبالتبديل نسبة مجموع ـ دب ـ ب ج ـ الى ـ ج د ـ كنسبة
ب ج ـ الى ـ ج ا ـ وكانت نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ا ـ كنسبة
مجموع ـ دب ـ ب ج ـ الى ـ دج ـ فاذن نسبة ـ ب ج ـ الى
ج ا ـ كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ا ـ فنسبة ـ اج ـ الى ـ ج ب
المفروضة كنسبة ـ از ـ الى ـ ب ز ـ •

ش ـ ٨٤

وكذلك ايضا تبين ان كل خطين يخرجان فهما يفعلان هذه
النسبة بعينها •

فقد تبين ان الدائرة المطلوبة تجوز على نقطة ـ ج ـ ونظيرتها
فى الشكل الذى ادى الى هذا نقطة ـ ا ـ فكذلك فى ذلك
الشكل تجوز الدائرة على نقطة ـ ا •

 وقد

وقد كان لجدى ابى الحسن ثابت فى ذلك تركيب على هذه الجهة وهو قصد هذا الطريق ، ليكن خط ـ اب ـ معلوما ونسبة اج ـ الى ـ ج ب ـ معلومة وتقسم خط ـ اب ـ بنصفين على د ـ ونجعل ضرب ـ اج ـ فى ـ ج ب ـ مثل ضرب ـ ج د ـ فى خط ما وليكن ذلك الخط ـ ج ه ـ ونعمل على خط ـ ج ه ـ نصف دائرة هو ـ ج ـ فاقول ان نصف دائرة هو ـ ج ـ نفعل ما قصد ناله •

برهان ذلك انا نتعلم نقطة ـ و ـ على محيط النصف دائرة كيف ما وقعت ونصل ـ ح و ـ و ب ـ ونخرج من ـ د ـ عمود د ز ـ تلقى ـ و ج ـ على ـ ز ـ ونصل ـ ه ز ـ فزاوية ـ ه و ج قائمة وزاوية ـ ح د ز ـ قائمة ـ وزاوية ـ ه ح و ـ مثل زاوية ـ د ح ز ـ فالزاويتان الباقيتان متساويتان ولذلك تكون اضلاع مثلثى ه ح و ـ ح ز د ـ متناسبة فنسبة ـ ه ج ـ الى ـ ج و ـ كنسبة ج و ـ الى ـ د ج ـ فضرب ـ ج ه ـ فى ـ ج د ـ مثل ضرب ز ج ـ فى ـ ج و ـ وقد كان جعل مثل ضرب ـ اج ـ فى ـ ج ب فاذن ضرب ـ و ج ـ فى ـ ح ز ـ مثل ضرب ـ اج ـ فى ـ ج ب فاذن نقط ـ ز ـ ا ـ ب ـ و ـ فى دائرة ولأن خط ـ اب ـ وترفى تلك الدائرة وقد قسم بنصفين على ـ د ـ واخرج عمود ـ د ز يلقى قوس الدائرة على نقطة لنا ـ ب ه ـ (١) معلوما بمثل ما تقدم

(١) بعد هذه العبارة خرم فى الاصل

فى الفصل الاول وكان مربع ـ ب ج ـ مساويا لمربع ـ ج ه وضرب ـ ب ه ـ فى ـ ه ط ـ فانا اذا اسقطنا من مربع ـ ج ب مربع ـ ج ه ـ بقى ضرب ـ ب ه ـ فى ـ ه ط ـ فاذا قسمناه على ب ه ـ خرج ـ ه ط •

فاذا القينا ـ ه ط ـ من ـ ه ب ـ بقى ضعف ـ ه ز ـ لأن ب ز ـ يساوى مجموع ـ ز ه ـ ه ط ـ فنصف الباقى يكون ز ه ـ لكن ـ ج ه ـ يقوى عليه وعلى ـ ج ز ـ فج ز ـ معلوم وايضا فانا اذا جمعنا ـ ه ط ـ الى ـ ه ب ـ وأخذنا نصف المبلغ كان ـ ز ب ـ وظاهر انه اذا كان جيب التعديل كان ـ ز ب جيب تمام ذلك التعديل وذلك ما اردنا ان نبين •

الفصل الثالث

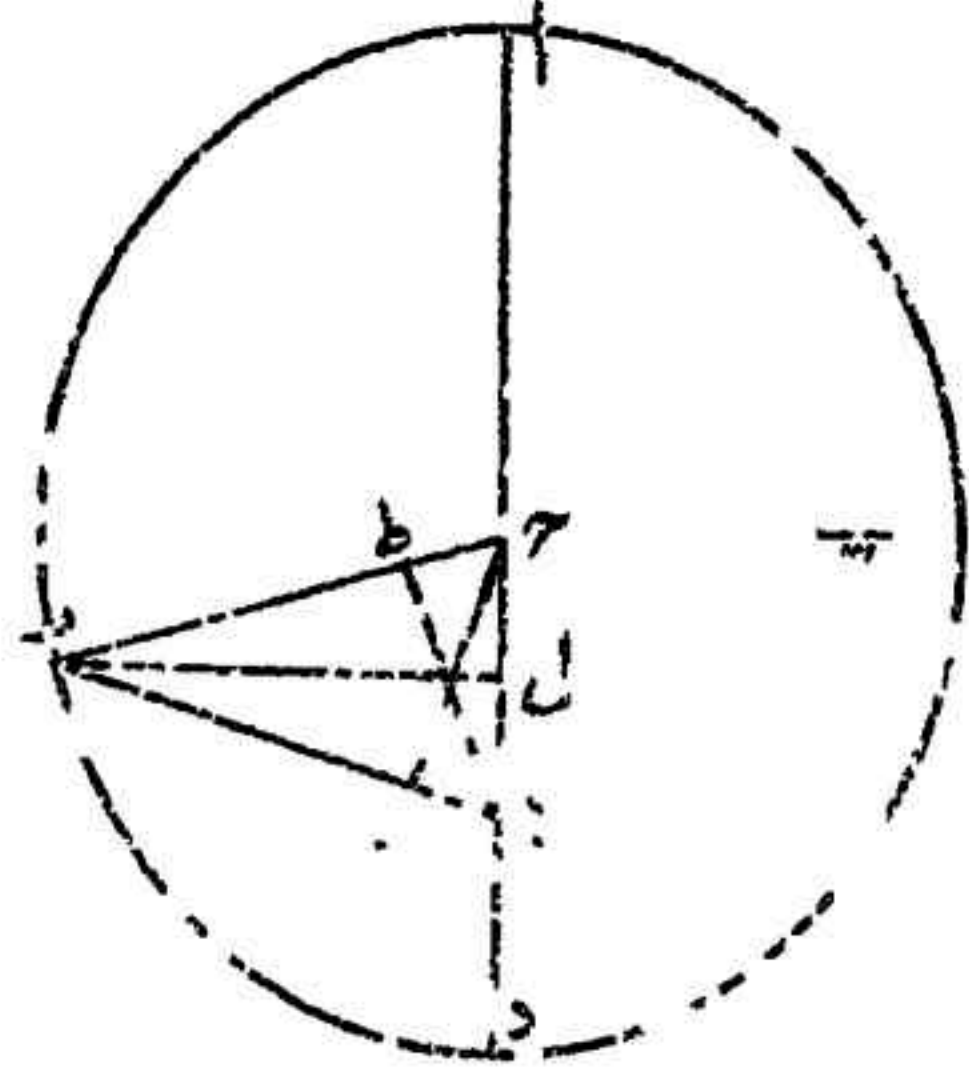
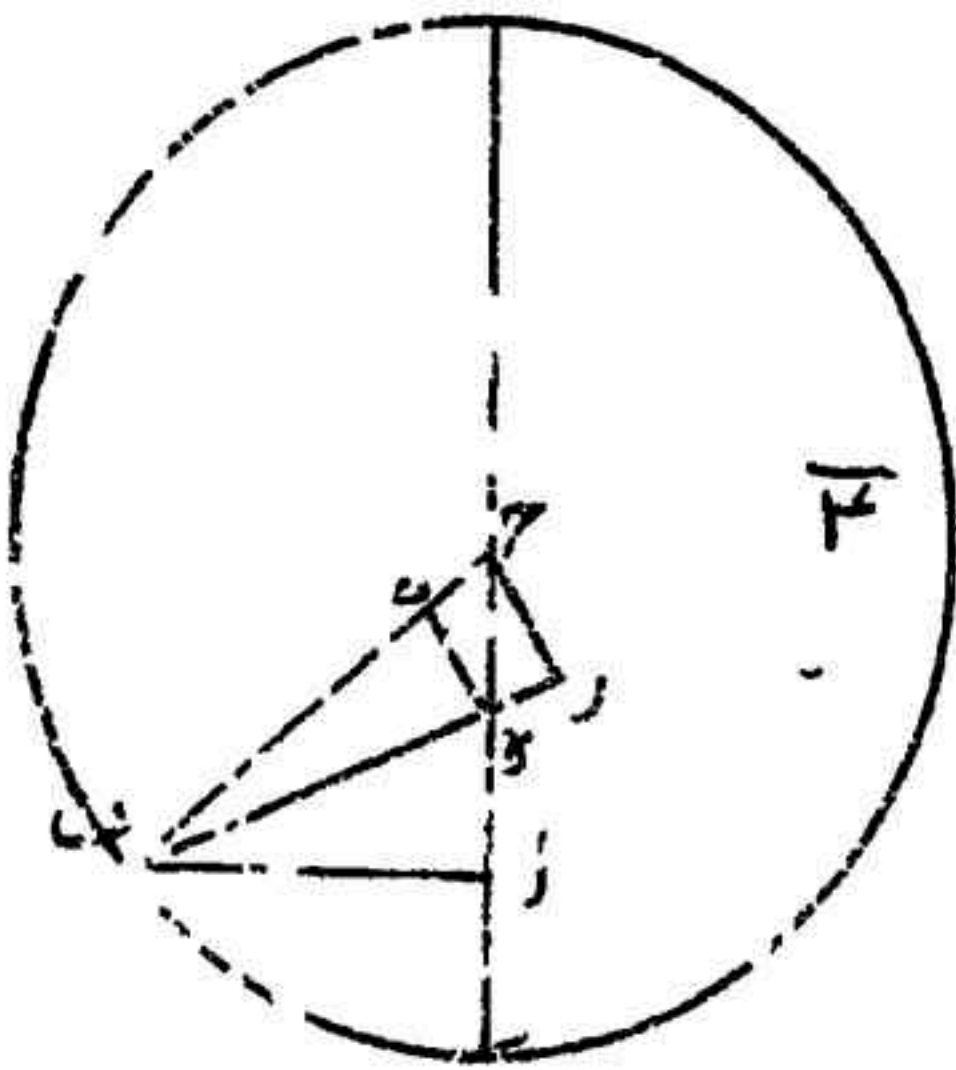
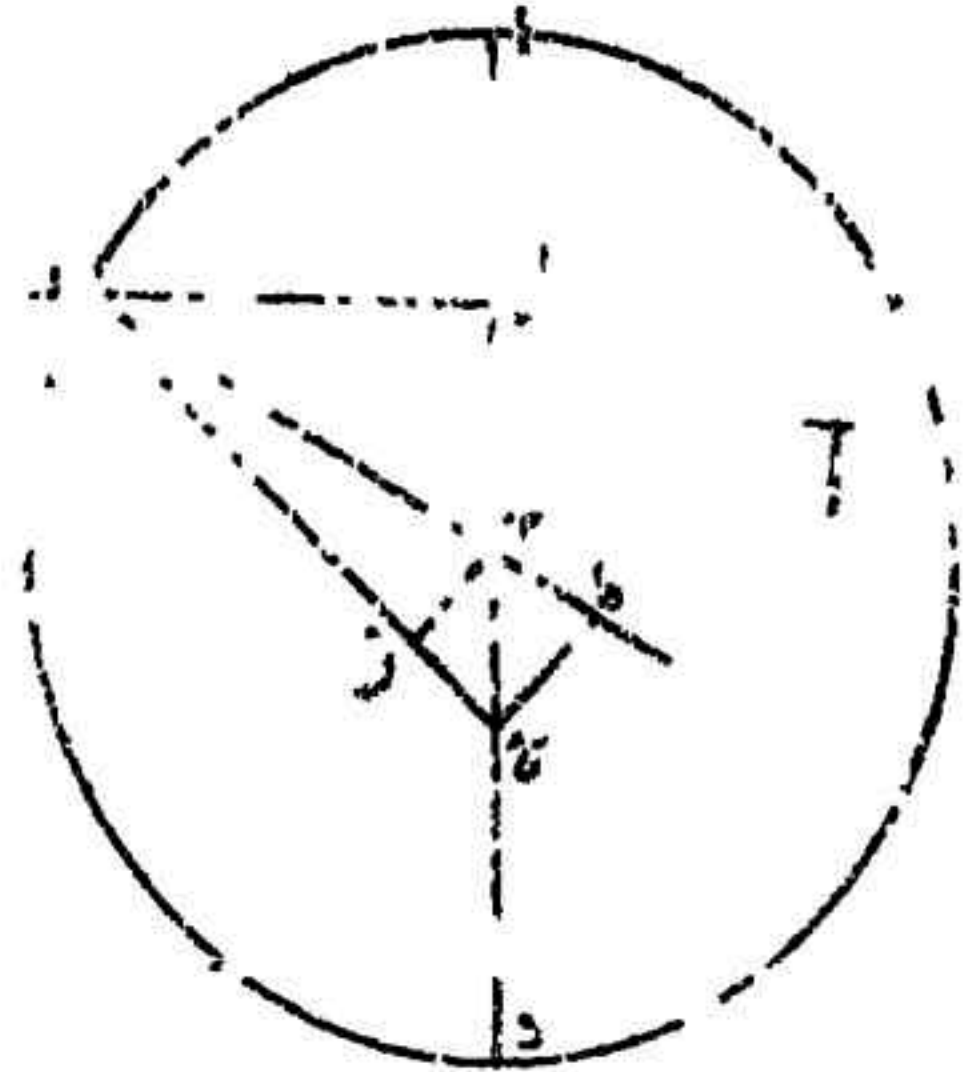
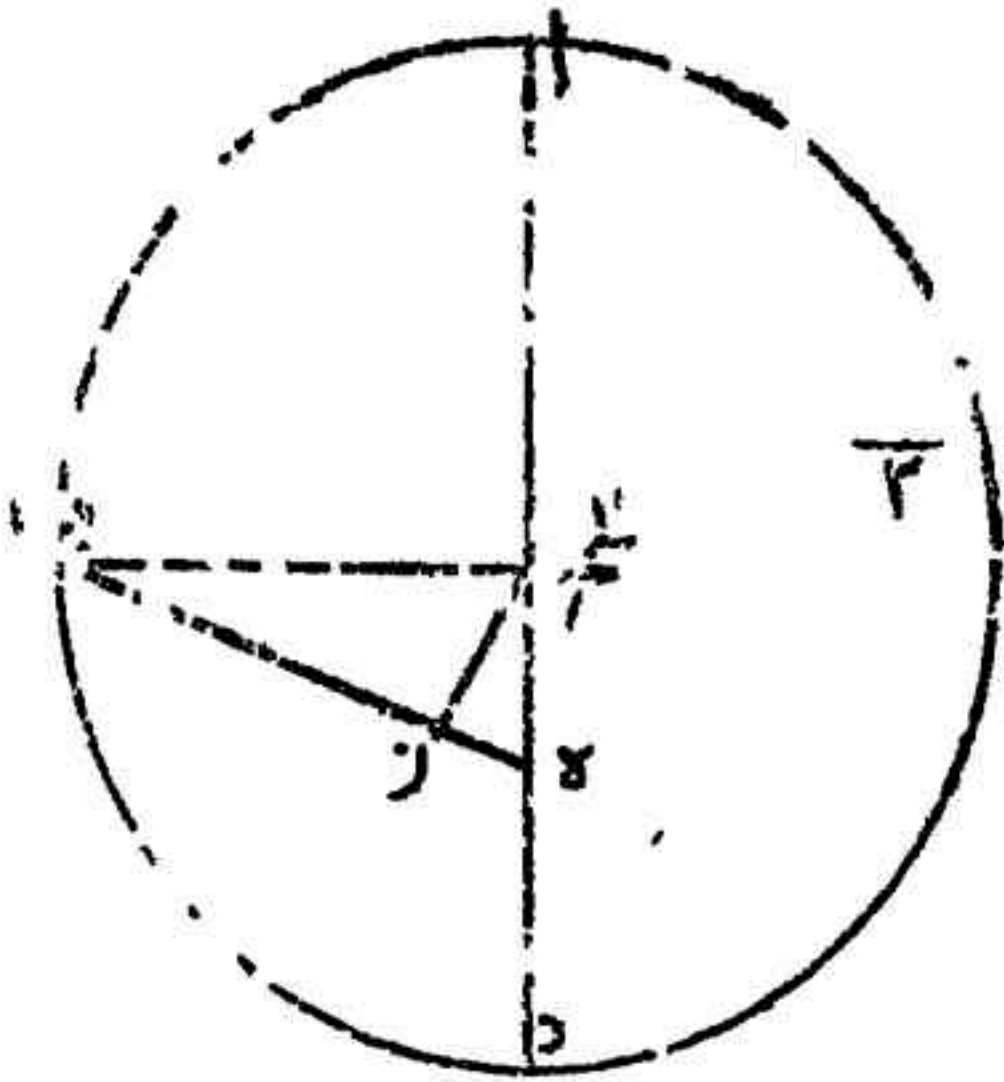
فى حكاية برهان لبستانى على ما اورده هو والهاشمى من الحساب •

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه ونخرج من نقطة — ه عمود — ه ط — على — ب ج — فيتشابه مثلثا — ب ل ج — ه ط ج وتكون نسبة — ب ل — الى — ب ج — كنسبة — ه ط — الى ه ج — فه ط — معلوم وهو الذى سميناه ضلعا •

كذلك ايضا نسبة — ل ج — الى — ج ب — كنسبة — ط ج — الى — ج ه فط ج — معلوم وهو زيادة الجيب الزائد على الجيب كله•

ونقصان الناقص عنه و — ب د — المسمى — ح ز — لقوى على — ب ط — ط ه — فهو معلوم ونسبة — ط ه — الى — ج ز — كنسبة — ه ب — الى — ب ج — فج — ا ز — الذى هو جيب التعديل معلوم •

واذ كان ما ذكره الهاشمى من الحساب فى تعليله لزيج الخوارزمى موافقا لحساب البستانى فالبرهان عليه هو هذا الذى حكيناه عن البستانى وذلك ما اردنا ان نحكى •

ش — ٨٦

الفصل الرابع

فى علة ما اورده الفزارى فى زيج

السند ـ الهند ـ الكبير من الحساب

اما العمل فهو بعينه ما حكيناه عن البستانى ولذلك نستثقل

اعادة

اعادة صورة له واوضاع، بل تقول انما ضرب جيب الحصة وجيب تمامها فى خمسى الاصل وقسم المجتمع على ستين حتى خرج له الضلع وفضل الجيب الزائد اونقصان الناقص لأن الجيب كله عنده كان مجزأ بمائة وخمسين على ما اصطلح عليه الهند فلو ضربهما فى الاصل لاحتياج ان يقسمهما على مائة وخمسين الذى هو الجيب كله عنده فلما اراد ان يقسم على ستين والستون خمسا ما كان يجب ان يقسم عليه اضطر الى يكون الضرب ايضا فى خمسى (١) يجب ان يضرب فيه لأن مايخرج من ضرب الشيء فى مقدار ما وقسمته على آخر مساو لما خرج من ضربه فى كسر منسوب الى ما ضرب فيه وقسمته على ذلك الكسر بعينه مما قسم وذلك ما اردنا ان نبين •

وهذا العمل وان كان صحيحا فلست ادرى ما الذى اعوز الفزارى الى تكلفه فلئن كان رام تسهيل القسمة بنقلها من المائة والخمسين الى الستين لموافقة الستين مخرج اجزاء الدرج فلعمرى هو امر مستحسن لو لم يكن زاد فيه احد خمسى الاصل فقد علم انه ان سلك فيه طريق الضرب فى اربع وعشرين دقيقة ابدا كان ازدياد الضرب مقاوما لما زاد فى القسمة من السهولة وان سلك فيه طريق القسمة على الاخماس كانت مؤونة القسمة زائدة على السهولة المقصودة فالاولى كان يجب عليه ان يأمر بالضرب فى الاصل دون خمسيه والقسمة على الجيب كله دون الستين •

---

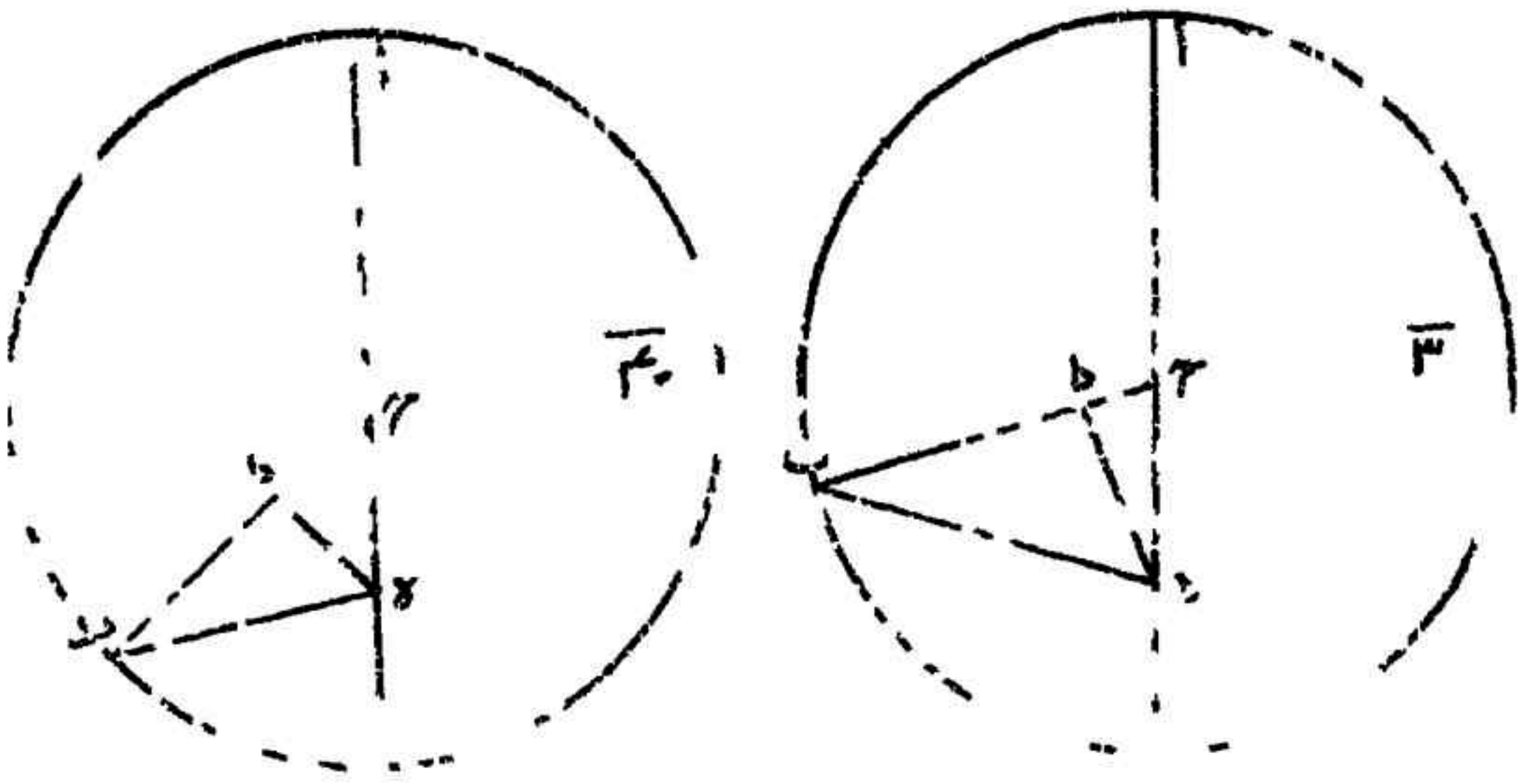
(١) هنا خرم فى الاصل •

الفصل الخامس

فى حكاية برهان الحساب الذى يشتمل عليه كتاب المجسطى

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه فظاهر مما تقدم ان زاوية
ط ج ه ــ مساوية لزاوية ــ ا ج ب ــ التى هى زاوية الحصة فزاوية
ط ه ج ــ تبقى معلومة بالمقدار الذى به الاربع الزوايا القائمة ثلاثمائة
وستون جزءا •

فاذا اضعفنا كل واحد منهما حصلتا بالمقدار الذى به الزاويتان
القائمتان ثلاثمائة وستين جزءا فوتراهما فى الدائرة المحيطة لمثلث ــ ط ج ه
وهما ــ ط ج ــ ط ه ــ معلومان بالمقدار الذى به قطر تلك الدائرة
وهو ــ ه ج ــ ضعف الجيب كله فهما اذن معلومان بالمقدار
الذى به ــ ا ج ــ الجيب كله نعمل التحويل الذى قدمناه فى المقالة
الاولى •

ولأن خط ــ ه ب ــ يقوى على ــ ه ط ــ ط ب ــ المعلومين
فهو معلوم بالمقدار الذى به ــ ب ج ــ الجيب كله ونسبة ــ ط ه
الى ــ ه ب ــ بهذا المقدار كنسبة ــ ط ه ــ الى ــ ه ب ــ المقدار
الذى به ــ ه ب ــ ضعف الجيب كله فزاوية ــ ط ه ــ معلومة
بالمقدار الذى به الاربع الزوايا القائمة ثلاثمائة وستون جزءا وذلك
ما اردنا ان نحكى •

ش — ۸۷

الفصل السادس فی برهان لی

علی حساب استخرجته

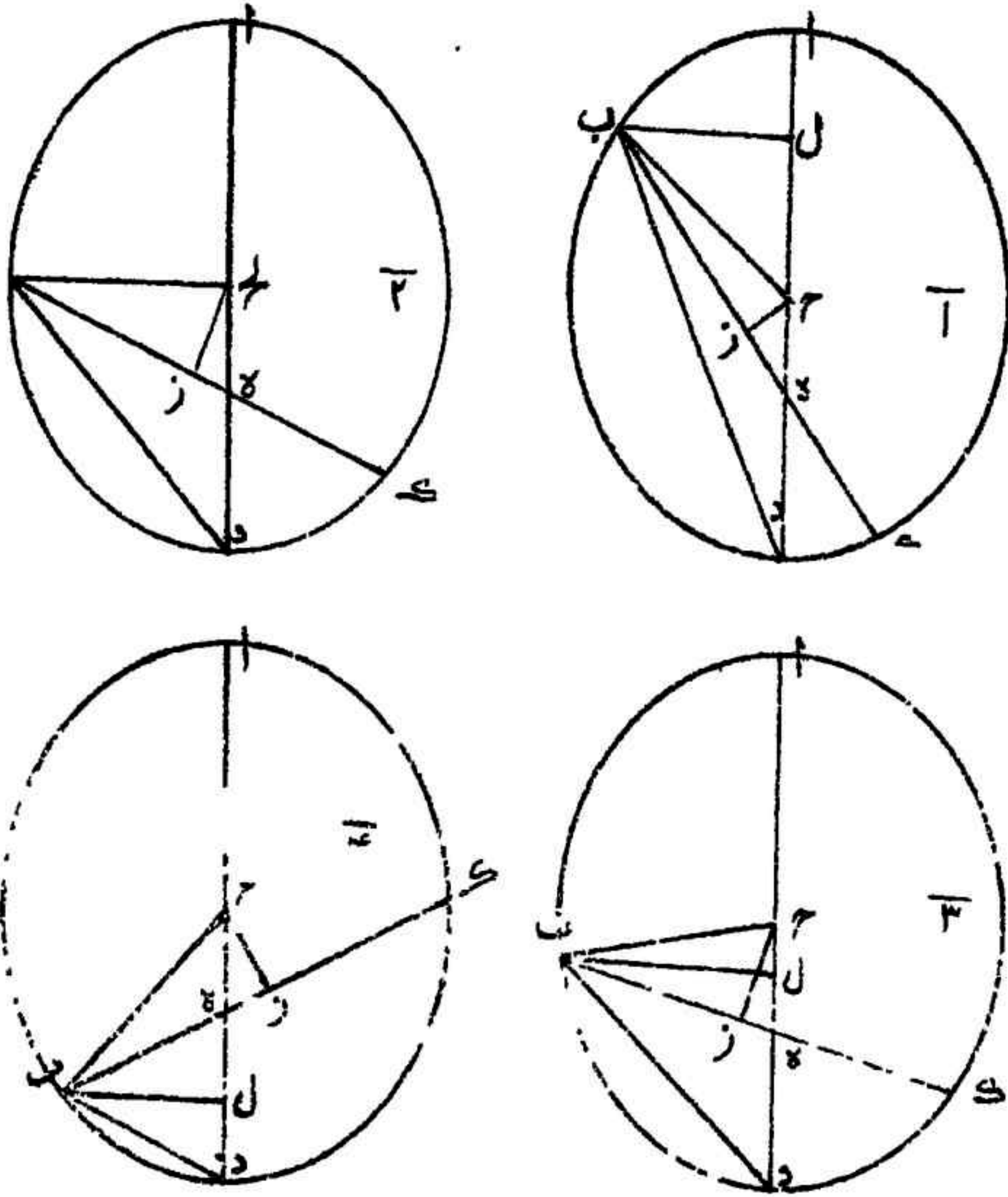
نعید الفلك الخارج المرکز باوضاعه وندیر علی مرکزه دائرة

اس ـ للفلك الممثل ونخرج الى محيطه خط ـ ه ب م ـ وننزل من نقطة ـ م ـ عمود ـ م ع ـ على قطر ـ اس •

ومعلوم ان ـ ه ب ـ الذى سميناه قطرا يقوى على ـ ب ل جيب الحصة وله الجامع او الفضلة فهو لذلك معلوم •

ونسبة ـ ه ب ـ الى ـ ه م ـ كنسبة مربع ـ ه ب ـ الى مربع ه م ـ مثناة بالتكرير فنسبة ـ ه ب ـ الى ـ ه م ـ كنسبة مربع ـ ه ب ـ الى مقدار وسط فى النسبة بين مربع ـ ه ب ـ ه م فاذا ضربنا مربع ـ ه ب ـ فى مربع ـ ه م ـ وأخذنا جذر المبلغ خرج ذلك الموسط ونسبة مربع ـ ه ب ـ الى هذا الموسط بينه وبين مربع ـ ه م ـ كنسبة ـ ب ل ـ الى ـ م ع ـ من اجل ان هذه النسبة هى كنسبة ـ ه ب ـ الى ـ ه م ـ فم ع ـ يخرج من قسمة مضروب الموسط فى ـ ب ج ـ على مربع ـ ه ب ـ لكنه يكون بالمقدار الذى ـ ب ج ـ الجيب كله فيجب ان نحول الى المقدار الذى به ه م ـ الجيب كله بما تقدم فى المقالة الاولى •

ونكرر من حسابه وظاهر ـ ان ـ م ع ـ جيب زاوية الرؤية ففضل ما بينها وبين زاوية الحصة هو التعديل وذلك ما اردنا ان نبين •

ش — ٨٨

الفصل السابع فى برهان لى

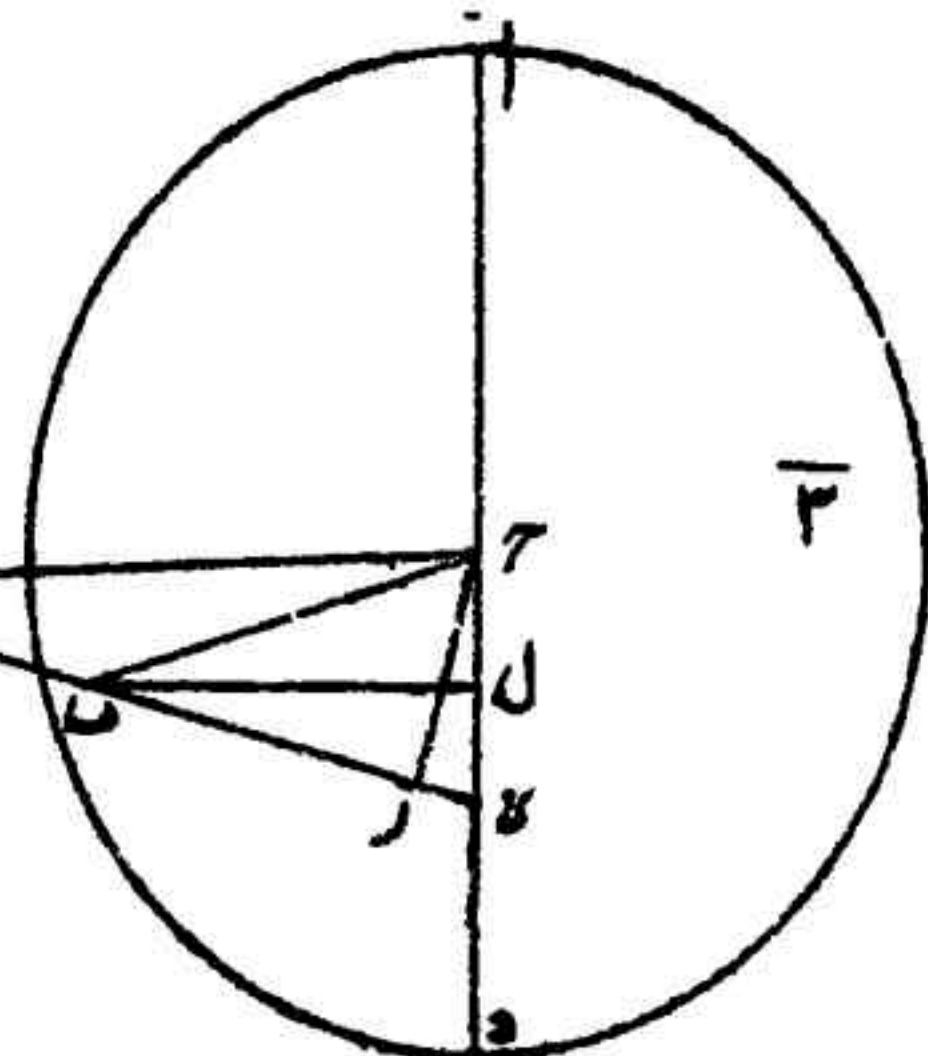
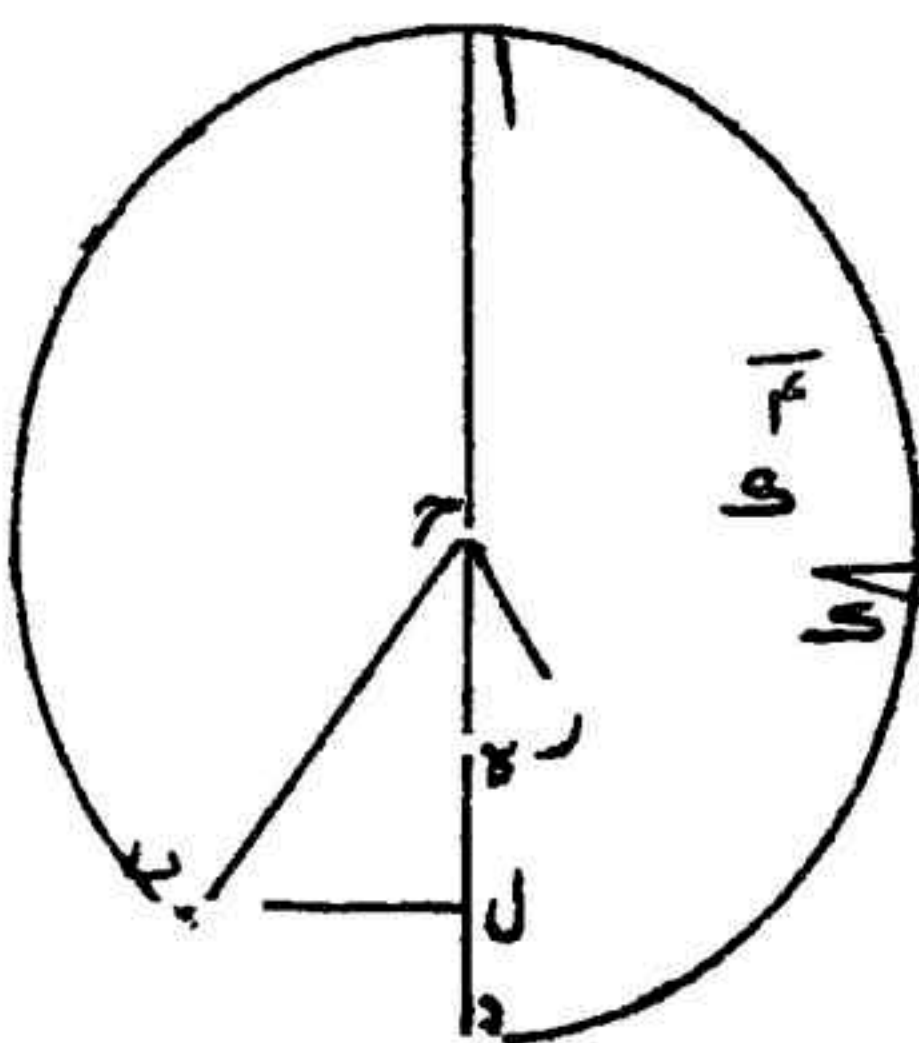
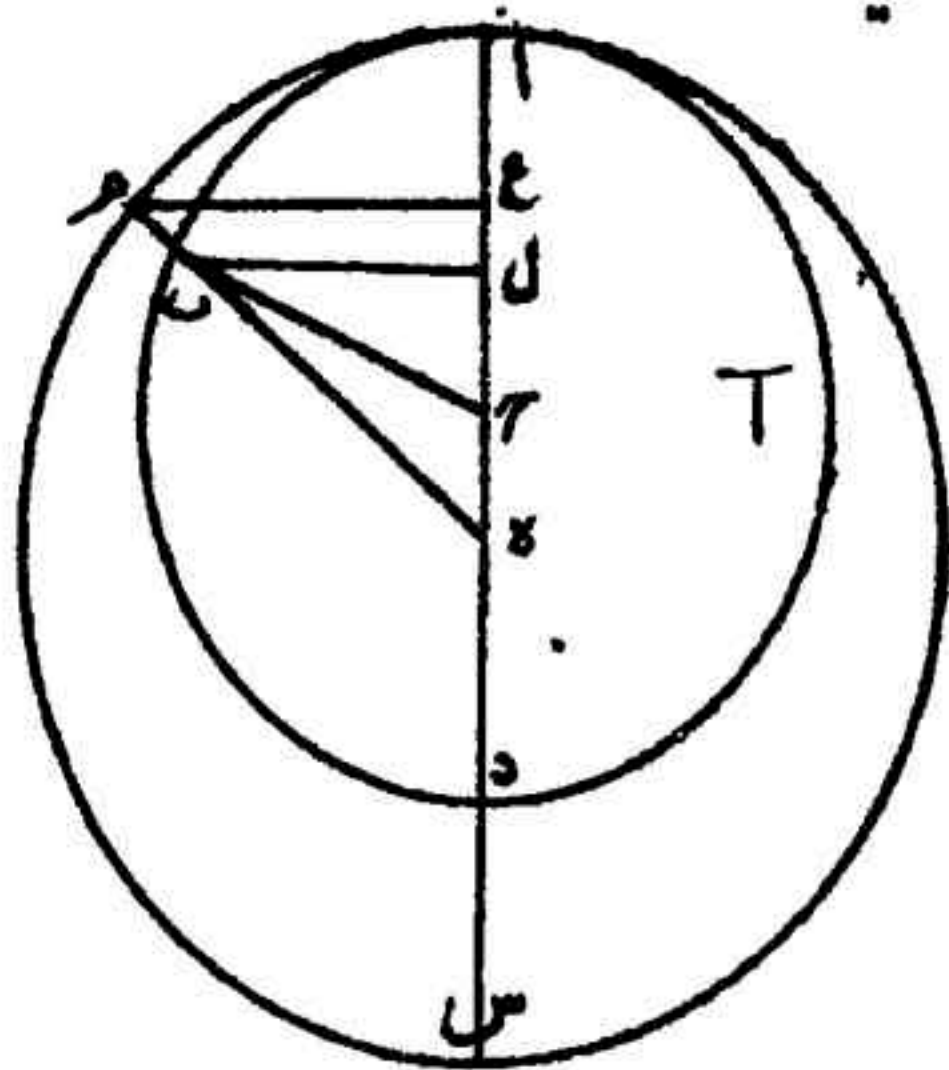
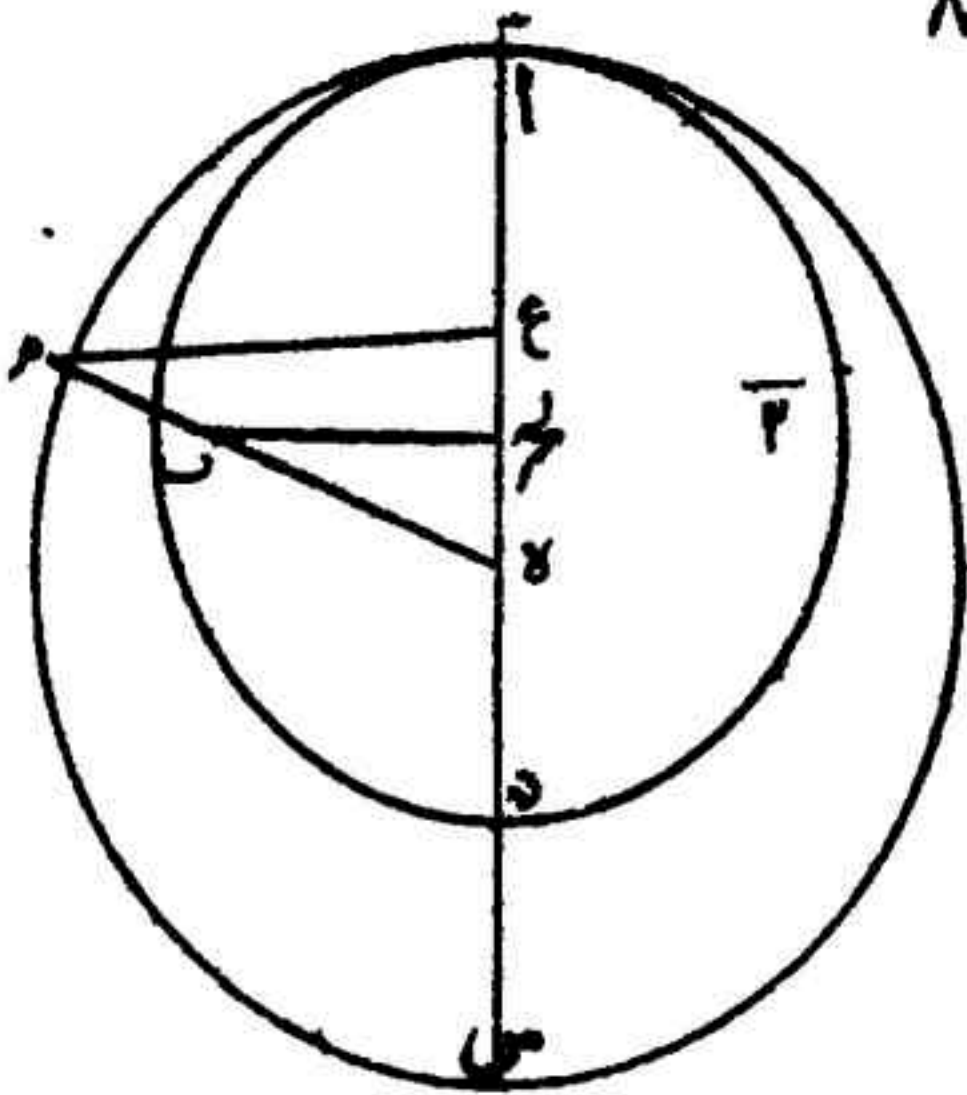
على حساب كان اتجه لى

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه ونخرج ـ ج ك ـ يوازى ب ل ــ فيتشابه مثلثا ــ ب ل ه ــ ك ج ه ــ وتكون نسبة ــ ب ل الى ــ ل ه ــ كنسبة ــ ك ج ــ الى ــ ج ه ــ فـك ج ــ معلوم

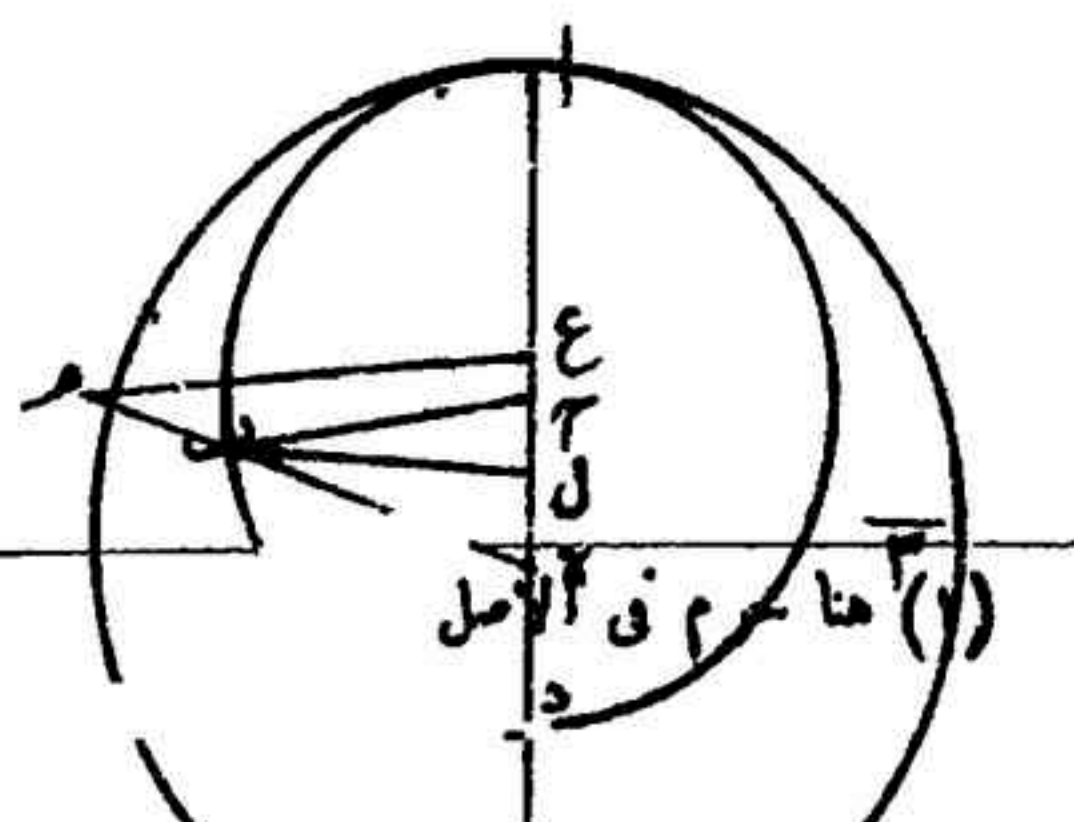
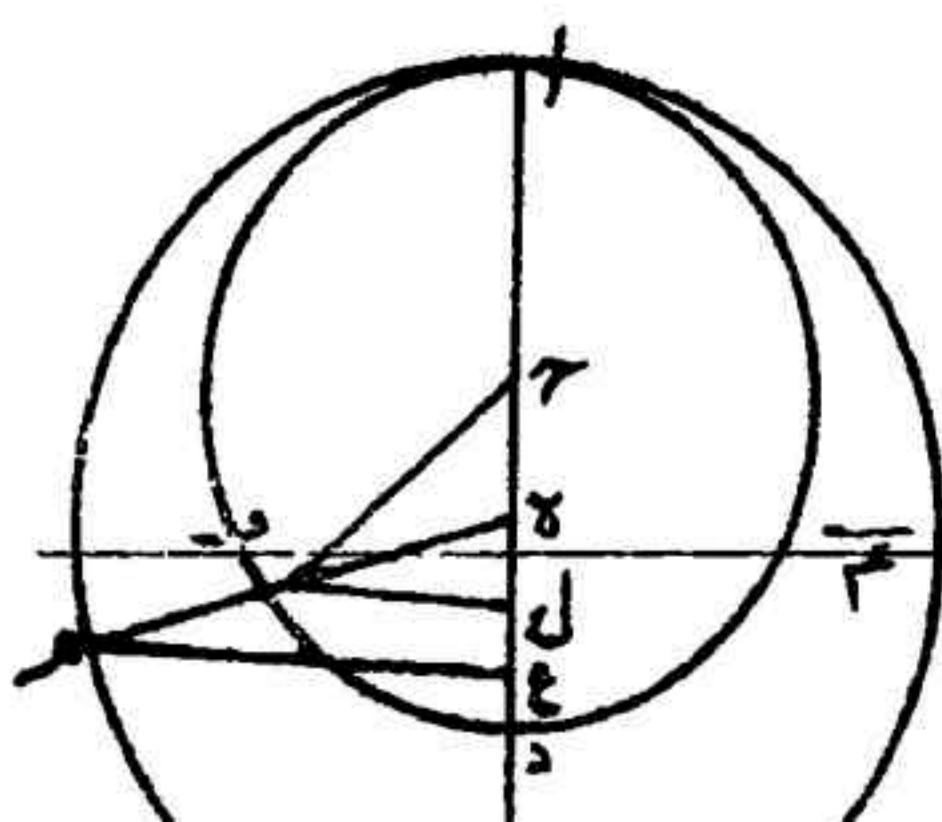
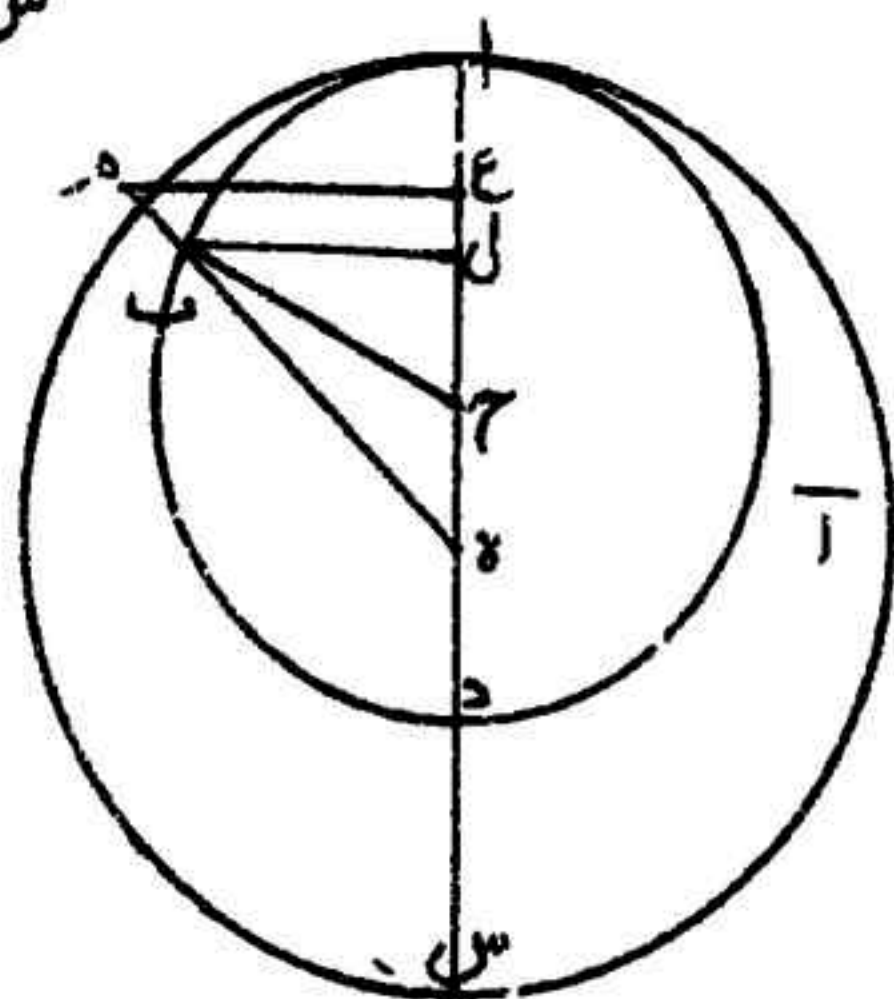
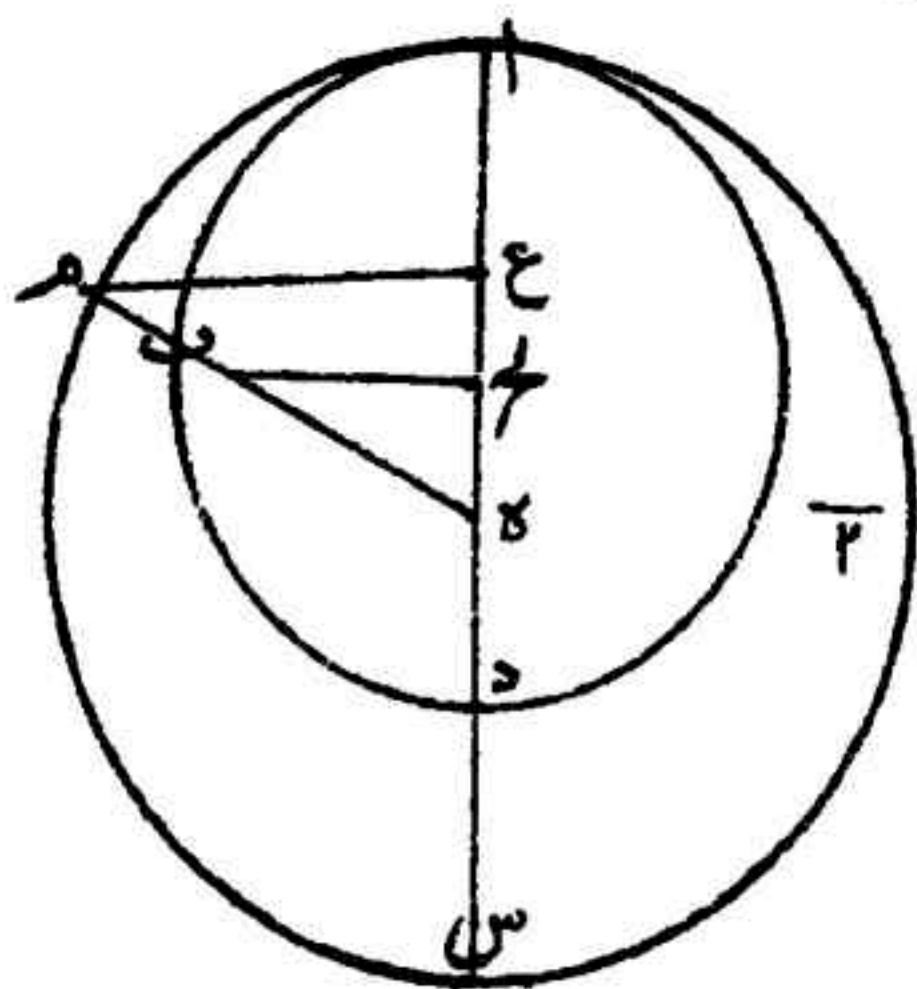
وايضا فلأن مثلثى ـ ك ج ه ـ ج ز ه ـ متشابهان تكون نسبة
ه ك ـ الى ـ ك ج ـ كنسبة ـ ه ج ـ الى ـ ج ز ـ فربعاتها كذلك
على هذه النسبة اعنى ان نسبة مربع ـ ه ك ـ الى مربع ـ ك ج
كنسبة مربع ـ ه ج ـ الى مربع ـ ج ز ـ ومعلوم انا اذا جمعنا
مربعى ـ ك ج ـ ج ه ـ حصل مربع ـ ه ك ـ فاذا قسمنا عليه
مضروب ـ ب ج ـ فى مربع ـ ج ه ـ خرج مربع ـ ج ز
وجذره هو ـ ج ز ـ الذى هو جيب التعديل وذلك ما اردنا
ان نبين • ش ـ ٨٩

الفصل

الفصل الثامن

فى برهان لى على حساب تهيأ لى استخراجه

نعيد الفلك الخارج المركز با وضاعه مع الممثل ونخرج ـ ه ب الى محيطه فيلقاه على نقطة ـ م ـ وننزل عمود ـ م ع ـ فمن البين ان مثلثى ـ ب ل ه ـ م ع ه ـ متشابهان فنسبة مربع ـ ه ب ـ الى مربع ـ ب ل ـ كنسبة مربع ـ ه م ـ الى مربع ـ م ع ـ و ـ ه ب يقوى على ـ ب ل ـ ل ه ـ فهو معلوم و ـ ه م ـ الذى هو مجموع الجيب كله والاصل ـ فم ع ـ بهذا المقدار معلوم واذا (۱) الجيب كله وقسمنا المجتمع على ـ ه ا ـ كنا قد حولنا ـ م ع ـ الى المقدار الذى به الجيب كله ـ ه م ـ وذلك ما اردنا ان نبين •

ش ـ ۹۰

(۱) هنا خرم فى الاصل

الفصل التاسع

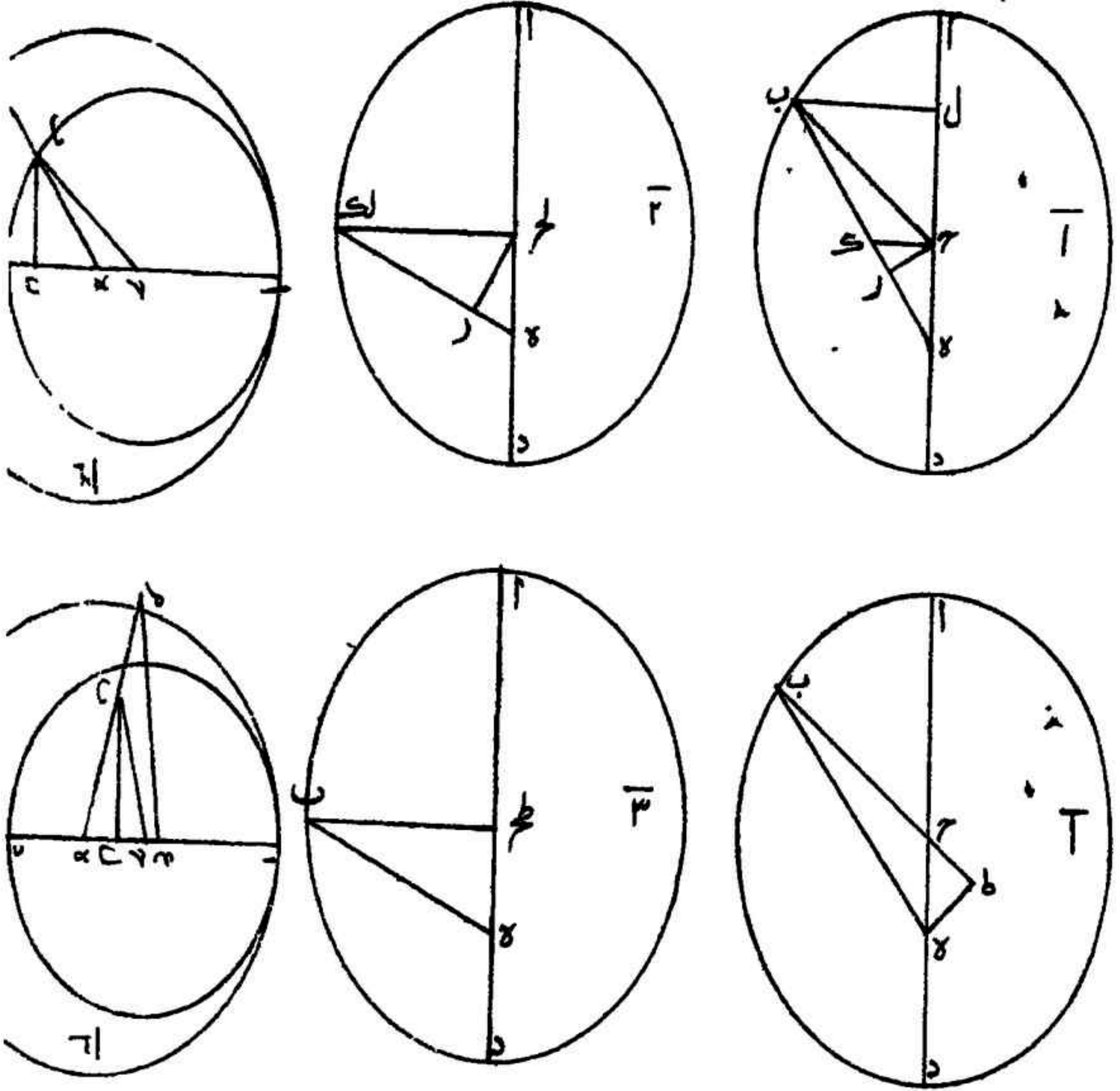
فى برهان لى على حساب ادتنى اليه الفكرة

نعيد الفلك الخارج المركز با وضاعه ونصل ـ ب د ـ ونخرج ب ه ـ على استقامته حتى ينتهى الى المحيط على نقطة ـ ك ـ فلأن اب ـ الحصة معلومة يكون تمامها الى مائة وثمانين وهو ـ ب ه معلوما ومربع وتره فى الاوضاع الثلاثة الاول نزيد على مربعى ب ه ـ ه د ـ بضعف ضرب ـ د ه ـ فى ـ ه ل ـ وفى الرابع ننقص عنهما بذلك فمربع ـ ب ه ـ القطر اذن يصير معلوما اذا اسقط من مربع ـ ب د ـ مربع ـ ه د ـ كمال الاصل وضعف ضرب ـ ج ه الاصل فى ـ ه ل ـ الجامع او نقص فى الوضع الرابع مربع ـ ه د من مجموع مربع ـ ب د ـ وضعف ضرب ـ ه د ـ فى ـ ه ل الفضلة ولأن خطى ـ ا ه د ـ ب ه ك ـ تقاطعا فى الدائرة على ـ ه ـ يكون ضرب ـ ا ه ـ فى ـ ه د ـ مساويا لضرب ب ه ـ فى ـ ه ك ـ فه ك ـ اذن معلوم فاذا زدناه على القطر اجتمع ـ ب ه ك •

ولأن ـ ج ز ـ الذى هو جيب التعديل (١) وعمودا على ب ه ك ـ الوتر فانه يقطعه بنصفين ولذلك يكون ـ ز ب ـ جيب تمام التعديل وذلك ما اردنا ان نبين •

---

(١) هنا خرم فى الاصل •

ش — ٩١

الفصل العاشر

في حكاية برهان سليمان بن عصمة في حسابه الذي اورده في زيج النيرين .

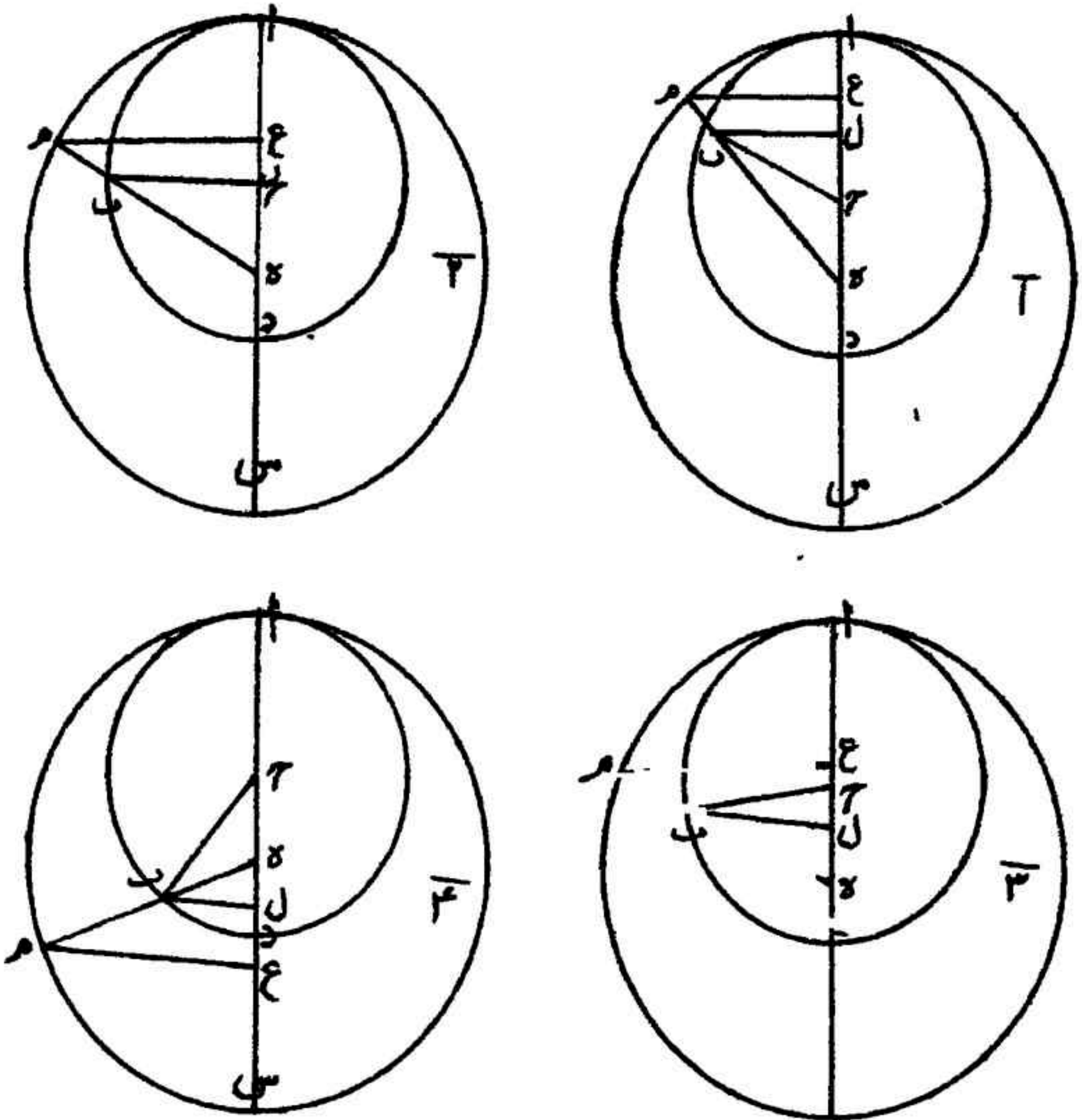
نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه مع الممثل و نقول ان من

المعلوم ان زاوية ـ ب ج ه ـ فى الوضع الاول منفرجة فمربع ـ ب ه القطر يزيد على مربعى ـ ب ج ـ ج ه ـ بضعف ضرب ـ ه ج ـ فى ج ل ـ •

فاذا جمعنا مربعى ـ ب ج ـ ج ه ـ واضفنا الى ذلك ضرب ه ج ـ فى ضعف ـ ج ل ـ اجتمع مربع ـ ه ب ـ وفى الوضع الثانى زاوية ـ ب ج ه ـ قائمة فلذلك اذا جمعنا مربعى ـ ب ج ـ ج ه اجتمع مربع ـ ه ب ـ وفى الوضع الثالث والرابع زاوية ـ ب ج ه حادة فمربع ـ ه ب ـ ننقص عن مربعى ـ ب ج ـ ج ه ـ بضعف ضرب ـ ب ج ـ فى ـ ج ه •

فاذا جمعنا مربعى ـ ب ج ـ ج ه ـ والقينا من ذلك ضعف ضرب ـ ب ج ـ فى ـ ج ه ـ بقى مربع ه ب •

ولأن مثلثى ـ ه ب ل ـ ه م ع ـ متشابهان فان نسبة ـ ه ب الى ـ ب ل ـ كنسبة ـ ه م ـ الى ـ م ع ـ فاذا جعل ـ ه م مجموع الجيب كله والاصل خرج ـ م ع ـ بالمقدار الذى به ب ج ـ الجيب كله فاحتيج الى تحويله واذا جعل ـ ه م ـ الجيب كله لم نحتج الى التحويل ومع جيب زاوية الرؤية ففضل ما بينها وبين زاوية الحصة هو التعديل وذلك ما اردنا ان نحكى •

ش ـ ٩٢

الفصل الحادى عشر

فى برهان لى كان اتفق لى استخراجه •

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه ونقول اذا حصل لنا

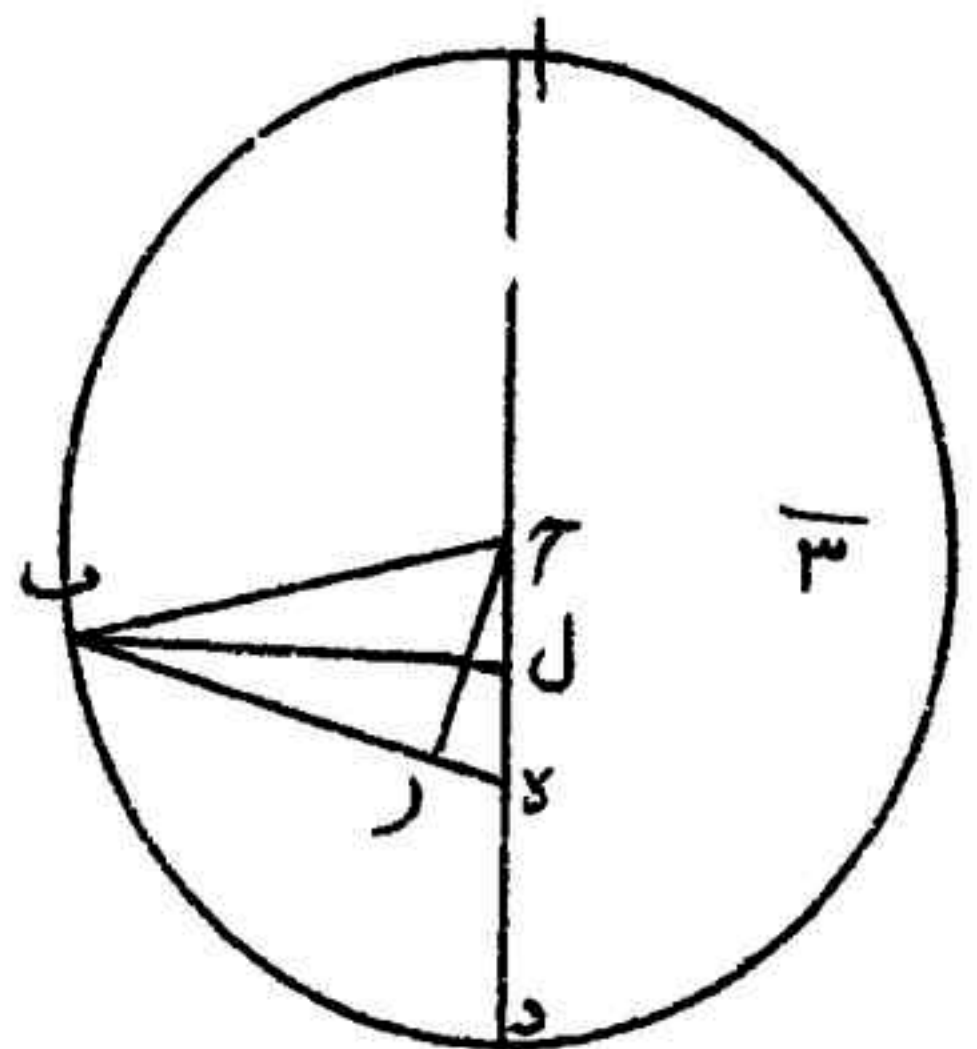
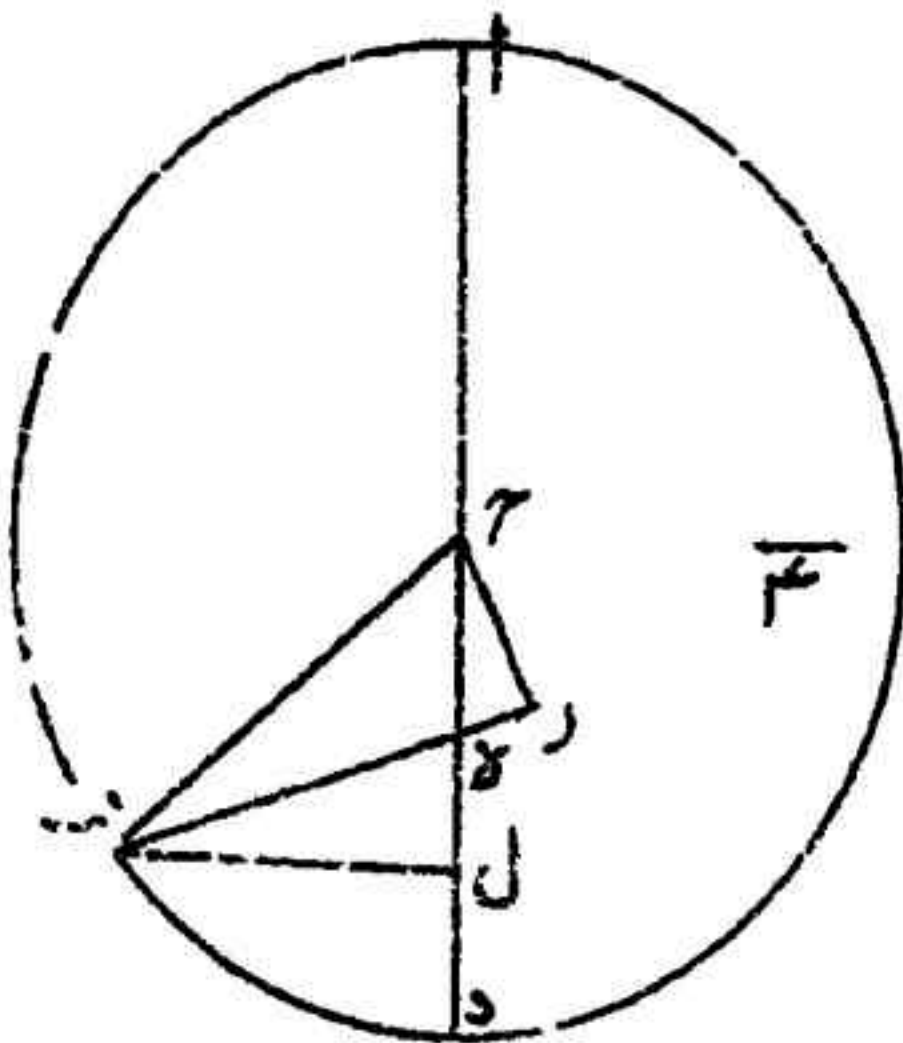
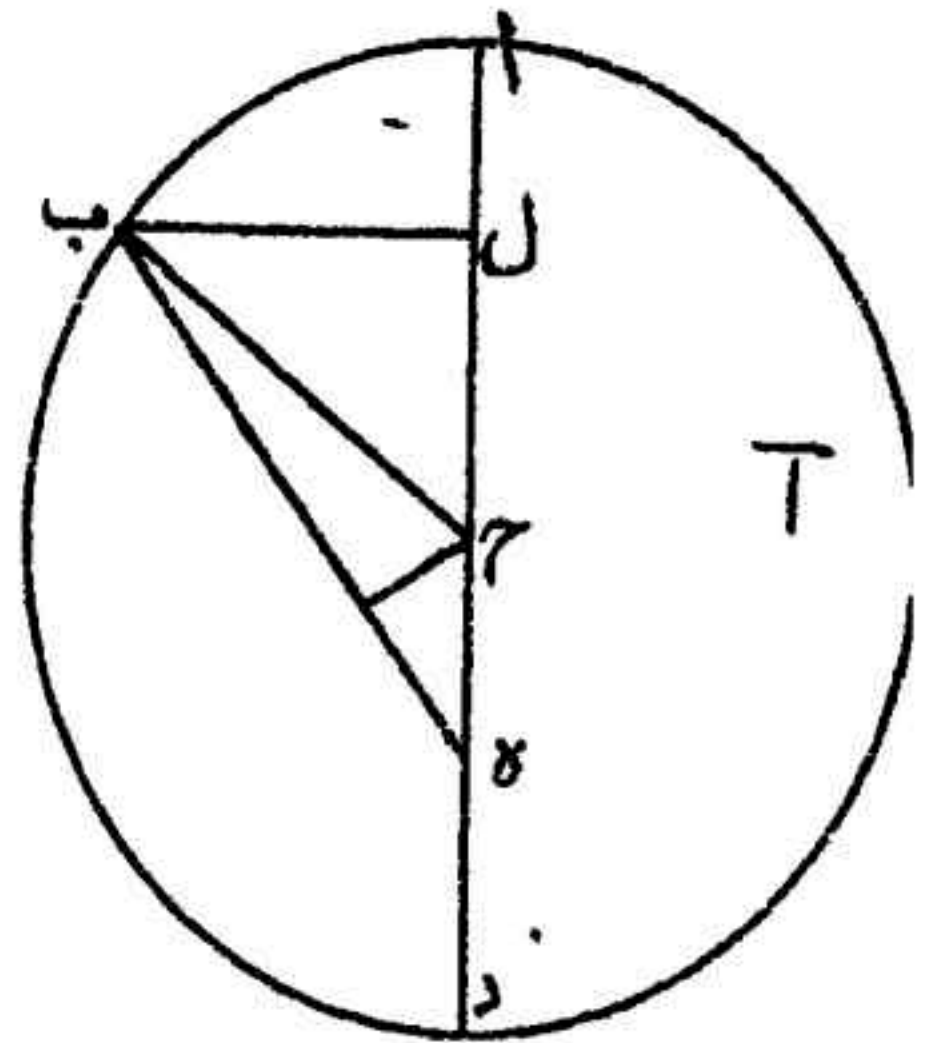
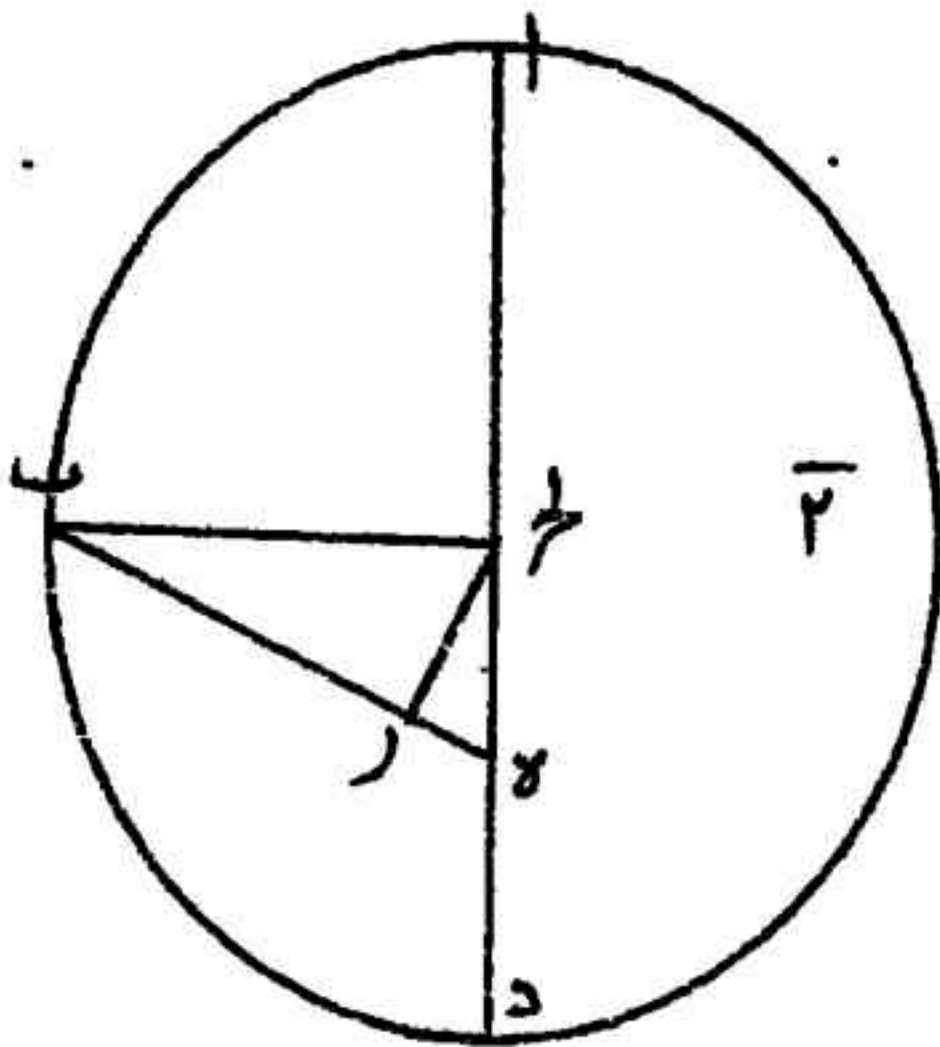
ه ب ـ القطر معلوما فمن الظاهر ان مثلثى ـ ب ج ه ـ ز ه ج
متشابهان و نسبة ـ ب ه ـ القطر الى ـ ب ل ـ جيب الحصة كنسبة
ج ه ـ الاصل الى ـ ج ز ـ جيب التعديل ـ فج ز ـ معلوم وذلك
ما اردنا ان نبين •

الفصل الثانى عشر

فى برهان لى على حساب الفرغانى فى علل زيج الخوارزمى

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه وننزل على ـ ب ج
عمود ـ ه ط ـ ونقول ان مثلثى ـ ب ل ج ـ ه ط ج ـ لما تشابها
كانت نسبة ـ ط ه ـ الى ـ ه ج ـ كنسبة ـ ب ل ـ الى ـ ب ج
فصار ـ ط ه ـ الضلع لذلك معلوما و نسبة ـ ال ـ الجيب المنكوس
لحصة ـ ا ب ـ وهو فضل ما بين ـ ب ج ـ ل ج ـ الى ـ ب ج
كنسبة فضل ما بين ـ ط ج ـ ه ج ـ الى ـ ه ج ـ وذلك يتبين
بان نزيد على مركز ـ ج ـ و يبعد ـ د ه ـ قوس ـ ه ج
فيكون ـ ج ح ـ مساويا ـ لج ه ـ و ـ ط ح ـ فضل ما بينهما
و لتشابه مثلثى ـ ط ه ج ـ ل ب ح ـ تكون نسبة ـ ال ـ الى
ب ج ـ كنسبة ـ ط ج ـ الى ـ ج ه ـ فيكون ـ ط ج ـ معلوما
و نسقطه من ـ ج ح ـ فيبقى ـ ط ج ـ نزيده على ـ ب ج ـ فى
الصورة الاولى و ننقصه منه فى سائر الصور فيحصل ـ ب ط ـ
الذى هو الجيب الزائد او الناقص فنضيف مربعه الى مربع ـ ط ه

فيجتمع مربع ـ ب ه ـ القطر ونسبة ـ ط ه ـ الى ـ ه ب ـ كنسبة ب ج ـ الى ـ ج ز ـ فـ ج ز ـ معلوم وهو جيب التعديل وذلك ما اردنا ان نبين •

ش — ٩٣

الفصل الثالث عشر

فى حكاية برهان صاحب الرسالة التى ظننت انه سليمان اوابوجعفر على حسابه المختصر الذى ضمنه اياها

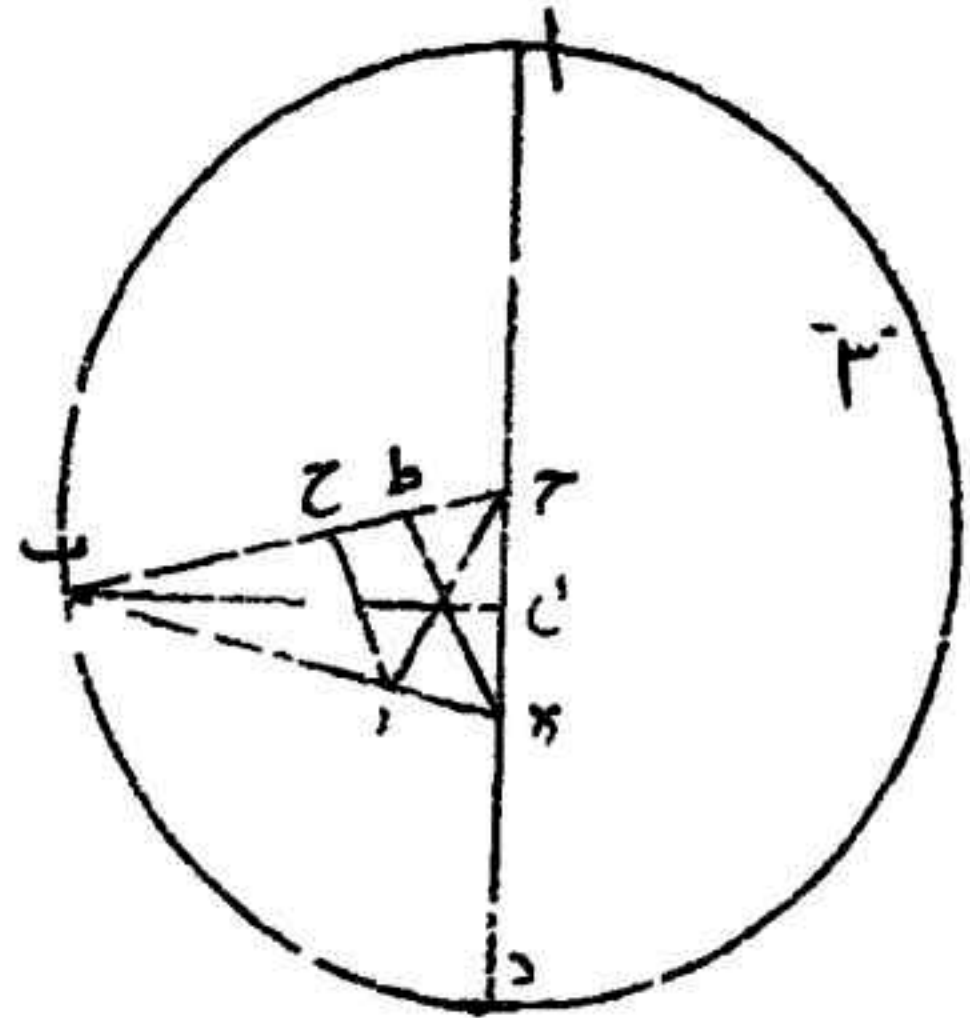
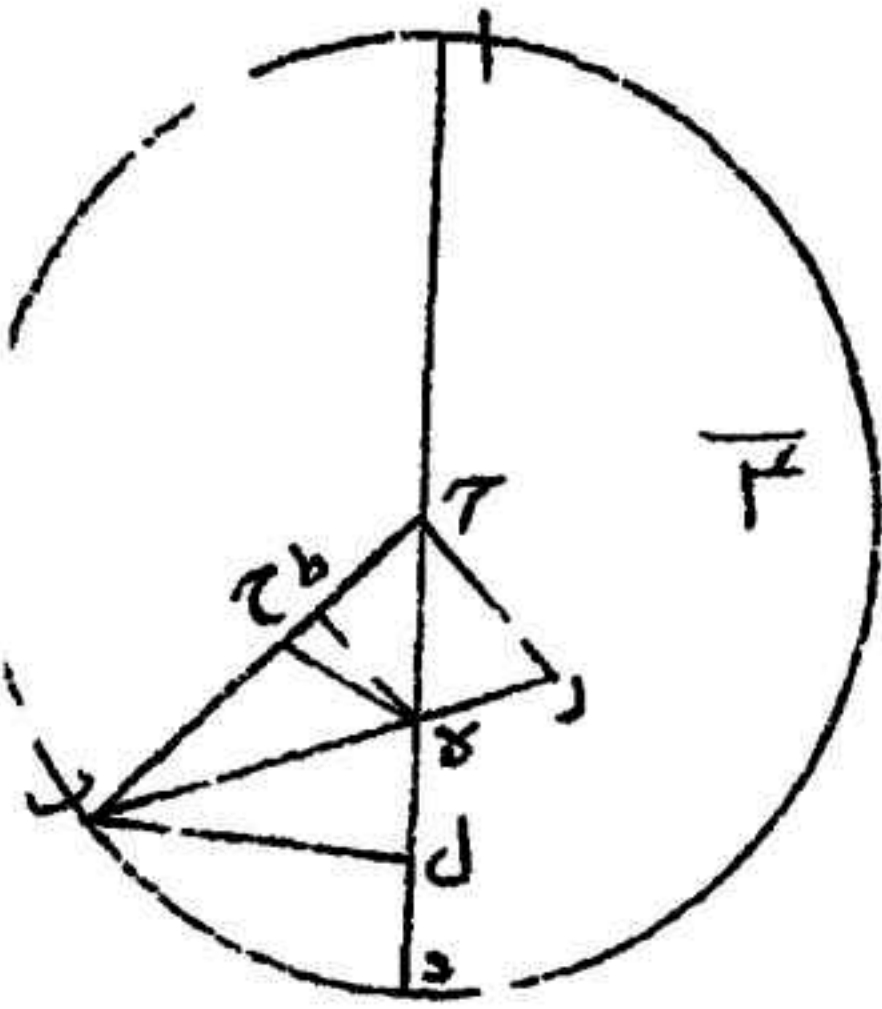
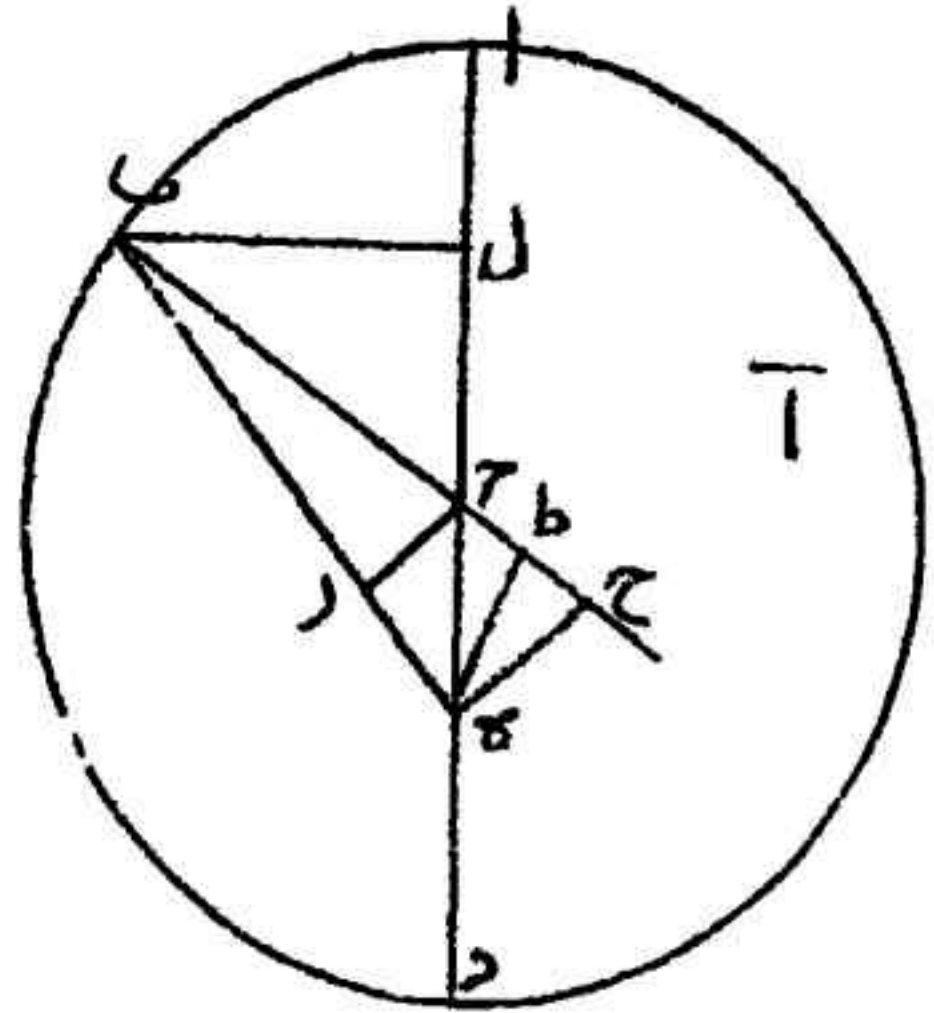
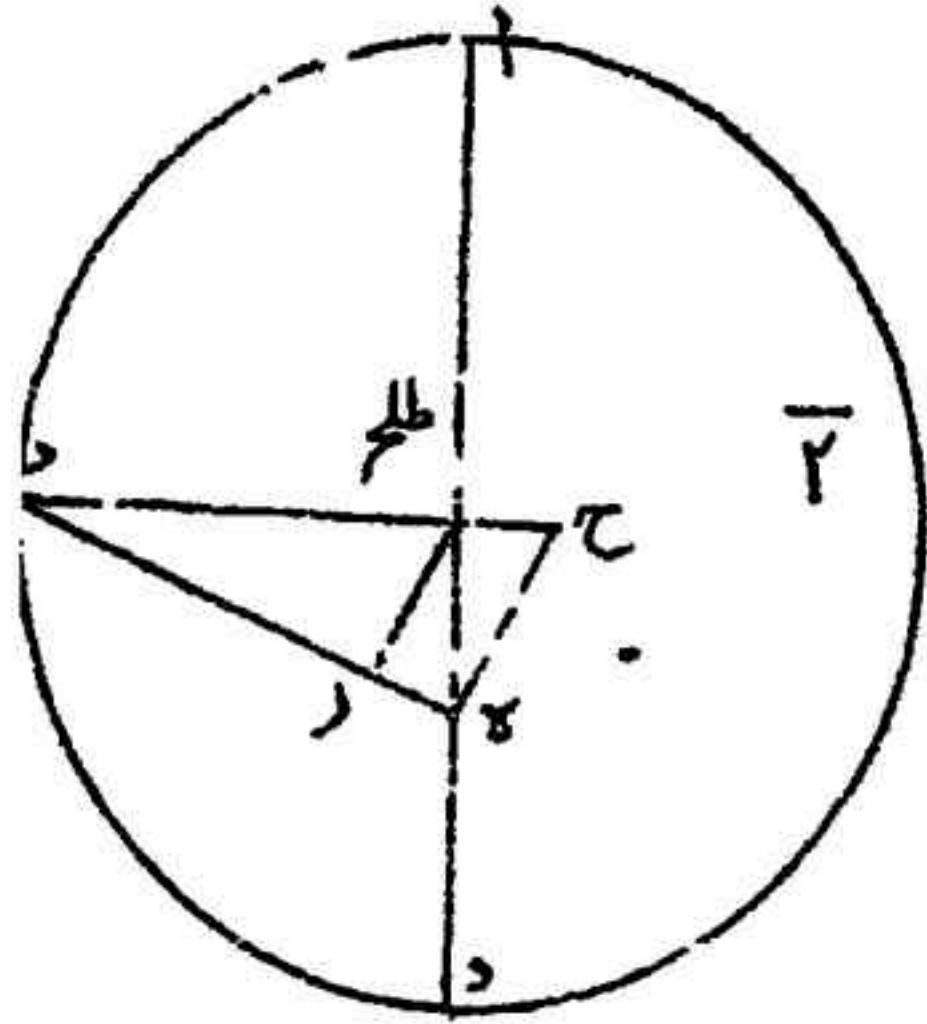
نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه ونقول قد تبين ان مثلثى ب ل ح ـ ه ط ز ـ متشابهان وان نسبة ـ ب ج ـ الى ـ ل ج ـ كنسبة ه ج ـ الى ـ ط ج ـ فضرب ـ ل ج ـ فى ـ ج ه ـ مساو لضرب ب ج ـ فى ـ ى ط ـ لكن مربع القطر يزيد على مربع ـ ب ج ـ ج ه فى الوضع الاول وفى الوضع الثالث والرابع ننقص منهما بضعف ضرب (١) اعنى ـ ه ج ـ فى ـ ج ل ـ فه ب ـ معلوم بالمقدار الذى به الجيب كله ٠

ومعلوم انا اذا ضربنا ـ ب ل ـ فى ـ ج ه ـ وقسمنا المجتمع على ـ ب ج ـ الجيب كله انه يخرج ـ ط ه ـ بذلك المقدار فاذا اردنا تحويله الى المقدار الذى به الجيب كله ـ ه ب ـ احتجنا ان نضرب ـ ه ط ـ فى الجيب كله ونقسم المجتمع على ـ ه ب ـ القطر٠

فاذن الواجب اذا تحرينا الاختصاران لا تقسم ضرب ـ ب ل فى ـ ج ه ـ على ـ ب ج ـ الجيب كله فانا نحتاج فى التحويل ان نضرب فيه عمودا على بدى ولكنا نقسم ضرب ـ ب ل ـ فى ـ ج ا ـ على ـ ه ب ـ فيخرج ـ ط ه ـ بالمقدار الذى به الجيب كله ـ ه ب ـ وحينئذ يكون ـ ه ط ـ نائبا عن ـ ج ز ـ وقائما مقامه وذلك

(١) هنا خرم فى الاصل

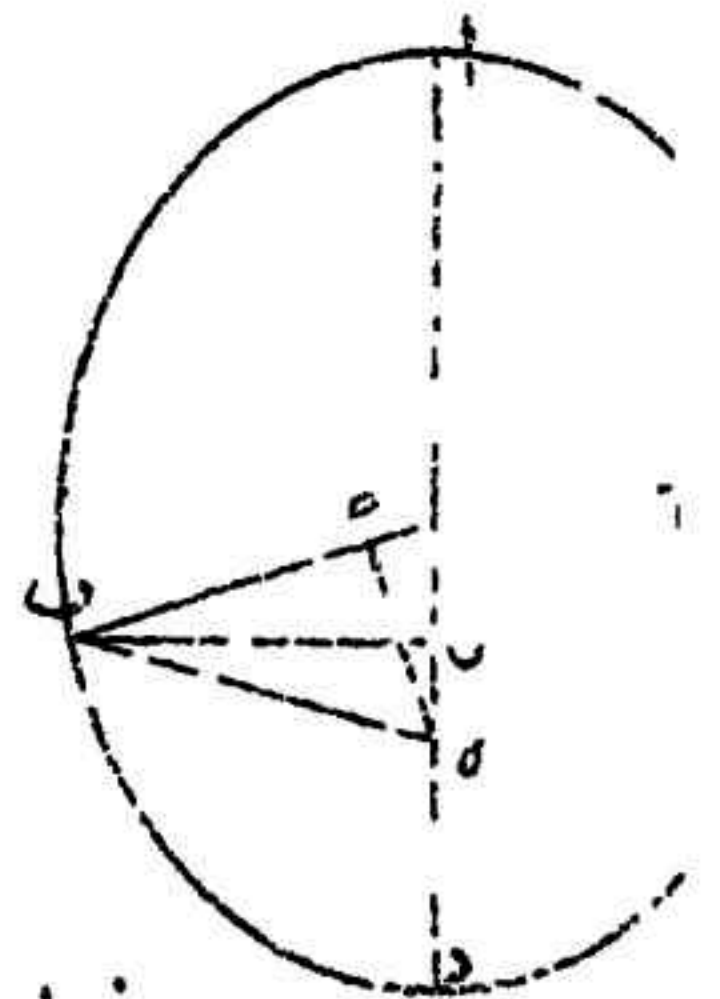
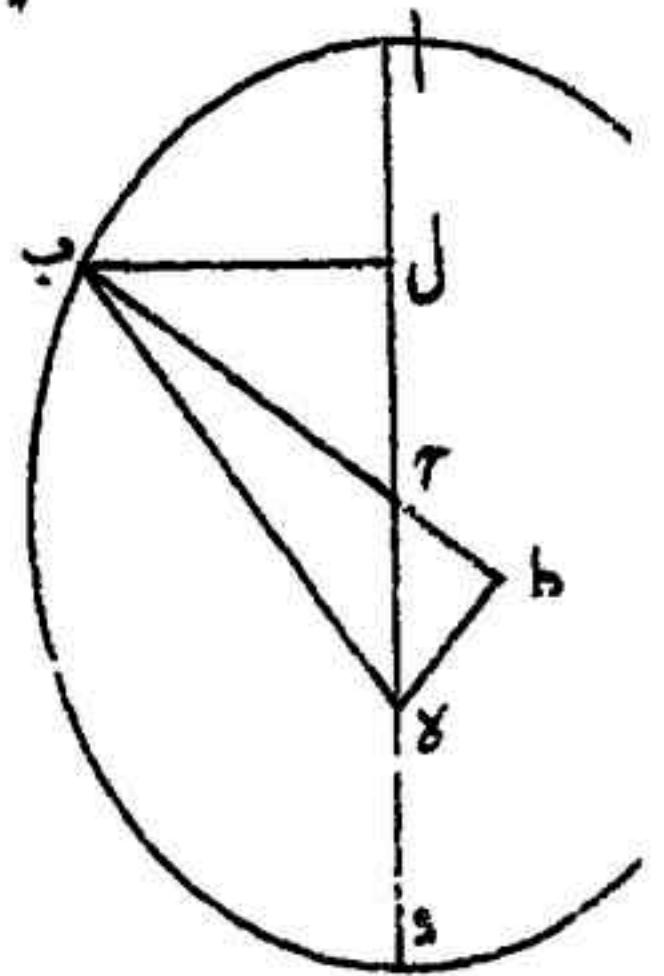
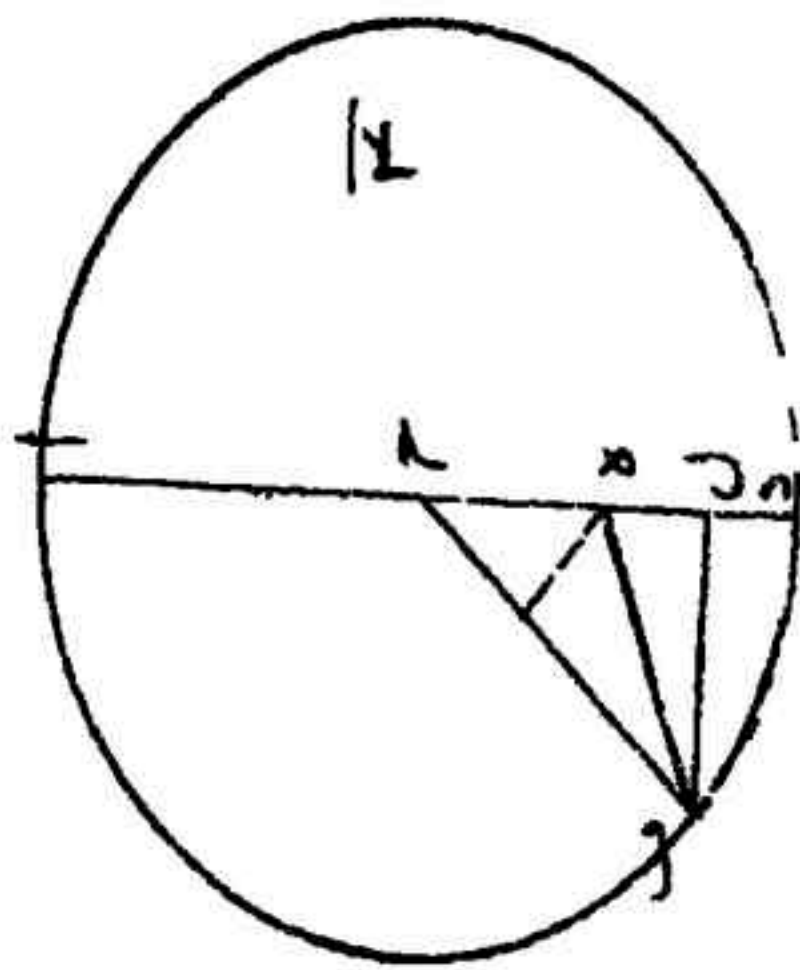
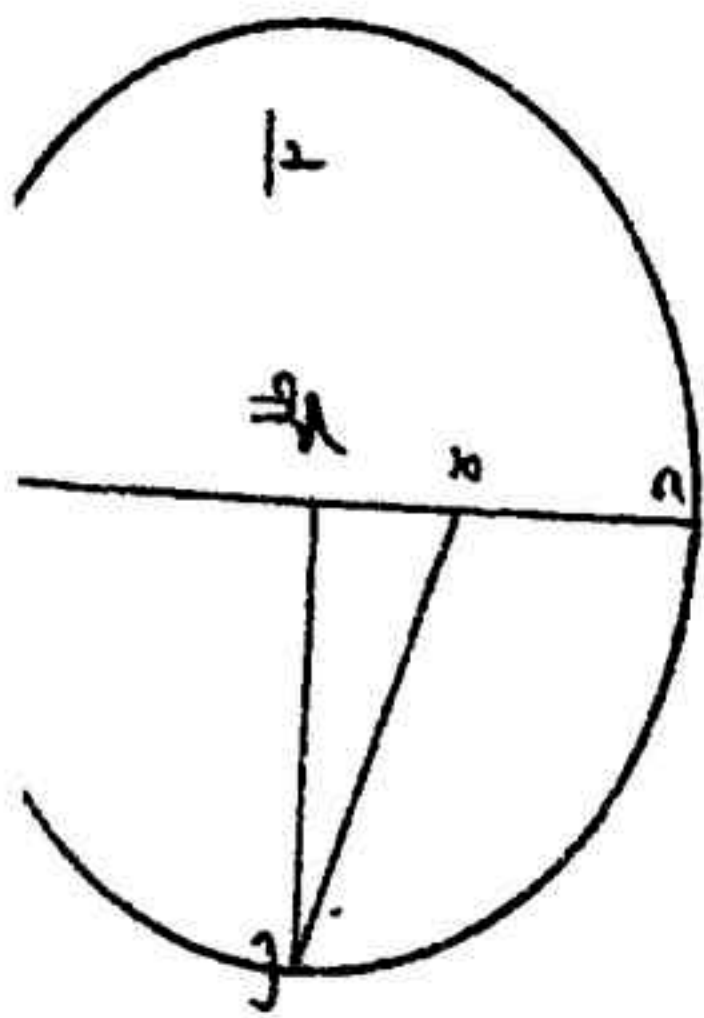
ما اردنا ان نبين •

ش—٩٤

الفصل الرابع عشر

فى برهان لى على حساب كان اتفق لى

نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه والممثل ونجيز على نقطة
ا ــ خطا مماسا سائرا فى الاوضاع الثلاثة الاول وفى اخيرها على

نقطة ــ س ــ ونخرج اليه ــ ه ب ــ يلقاه على نقطة ــ ع ــ فيكون ا ع ــ ظل زاوية التى هى زاوية الرؤية وظاهر ان مثلثى ــ ع ا ه ب ل ه ــ متشابهان له فان نسبة ــ ا ع ــ المطلوب الى ــ ا ه ــ على انه الجيب كله كنسبة ــ ب ل ــ جيب الحصة الى ــ ل ه ــ اما م ع ــ فى الوضع الاول والاصل فى الثانى والفضلة فى الثالث والرابع فاذن اذا ضربنا ــ ب ل ــ فى ــ ا ه ــ وقسمنا المجتمع على ل ه ــ خرج ــ ا ع ــ او ــ س ع ــ وهو ظل زاوية الرؤية وفضل ما بينها وبين زاوية الحصة هو التعديل وذلك ما اردنا ان نبين ٠

ش ــ ٩٥

الفصل الخامس عشر

فى برهان لى على عمل حبش فى زيجه

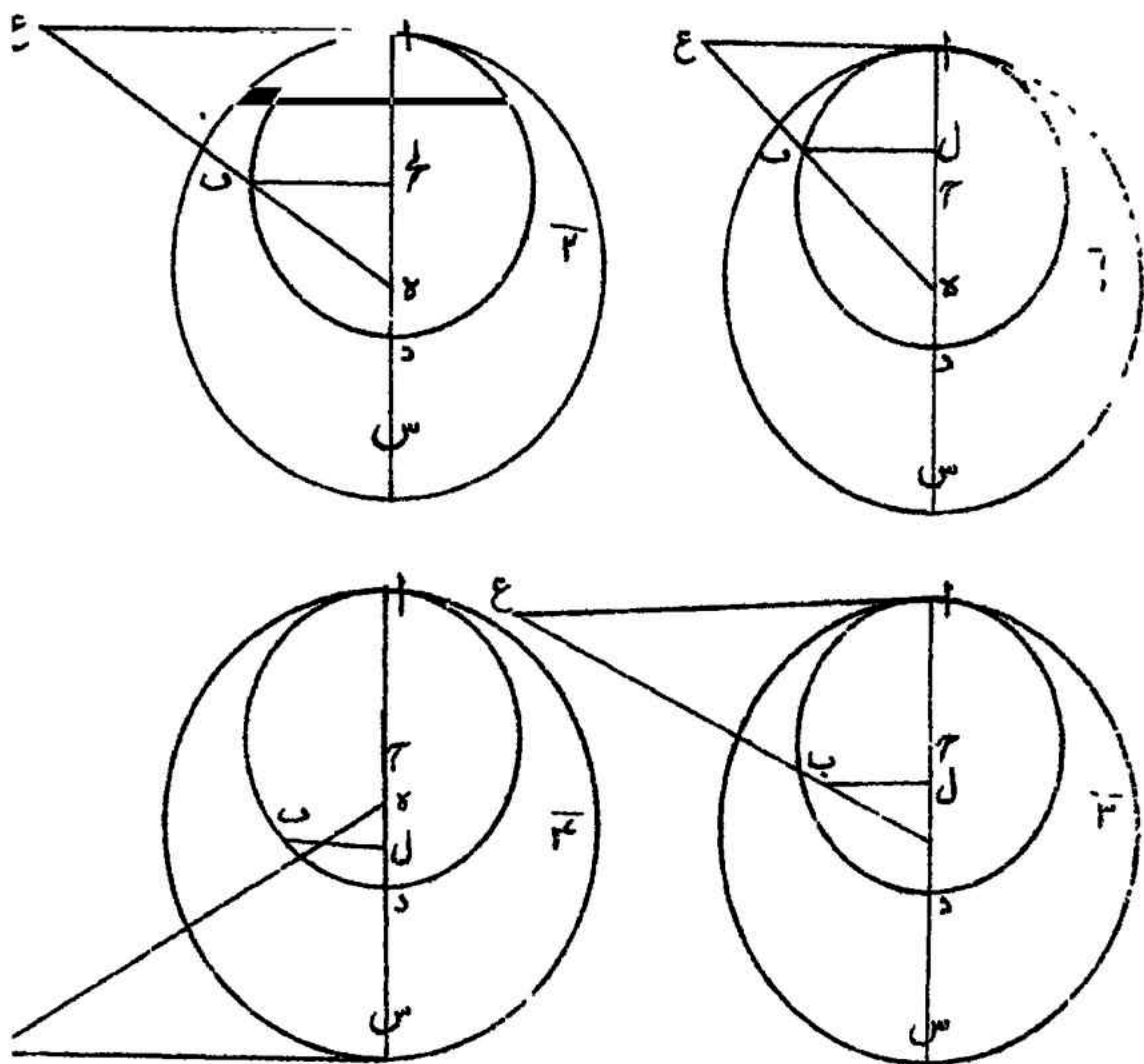
نعيد الفلك الخارج المركز باوضاعه وننزل عمودى ــ ه ط

ج ك ـ على ـ ب ج ـ وعمودى ـ ج ز ـ على ـ ب ه ـ •

ومن البين انا اذا ضربنا ـ ل ج ـ فى ـ ج ه ـ وقسمنا المجتمع على ـ ب ج ـ خرج ـ ج ط ـ لتشابه مثلثى ـ ب ل ج ـ ه ط ج فاذا زدناه على ـ ب ج ـ فى الوضع الاول اجتمع الجيب الزائد واذا نقصناه منه فى الوضع الثالث والرابع حصل الجيب الناقص وفى الوضع الثانى يكون الجيب كله •

وقد بينا فى المقالة الاولى ان ـ ج ز ـ جيب التعديل فى الدائرة التى مركزها نقطة ـ ب ـ ونصف قطره ـ ب ج ـ وتلك تكون مساوية لهذا الفلك الخارج المركز واذا كان ـ ب ج نصف قطر الدائرة و ـ ب ـ مركزها كان ـ ج ك ـ ظل زاوية ج ك ـ (١) التى جيبها ـ ج ز ـ ونسبة ـ ب ج ـ الى ـ ج ك كنسبة ـ ب ط ـ الى ـ ط ه ـ ومتى قسم مضروب ـ ب ج فى ـ ط ه ـ على ـ ب ط ـ خرج ـ ج ك ـ لكن نسبة ـ ب ل الى ـ ب ج ـ كنسبة ـ ه ط ـ الى ـ ج ه ـ فضروب ـ ب ل فى ـ ج ه ـ مساو لمضروب ـ ب ج ـ فى ـ ه ط ـ فاذن اذا قسم مضروب ـ ب ل ـ فى ـ ج ه ـ على ـ ب ط ـ خرج ـ ج ك الذى هو الظل المطلوب للتعديل وذلك ما اردنا ان نبين •

(١) كذا فى الاصل

ش—٩٦

الفصل السادس عشر

فى علل الطرق الحائده عن نهج الصواب مما ذكرها اصحاب الزيجات وغيرهم فى حل التعديل •

اما ماظن بالخوارزمى فى عمل تقطيع التعديل فانه موضوع ان نسبة جيب الحصة الى جيب مايخصها من التعديل كنسبة الجيب

كله

كله الى ما بين المركزين فلنعدله الفلك الخارج المركز باوضاعه ونخرج خط ـ ه ج ـ يوازى ـ ج ز ـ و ـ ج ك ـ عمودا على ه ج ـ ويقاطع ـ ه ب ـ على ـ ع ـ فيكون ـ ج ك ـ جيب قوس ـ ب ج ـ ومثلثا ـ ج ه ك ـ ب ل ج ـ متشابهان لأن زاويتا ـ ل ـ ك ـ قائمتان وزاويتا ـ ب ج ل ـ ج ه ك متساويتان من اجل ان زاوية ـ ب ه ج ـ مساوية لزاوية التعديل وهى زاوية ـ ج ب ه ـ فاذا زيدت على زاوية ـ ج ب ه ـ التى هى ـ ب ه ل ـ اجتمع زاوية مساوية لزاوية الوسط وهى زاوية ب ج ل ـ فنسبة ـ ب ج ـ الى ـ ب ل ـ كنسبة ـ ه ج ـ الى ج ك ـ فج ك ـ هو الذى يخرج بهذا العمل لأن جيب ـ ج ز الذى هو جيب التعديل بالحقيقة •

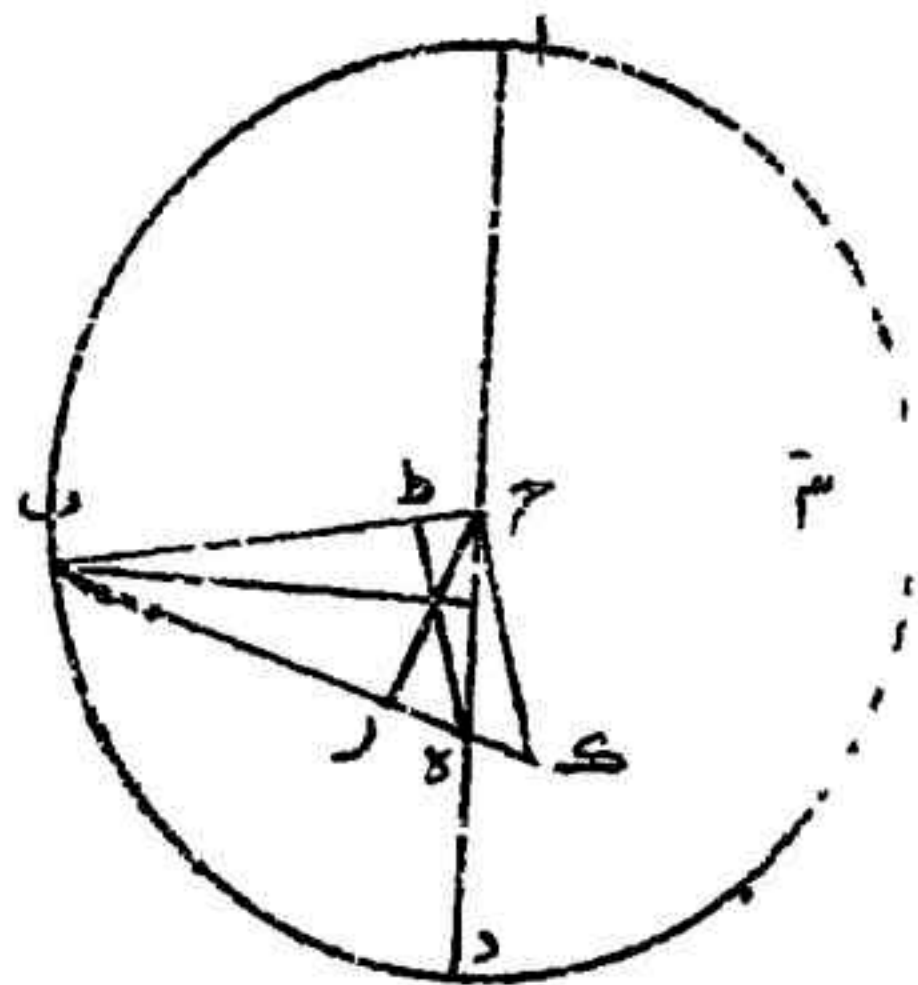
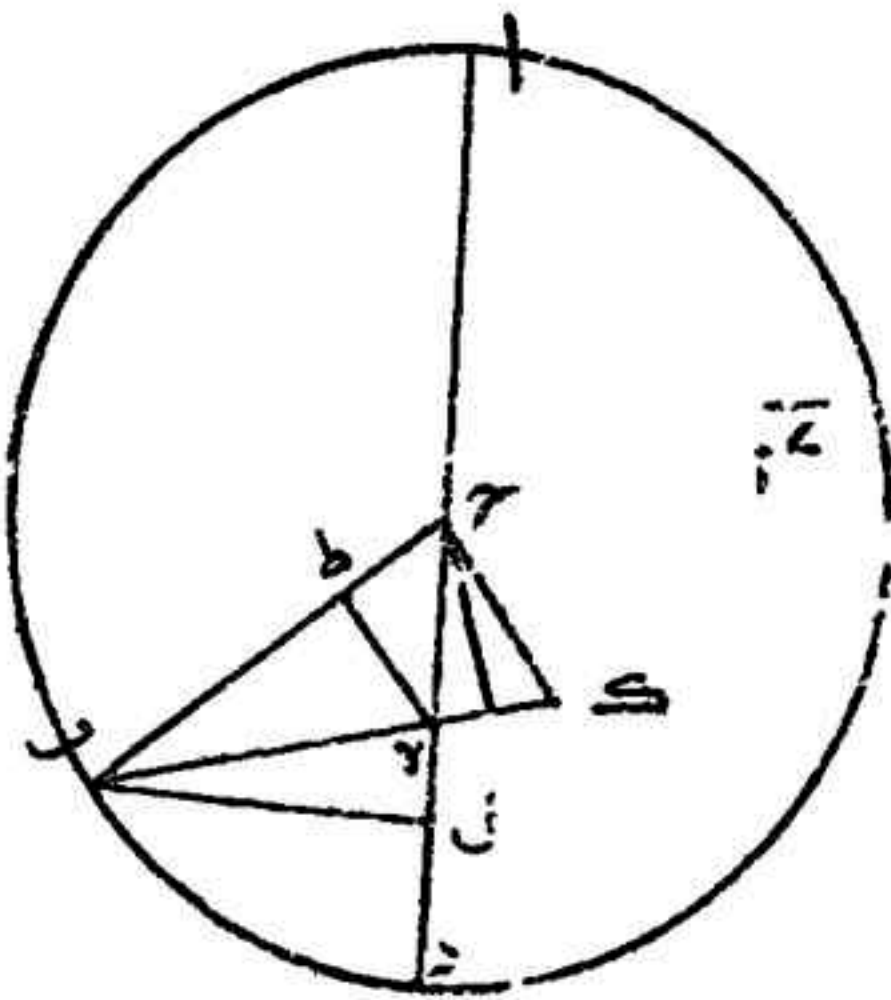
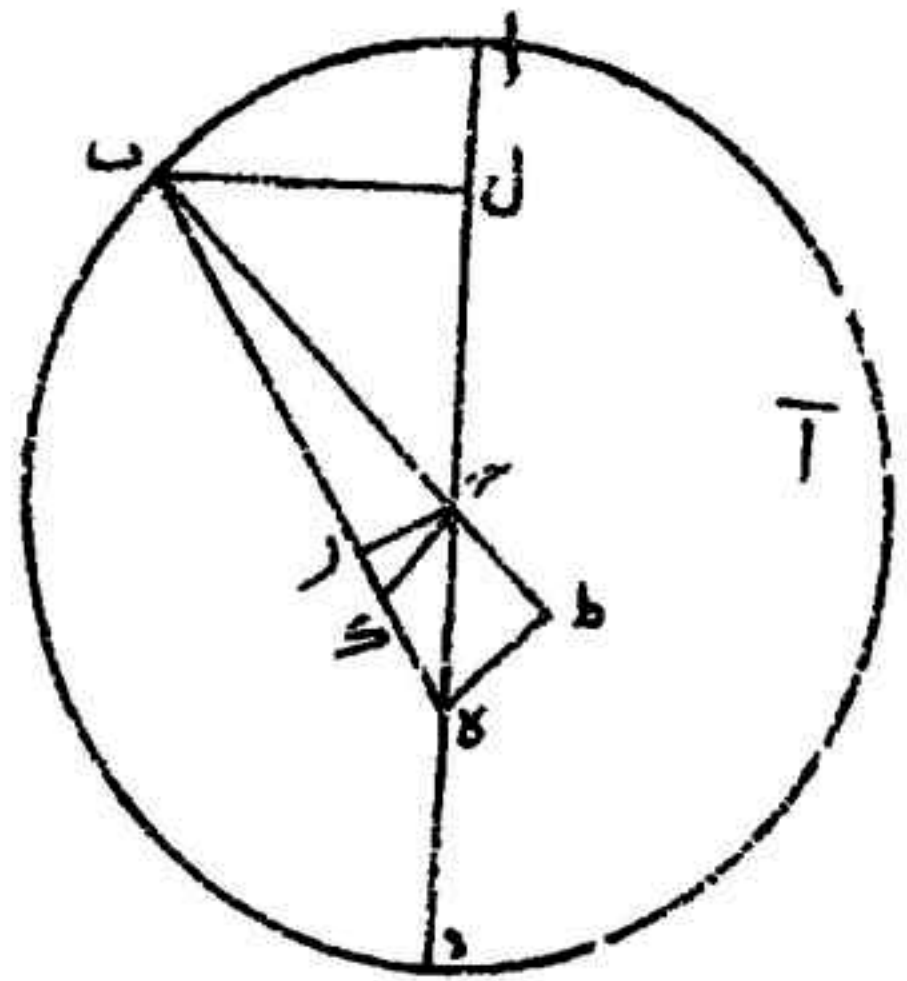
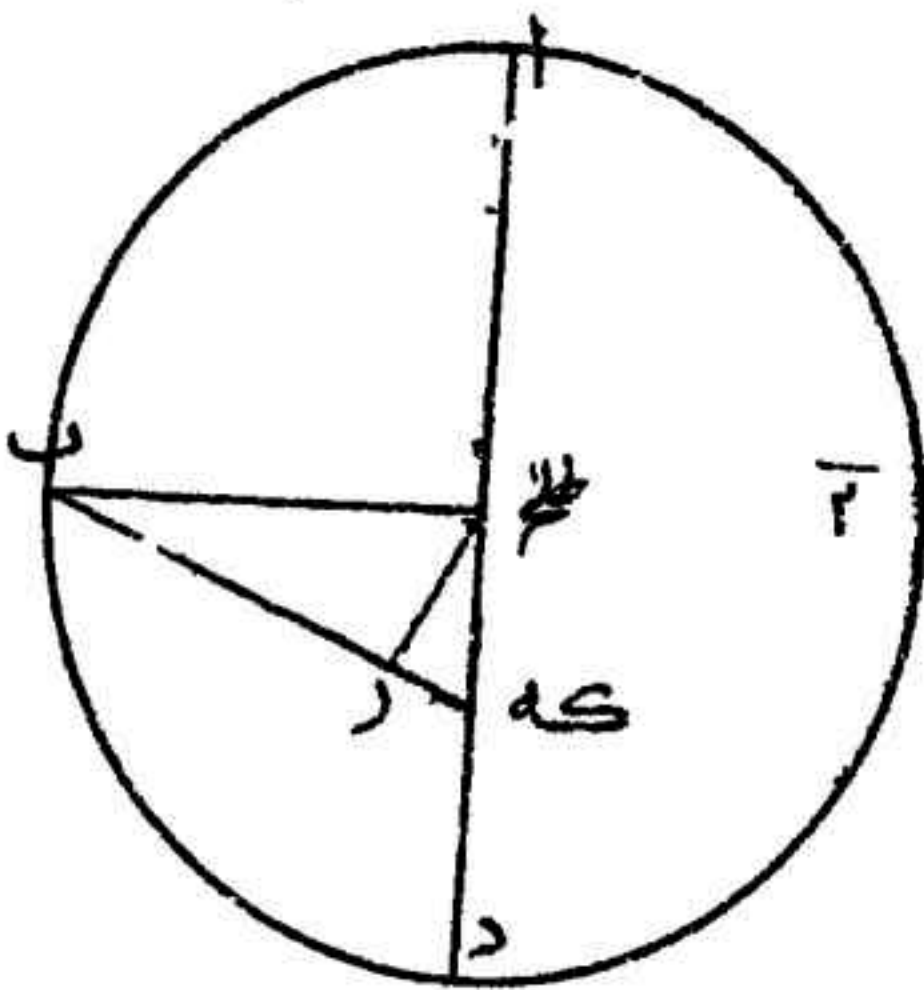
اما فى الوضع الاول والثانى فانه يكون اعظم من الواجب لأن زاوية ـ ج ز ع ـ قائمة ـ فج ع ـ اطول من ـ ج ز ـ فج فج ك ـ اطول بكثير من ـ ج ز ـ الذى هو جيب التعديل بالحقيقة •

واما فى الوضع الرابع فانه يكون اصغر من الواجب لأنا اذا وصلنا ـ ك ز ـ كانت زاوية ـ ج ك ز ـ منفرجة لزيادتها على ـ ج ك ه ـ القائمة فضلع ـ ج ز ـ الذى يوتر المنفرجة اطول من ـ ج ك ـ الذى يوتر الحادة •

فاما فى الوضع الثالث فيمكن ان يكون اعظم وان يكون

اصغر وان يكون مساويا له حين يتفق ان يكون ـ ه ك ـ ه ز متساويين فليس هذا الاساس بموافق للحق •

وايضا فان نسبة ـ ب ل ـ الى ـ ب ه ـ كنسبة ـ ج ز الى ـ ج ه ـ فلو كان ـ ب ه ـ الجيب كله لكان يخرج بهذا التناسب حقيقه المطلوب ولكن ـ ب ه ـ ليس الجيب كله فليس ج ز ـ بمناسب ـ لج ه ـ على تلك النسبة وذلك ما اردنا ان نبين •

ش ـ ٩٧

والذى ذكره عمر بن الفرخان الطبرى من ذكر تقطيع التعديل بالميول فانه اعتقد فى اصله ان نسبة ميل الحصة الى الميل الاعظم على انه ثلاث وعشرون درجة واحدى وخمسون دقيقة كنسبة جيب تلك الحصة المطلوبة الى التعديل الاعظم على انه درجتان واربع عشرة دقيقة ثم جنس مقدار الميل الاعظم من جنس الدقائق وضرب فى دقائق التعديل وقسم على دقائق الميل وذلك ضرب من الهذيان ومظنون منه ان يقسم التعديل على اجزاء الفلك الممثل دون الفلك الخارج وعلى هيئة انقسام الميل عليه •

وقد بينا فى المقالة الاولى ان هذا التقطيع واقع على ربع الفلك الخارج المركز مضافا اليه التعديل الاعظم حيث ذكرنا ان اعظم زوايا التعديل يكون عند ربع الفلك الممثل فليس ماظن فيه كذلك •

وعلى مثله ما حكيناه عن بعض من حام حول تعليل الخوارزمى فانه اعتقد ان نسبة ميل الحصة الى الميل الاعظم كنسبة تعديل الحصة الى التعديل الاعظم وما زاد على ان احد مقدار نسبته الى ستين كنسبة التعديل كله الى الميل الاعظم حتى اذا ضرب ميل الحصة لم يحتج الى قسمة على الميل الاعظم بل يرفعه الى ما ارتفع •

واما ما حكيناه عن الفزارى فان الجيب كله بكردجات السند هند ثلاثة الاف ومائتان وسبعون ونسبته الى مائة واربعة وثلاثين وهى دقائق التعديل الاعظم كنسبة الف وستمائة وخمسة وثلاثين الى

سبعة وستين •

وعلى هذه النسبة وضعت نسبة جيب الحصة الى تعديلها وضعا لاحقيقة كما تقدم ذكره فلوكان يأمر بضرب جيب الحصة بتلك الكردجات فى مائة واربعة وثلاثين اوفى سبعة وستين ويقسم المجتمع على ثلاثة الاف ومائتين وسبعين اوعلى الف وستمائة وخمسة وثلاثين لكان يخرج له التعديل على ذلك الوضع والاساس •

فاما بهذه الاعداد فيؤدى الامتحان فيها والاستقراء الى مخالفة ذلك الوضع والاصل ففيها خطأ اوتصحيف ولا هى ايضا بكردجات الارجبهر (١) فان الجيب فيها ثلاثة الاف واربع مائة وثمانوثلاثون وذلك ما اردنا الابانة عن فساده •

واذا انطقت البراهين النيرة المستفادة من الخطوط المساحية على صحة اعمال ثم وقع فى حاصلها المستخرج بالحساب تفاوت يسير غير واقع من جهة سهو الحساب، فليعلم ان ذلك من قبل ما فى الجيوب والاوتار من التقريبات اللاحقة بها من عدم الوصول الى حقائق بعض الاجزاء كوتر الجزء الواحد من ثلاثمائة وستين من الدور والاوتار المستخرجة منه ومن قبل التساهل فى الجذور الصم وتكرر ذلك فى استعمال الاوتار •

واذ قد استوفينا البراهين الهندسية على ما قدمناه من الحسابات العددية فلنختم هذه المقالة بعون الله وتوفيقه •

---

(١) كذا فى الاصل

التالة

المقالة الرابعة

فى معرفة ما تقدم ذكره بصنوف الاشتراكات الواقعة بينها

اما اذا كانت هذه الاشياء التى باشرتها فى المقالات المتقدمة حصصا وتعاديل جزئية الحصص ومقومات تحصل من استعمالها وكان من لمعلوم عدم الوصول من واحد منها فقط الى الوقوف على سائرها وجب ايقاع الاشتراك بينها ليقترن فينتج •

ولما كان ظاهرا انه لا يقع اقتران بين سمتين منها لامتناع وجوده اووجود مثله فى وقت واحد حصل من اقترانا تها ستة قران فقط الحصة مع كل واحد من التعديل الكلى والجزئى والمقوم فتلك ثلاثة والتعديل الكلى مع الجزئى والمقوم فتلك اثنان والتعديل الجزئى مع المقوم فذلك واحد ومجموعها ستة قران •

ومن الواجب ان نختم الكتاب بتفصيل ذكرها لنستوعب الفن الذى خضنا فيه ونحن فاعلون ذلك بعون الله وتسديده •

القران الاول

اما هذا القران فقد فرغنا منه فى المقالات المتقدمة وذلك انا فرضنا فى المقالة الثانية والثالثة كل واحد من الحصة والتعديل الكلى معلوما وقصرنا الكلام على استخراج التعديل الجزئى

والمقوم واعادة القول فيه فصل •

القران الثانى

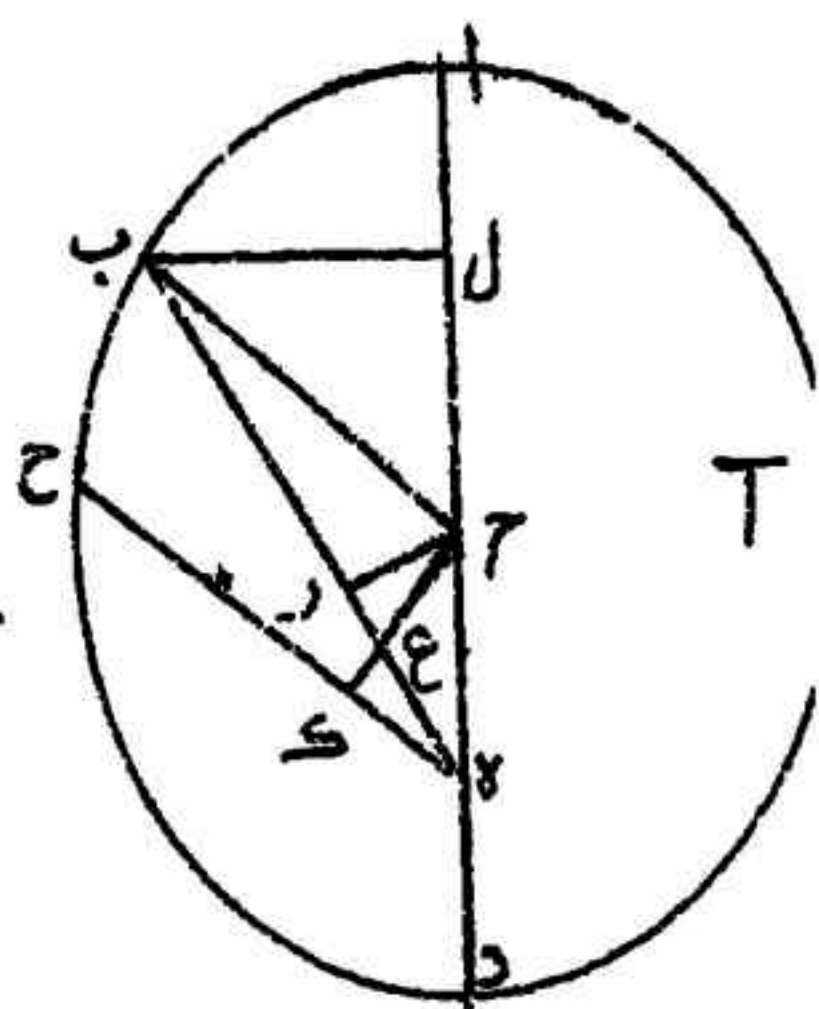
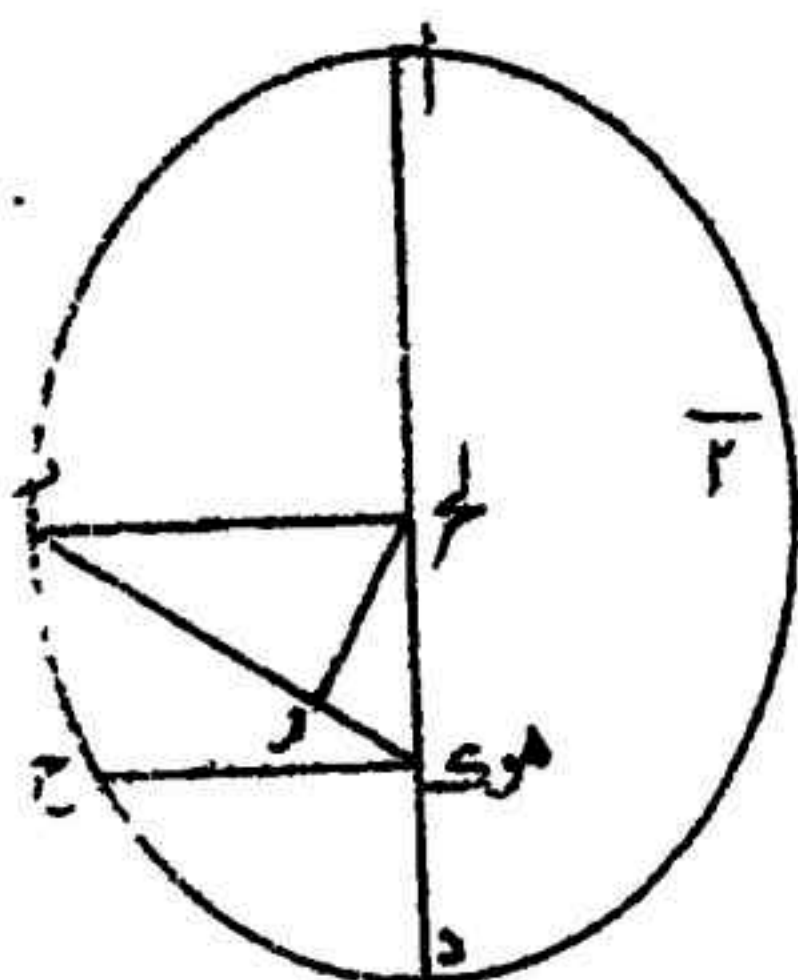
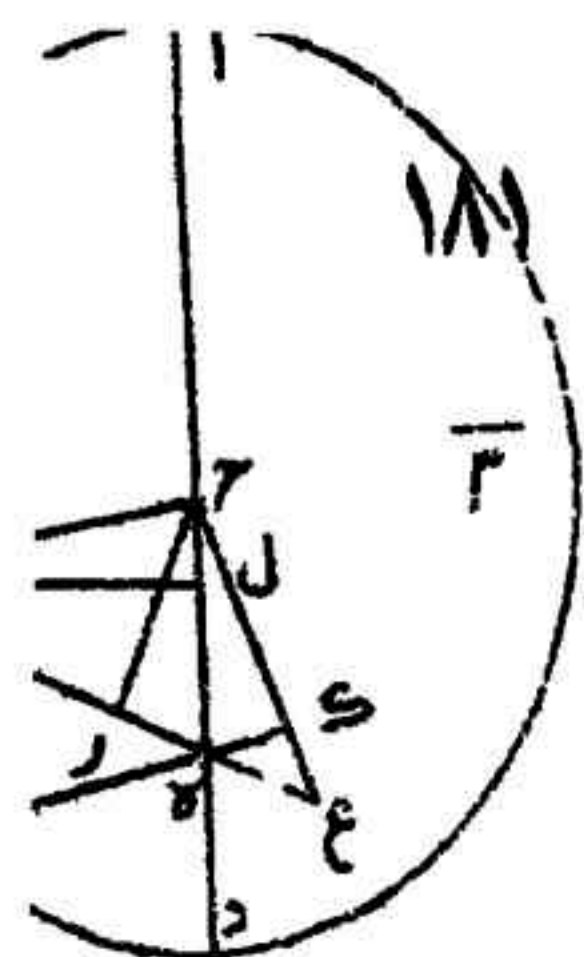
والمفروض فى هذا القران معلوما هو كل واحد من الحصة وتعديلها فلنخط له الفلك الخارج المركز على مركز — ج — ونخرج فيه القطر الذى بحذاء وجهه وحضيضه •

وليكن — اج ه د — ومركز الفلك الممثل نقطة — ه — ونفرض الحصة المطلوبة — اب — ونصل — ب ج — ب ه — وننزل عمود (١) على — ب ه — فيكون لما قدمناه جيب التعديل لحصة — ا ب — ومن البين ان الحصة اذا كانت معلومة وكان تعديلها معلوما فان المقوم معلوم ونسبة — ب ل — جيب الحصة الى — ل ه — الجامع او الفضله كنسبة — ج د — جيب تعديل الحصة الى — ز ه — فمتى ضربنا الجامع او الفضلة فى جيب تعديل الحصة وقسمنا المجتمع على جيب الحصة خرج — ه ز — وخط — ه ج — يقوى عليه وعلى — ج ز •

فاذا جمعنا مربعا ماخرج الى فرض بينهما خط — ه — ز معترضا بينهما سواء كان عمودا عليهما او لم يكن وفرض بين نقطتى ز د — نقطة — ح — ووصل — اط ح — •

---

(١) هنا خرم فى الاصل

ش — ٩٨

ومعلوم انه اذا علم على خط ـ ج د ـ فيما وراء نقطة ـ ح ـ كنقطتى ك م ـ ووصل بين نقطة ـ ـ ا ـ ابدا و بين كل واحدة منها ان الخط الواصل يقطع خط ـ ط ه ـ فيما بين خط ـ ا ب ـ و الخط الآخر الواصل بين ـ ا ـ وبين النقطة التى هى اقرب الى ـ ح ـ مثل خط ال ك ـ فانه قطع ـ ط ه ـ على ـ ل ـ فيما بين خطى ـ ا ط ح اه ب ـ وكذلك خط ـ ا س م ـ يقطعه على ـ س ـ فيما بين خطى ال ك ـ اه ب ـ واحداث النقط على خط ـ ح د ـ ممكن ان يتناها فكذلك خط ـ ط ه ـ لا يفنى ولا يتناها بالخطوط الخارجة من نقطة ـ ا ـ الى كل واحدة من النقط المحدثة فانه لو فنى لتركب الخط الذى يخرج بعد فنائه على خط ـ ا ب ـ فوازى خط ـ ج د وقد اخرجناه ملاقيا له على نقطة مفروضة فخط مواز لخط آخر يلتقيان فى احدى جهتيهما هذا خلف فبعد ـ ط ه ـ متجزىء الى مالا نهاية له بتماديه بعضها اصغر من بعض وذلك ما اورده الكندى •

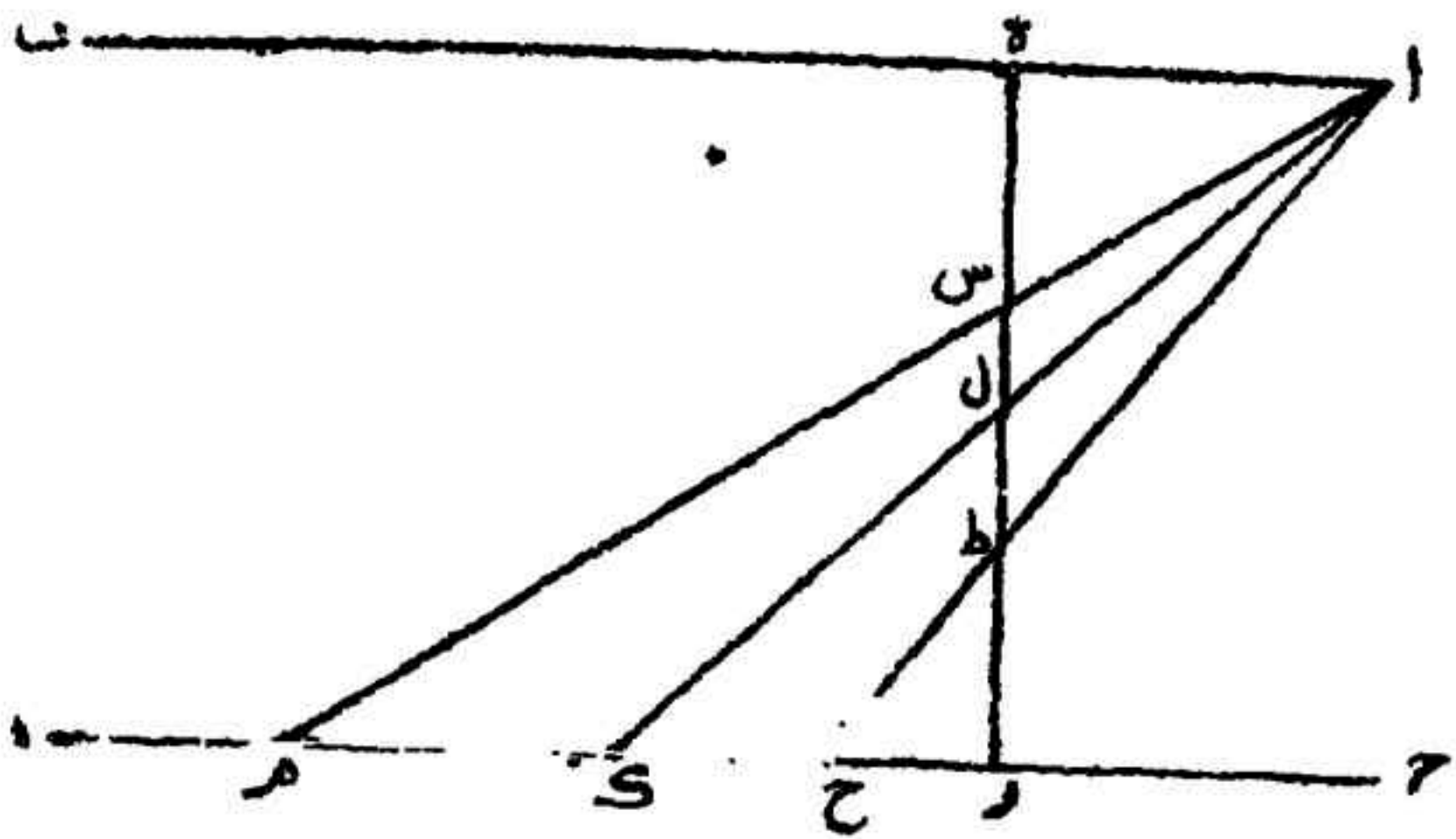
فاما اعتراضه ادام الله عزه وقوله ان تقارب خطين متوازيين بكليتهما مع عدم تلاقيهما شيء لا تعجب سامعه الا ان يتقاربا بطرفيهما فانا مع اعتقادى ان الخطوط المستقيمة تتلاقى فى احدى جهتيهما اذا ارتفع عنها التوازى قائل ان الحال فيما اثبت فيه التعجب وفيما نفاه عنه سيان وذلك ان خطى ـ اب ـ ج د ـ المتوازيين اذا ثبت عنده امكان تقاربهما بالكلية كما تقدم وارتفع الالتقاء عنهما كانت خطوط اب ـ هى خط ـ اب ـ الاول عند اختلاف مواضعيه بالحركة وخطوط ـ ج د ـ هى خط ج د ـ الاول وقد اختلفت اوضاعه عند الحركة ٠

ش ـــ ٩٩

ومعلوم ان خطوط ـ اب ـ وخطوط ـ ج د ـ تتكاثر الى ما لا نهاية له ويبقى بينهما ابدا بعد لم يقطعه ولا احدهما واذا كان الامر كذلك وامكن فى خطوط ـ اب ـ احداث نقط كنقط ـ ه ز ح ط ك بحيث ينتظمها خط مستقيم وامكن ايضا فى خطوط ـ ج د ـ احداث

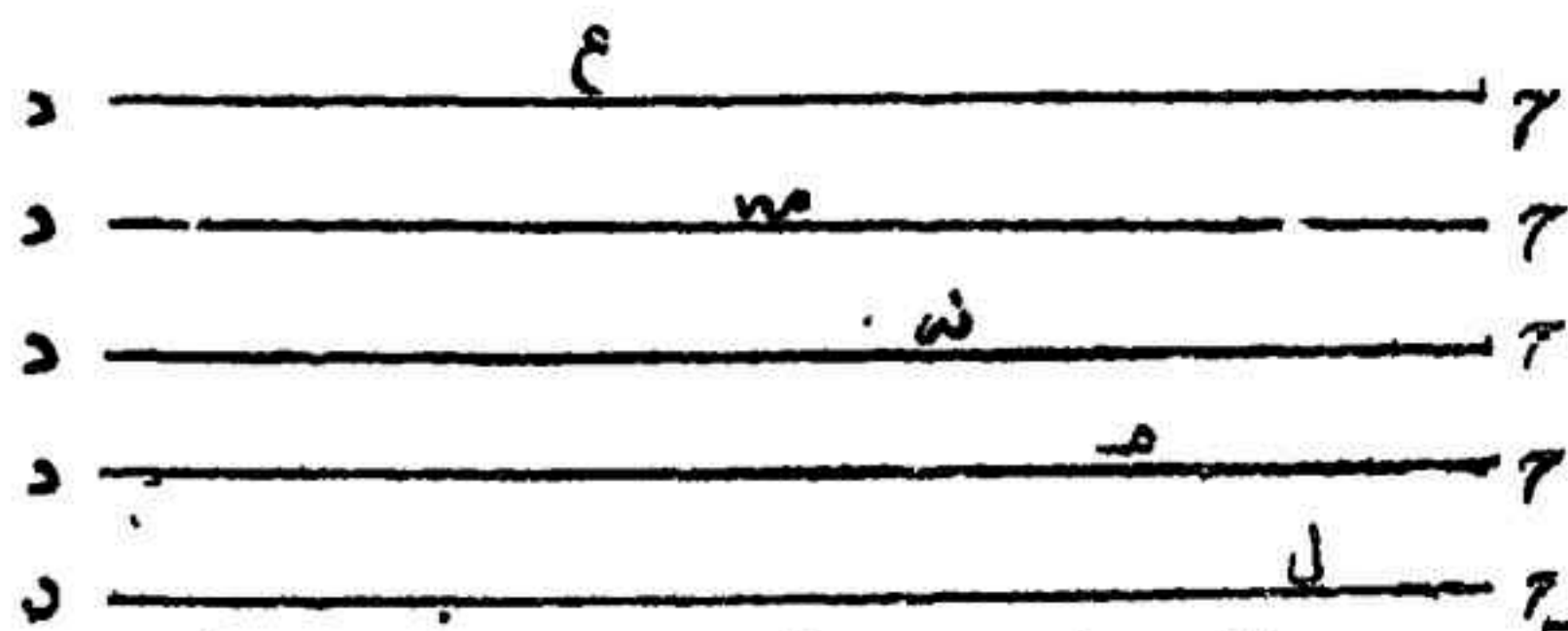
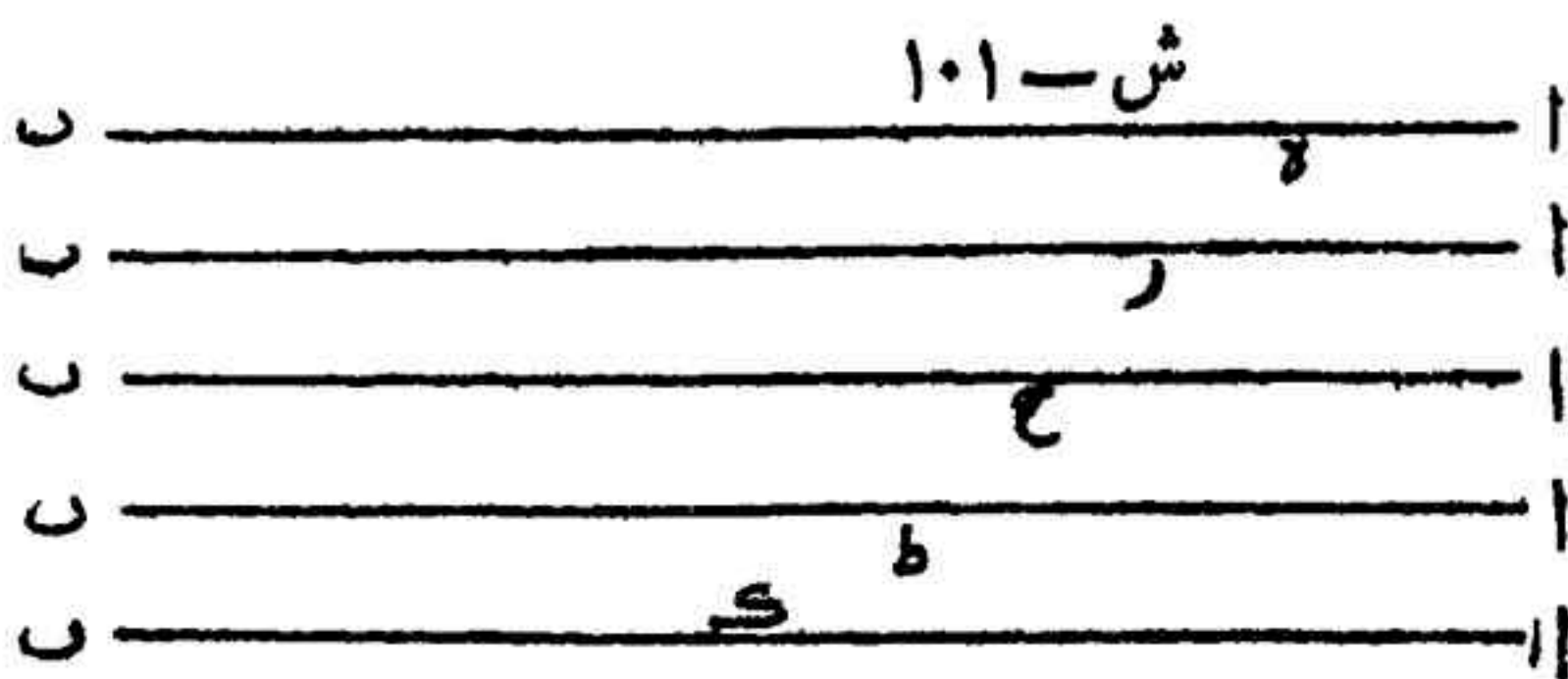
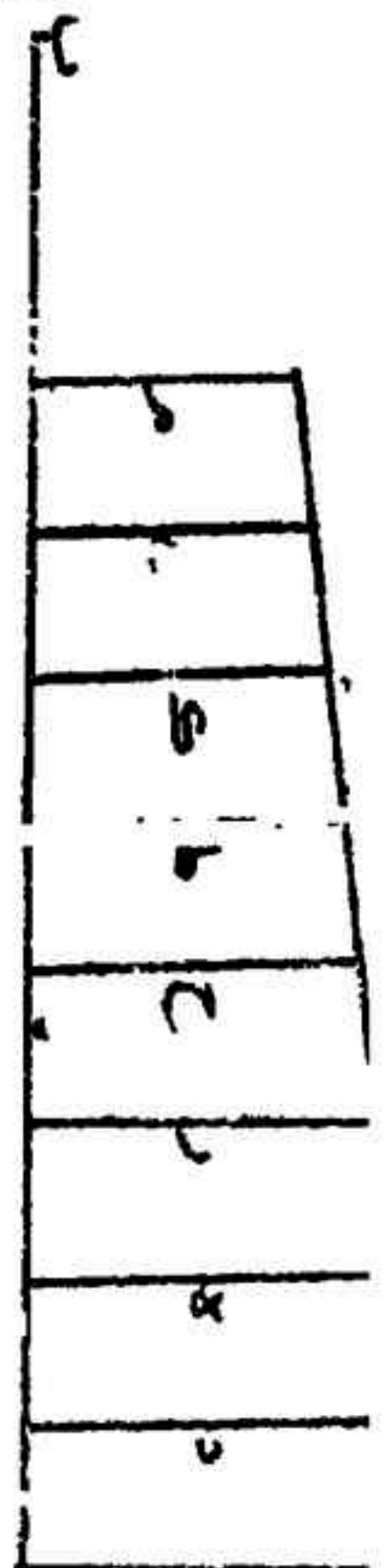
كنقط

كنقط ـ ل م ن س ع ـ بتلك الشريطة فليت شعرى متى يتلاقى هذان الخطان اللذان ينظمان فى استقامتهما تلك النقط فان كان هذا هو شرط التعجب فقد صححته فليفعل •

ش ـــ ۱۰۰

وان عاقه عن ذلك اقتران الحركة بالشكل فانى اجرده عنها، واقول متى امكن وجود مقادير متصاغرة الى مالا نهاية له وليكن هى للمثال خطوط ـ ج ـ د ـ ه ـ ز ـ ح ـ ط ـ ك ل ـ م ـ ونحن اذا اقمنا اعظمها وليكن ـ ج ـ على نقطة ـ ا ـ من خط ـ ا ب ـ المستقيم ثم اقمنا الذى يتلوه فى العظم وهو ـ د بجنبه موازيا ـ لج ـ ثم اقمنا ايضا بجنبه موازيا له خط ـ ه

التالى ـ لد ـ فى العظم اقامة تمكن ان تمر على رؤسها التى ف خلاف جهة خط ـ ا ب ـ خط واحد مستقيم وفعلنا ذلك بتلك المقادير المتصاغرة غير المتناهية مع حفظنا شريطة الوضع لم يتناه نصبنا لها اذهى غير متناهية فى العدد واذا لم يتناه فتى يلق الخط المستقيم المار على رؤس تلك المقادير خط ـ ا ب ـ المستقيم وذلك ما يحتاج الى الابانة عنه •

ولوجود هذه الاقدار المتصاغرة وايضاح خطين مستقيمين عنه متوازين يتقاربان ولا يلتقيان •

ش ـ ١٠١

وجه آخر، وهو ان نفرض مربع ـ ا ب ج د ـ ونخرج ضلعى ا د ز ج ـ على استقامتهما فى جهتى ـ ا ج ـ ونعلم على خط ـ د ا المخرج على استقامته نقطة ـ ه ـ ونخرج منها خطا يجوز على نقطة ب ـ فط ص ـ معلوم، السطح الذى يحيط به خطا ـ ط ج ـ ج ص

مثل مربع خط ـ ج ص ـ المعلوم وخط ـ ط ص ـ معلوم فاذن خط ـ ج ص ـ معلوم وقد كان تبين ان خط ـ ال ـ معلوم و ـ ل ص ـ معلوم ـ فا ج ـ معلوم •

د ـ دائرة ـ اب ج د ـ فيها قطر ـ اب ـ ووترا ـ ه ز ـ ح ط متوازيان قائمتان على القطر وخط ـ ه ح ـ معلوم وكل واحد من اج ب د ـ معلوم كيف نعلم باقى القطر •

لنا طريقان فى هذه المسئلة احدهما هكذا نصل ـ ا ح ونخرج عليه عمود ـ ه ك ـ فلأن كل واحد من خطى ـ ا د ـ د ب ـ معلوم تكون نسبة ضرب ـ اب ـ فى ـ ب د ـ الى ضرب اب ـ فى ا ج ـ معلوما لكن ذلك كنسبة مربع ـ ج ب ـ الى مربع ـ ا ه ـ فنسبة مربع هذين الخطين احدهما الى الآخر معلومة فنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ج ب ـ معلومة •

وايضا لأن نسبة ـ ا م ح ـ الى ـ ج د ـ كنسبة ـ ج ب الى ـ ب د ـ لكن نسبة ـ ح ا ـ الى ـ ح د ـ كنسبة ـ ا م الى ـ م ج ـ لأن ـ م ج ـ يوازى ـ د ج ـ اذا كانا عمودين على خط ـ اب ـ فنسبة ـ ا م ـ الى ـ م ج ـ كنسبة ـ ج ب ـ الى م د ـ فلتكن نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب د ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ل ـ فاذن نسبة ـ ا ه ـ الى ـ ل ـ كنسبة ـ ا م ـ الى ـ م ج لكن لان نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ب د ـ مثل نسبة ـ ا ه ـ الى

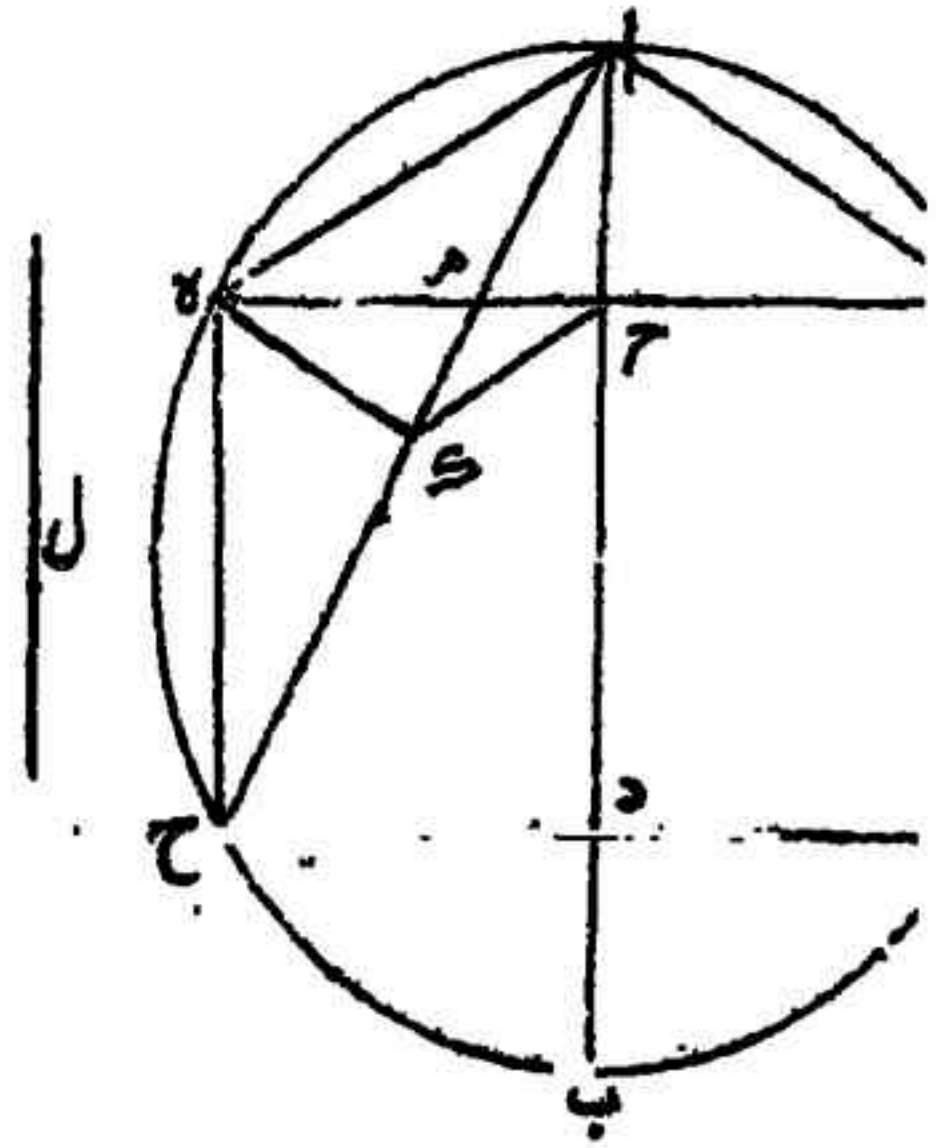
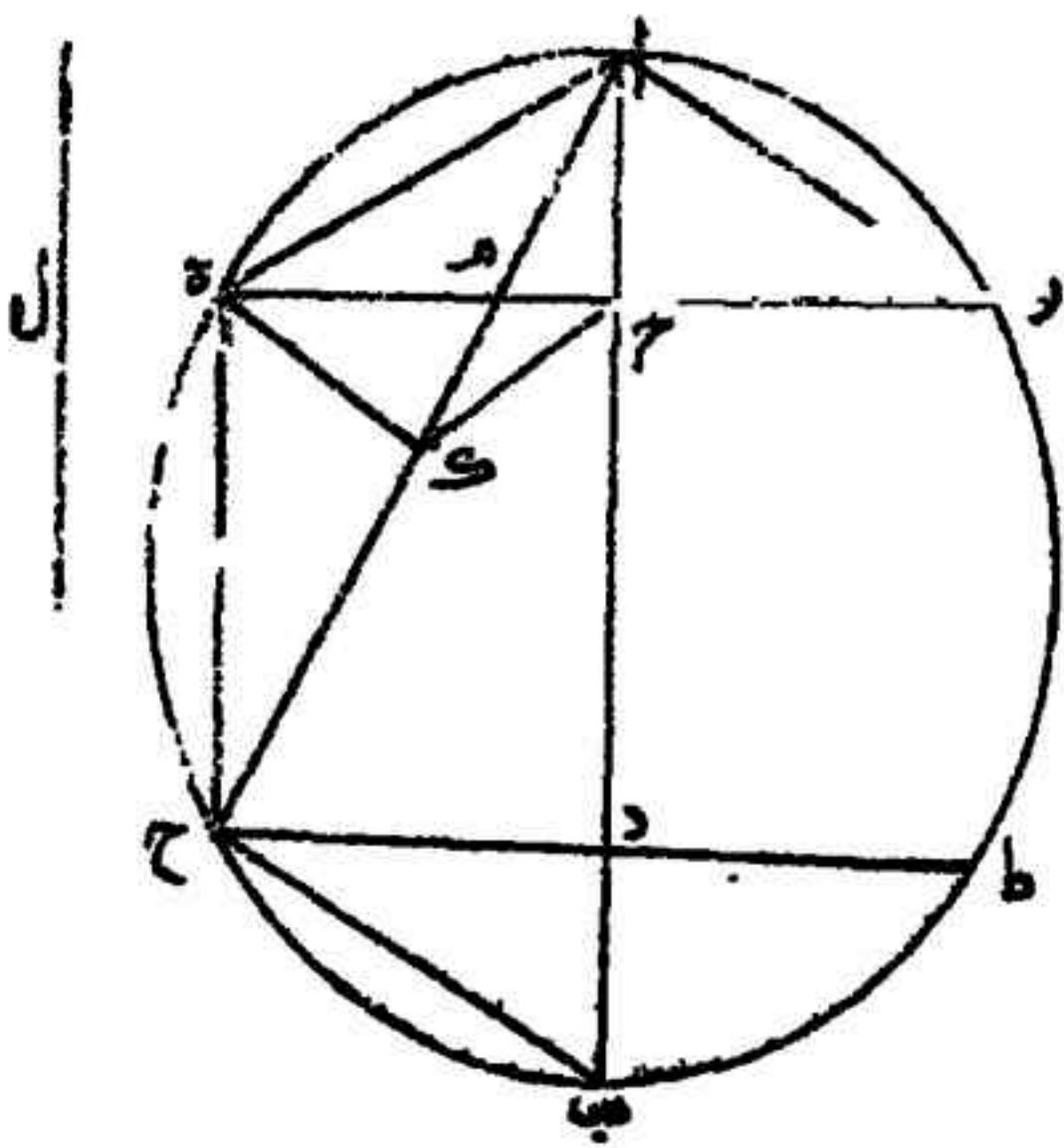
ل ـ بالتبديل تكون نسبة ـ ج ب ـ الى ـ ا ه ـ التى قد بينا انها معلومة كنسبة ـ د ب ـ الى ـ ل ـ فنسبة ـ د ب ـ المعلوم الى ل ـ معلومة ـ فل ـ معلوم •

وايضا لأن زاوية ـ ه ك م ـ قائمة وزاوية ـ ا ج ه ـ قائمة وزاويتى ـ ا م ج ـ ه م ك ـ متساويتان تكون مثلثا ـ ا م ج م ك ه ـ متشابهين فنسبة ـ ا م ـ الى ـ م ج ـ كنسبة ـ ه م ـ الى م ك ـ لكن اذا وجدت هذه الخطوط على انها اضلاع مثلثى ـ ا م ه ـ م ج ك ـ كان واجبا من قبل تناسبها ودن قبل ان زاويتى ـ ا م ه ـ ج م ك ـ متساويتان ان يكون مثلثا ـ ا م ه ـ م ج ك ـ متشابهين ولذلك تكون نسبة ـ ا م ـ الى ـ م ج ـ كنسبة ـ ا ه ـ الى ـ ك ج ـ لكن نسبة ـ ا م ـ الى ـ م ج ـ كانت مثل نسبة ـ ا ه ـ الى ل ـ فنسبة ـ ا ح ـ الى ـ ل ـ مثل نسبته الى ـ ك ج ـ فل المعلوم مثل ـ ك ج ـ فك ج ـ معلوم ولأن قطر ـ ا ب ـ يقسم وتر ـ ه ز ـ بنصفين تكون قوس ا ه ـ مثل ـ قوس ـ ا ز ـ فزاوية ا زه ـ مثل زاوية ـ ا ه ز ـ وزاوية ـ ه ح ا ـ هى مثل زاوية ـ ا ز ه ـ لانهما فى قطعة واحدة فاذن زاوية ـ ه ح ا ـ مثل زاوية ـ ا ه م وزاوية ـ ه ا ح ـ مشتركة فتبقى زاوية ـ ا م ه ـ مثل زاوية ـ ا ه ح ـ فمثلثا ـ ا م ه ـ ا ه ح ـ متشابهان فنسبة ـ ح ا ـ الى ـ ه ا كنسبة ـ ه ح ـ الى ـ ه م ـ فان بدلنا صارت نسبة ـ ا ح ـ الى

ه ح ـ كنسبة ـ ه ا ـ الى ـ ه م ـ التى هى كنسبة ـ ك ج ـ الى
م ك ـ فاذن نسبة ـ ك ج ـ الى ـ م ك ـ مثل نسبة ـ ا ح ـ الى ـ ه ح
فضرب ـ ه ح ـ المعلوم فى ـ ك ج ـ المعلوم مثل ضرب ـ ا ح ـ فى
م ك ـ فضرب ـ ا ح ـ فى ـ م ك ـ معلوم فاذن فضل مربع ـ ا ح
على ضرب ـ ا ح ـ فى ـ ا م ـ وضرب ـ ا ح ـ فى ـ ك ح ـ معلوم
لأن ذلك وهو ضرب ـ ا ح ـ فى ـ م ك ـ المعلوم •

وايضا لأن مثلثى ـ ا م ه ـ ا ه ح ـ متشابهان يكون ضرب
ا ح ـ فى ـ ا م ـ مثل مربع ـ ا ه ـ فاذن فضل مربع ـ ا ح ـ على
ضرب ـ ا ح ـ فى ـ ك ح ـ وكل مربع ـ ا ه ـ معلوم ولكن
مربع ـ ا ه ـ مثل مربع ـ ا ك ـ ك ه ـ وضرب ـ ا ح ـ فى ـ ك
ح ـ مثل ضرب ـ ا ك ـ فى ـ ك ح ـ مع مربع ـ ك ح ـ ففضل
مربع ـ ا ح ـ على مربعات ـ ا ك ـ ك ه ـ ك ح ـ وضرب
ا ك ـ فى ـ ك ح ـ معلوم فيسقط مربعى ـ ه ك ـ ك ح ـ المعلوم
لأنهما مثل مربع ـ ه ح ـ المعلوم يبقى الفضل بين مربع ـ ا ح
وبين ضرب ـ ا ك ـ فى ـ ك ح ـ مع مربع ـ ا ك ـ معلوم
ولكن ضرب ذلك الفضل هو ضرب ـ ا ح ـ فى ـ ك ح
فضرب ـ ا ح ـ فى ـ ك ح ـ معلوم وكان ايضا ضرب ـ ا ح ـ فى
م ك ـ معلوما فضرب ـ ا ح ـ فى ـ م ح - معلوم فاذن فضل
مربع ـ ا ح ـ على ضرب ـ ا ح ـ فى ـ ا م ـ معلوم فضرب

اح ـ فى ـ ام ـ مثل مربع ـ اه ـ ففضل مربع ـ اح ـ على مربع اه ـ معلوم واما مربع ـ اح ـ فهو مثل ضرب ـ ب ا ـ فى اد واما مربع ـ اه ـ فهو مثل ضرب ـ اب ـ فى ـ اج ـ فيكون الفضل المعلوم هو ضرب ـ اب ـ فى ـ ج د ـ ولكن فضل اب ـ على ـ ج د ـ معلوم لأنه مجموع خطى ـ اج ـ ب د المعلومين فيصير باقى القطر معلوما ٠

ش ـــ ١٠٢

واما طريقنا الآخر فيها

فهوان نبين ان خط ـ لـ ج ـ معلوم كما بيناثم ولأن زاوية ـ ا ه ج ـ مثل زاوية ـ ه ج ا ـ وزاويتى ـ اح ا ـ ه ك ح ـ قائمتان يصير مثلثا ـ اه ج ـ ك ه ح ـ متشابهين ومن قبل تناسب اضلاعهما يصير ضرب ـ اج ـ المعلوم فى ـ ه ح ـ المعلوم مثل ضرب ـ اه ـ فى ـ ه

ك

ك ـ فضرب ـ اه ـ فى ـ ه ك ـ معلوم وضرب ـ ك ج ـ فى ـ ج
ا ـ معلوم فنسبة احدهما الى الآخر معلومة وهى مؤلفة من نسبتى
اه ـ الى ـ ك ج ـ ومن ـ ه د ـ الى ـ ا ج ـ فاما نسبة ـ اه ـ الى
ك ج ـ فهى مثل نسبة ـ ه م ـ الى ـ م ك ـ واما نسبة ـ ه ك ـ الى
ا ج ـ فهى كنسبة ـ م ك ـ الى ـ م ج ـ فالنسبة المؤلفة من نسبتى
م ه ـ الى ـ م ك ـ ومن ـ م ك ـ الى ـ م ج ـ معلومة وذلك
هو نسبة ـ ه م ـ الى ـ م ج ـ فنسبة ـ ه م ـ الى ـ م ج ـ معلومة
وعلى الترتيب نسبة ـ ه ج ـ الى ـ ج م ـ معلومة ٠

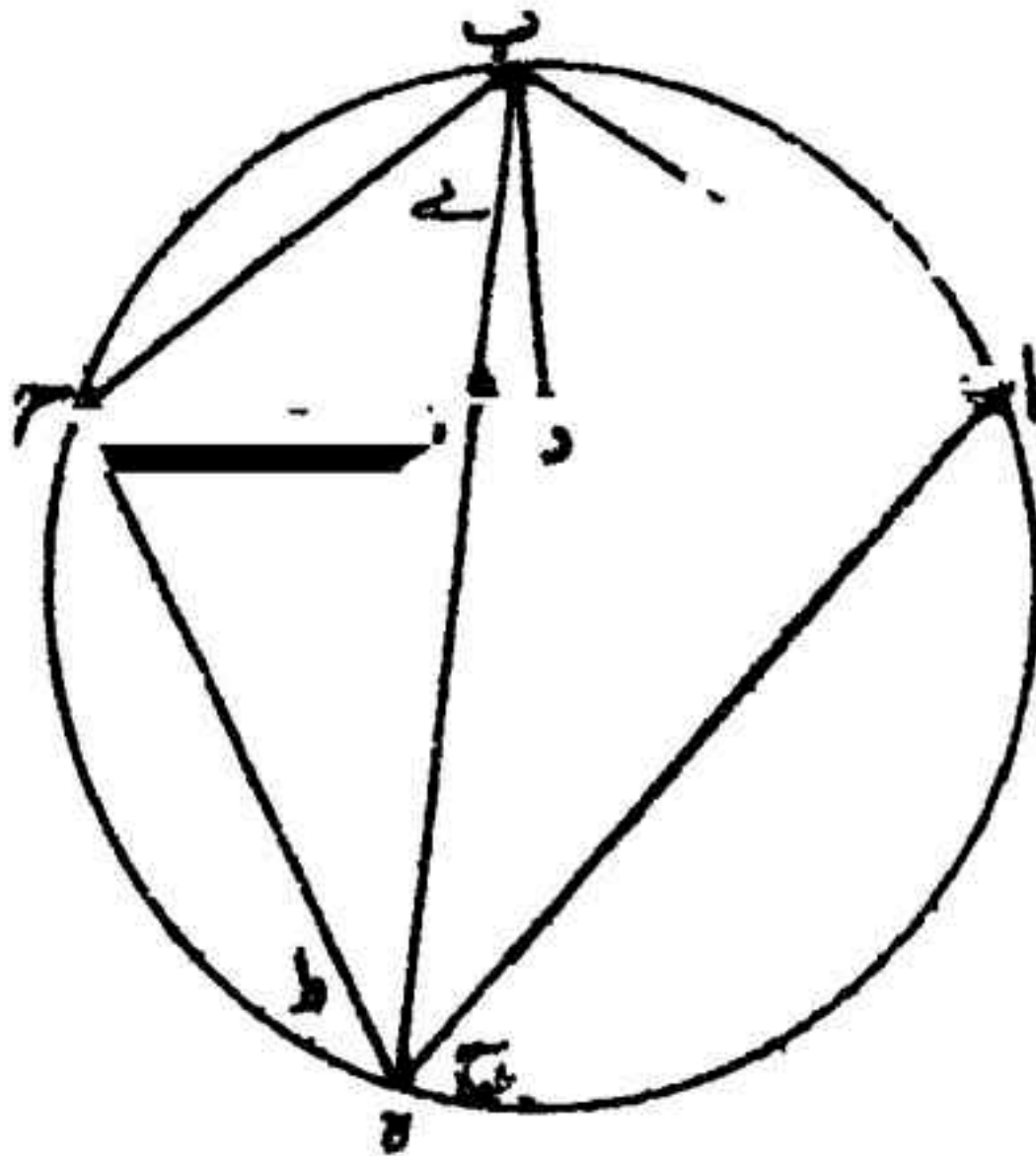
ولأن نسبة ـ اد ـ الى ـ د ح ـ كنسبة ـ ح د ـ الى د ب
ونسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج م ـ كنسبة ـ اد ـ الى ـ د ح ـ فتصير
نسبة ـ ا ج ـ الى ـ ج م ـ كنسبة ـ د ح ـ الى ـ د ب ـ فضرب
ا ج ـ فى ـ د ب ـ المعلوم مثل ضرب ـ م ج ـ فى ـ د ح ـ فضرب
م ج ـ فى ـ د ح ـ معلوم ونسبة ـ ه ج ـ الى ـ م ج ـ معلومة فضرب
ه ج ـ فى ـ د ح ـ معلوم ٠

ولأن نسبة مربع ـ اه ـ الى مربع ـ ل ح ـ معلومة تكون
نسبة مربعى ـ ا ج ـ ج ا ـ الى مربعى ـ ب د ـ د ح ـ معلومة
فان نقص منها مربعا ـ ا ج ـ د ب ـ المعلومين بقى الفضل بين مربع
د ح ـ بين سطح نسبته الى مربع ـ ه ج ـ معلومة ٠

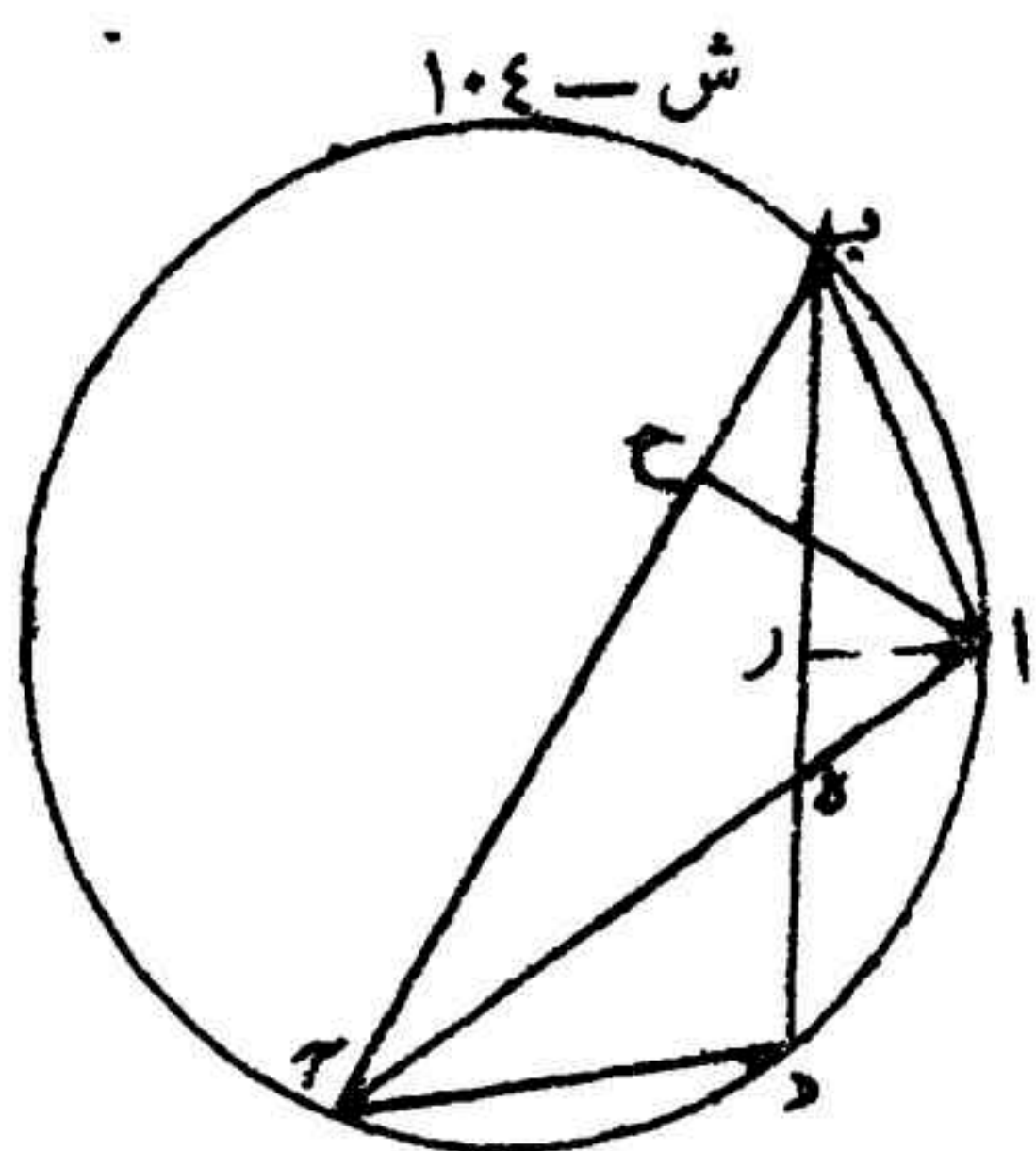
فليكن السطح الذى له النسبة الى مربع ـ ه ج ـ المعلوم

وهو مربع ـ ح ز ـ ففضل ما بين مربعى ـ ح ز ـ د ح ـ معلوم لكن نسبة ـ ح ز ـ الى ـ ه ج ـ معلومة وضرب ـ ه ج ـ فى ـ د ح معلوم فيصير ضرب ـ د ح ـ فى ـ ح ز ـ معلوما وفضل ما بين مربعيهما معلوم فكل واحدمنهما معلوم •

ولأن ـ د ح ـ معلوم يصير مربعه مربع ـ ب ز ـ على مربع ز د ـ معلوما لأنه مثل مربع ـ ب د ـ المعلوم •

ش ـ ١٠٣

وقد بينا ان نسبة مربع ـ د ز ـ الى مربع ـ ز ج ـ معلومة فاذن فضل مربع ـ ب ز ـ على سطح له الى مربع ـ ز ج ـ معلومة معلومة ومربع ـ ه ز ـ مع سطح له الى مربع ـ ز د ـ نسبة معلومة معلوم فاذن مربع ـ ب ز ـ مع سطح له الى مربع ـ ز ه ـ نسبة معلومة معلوم وقد كان ضرب ـ ب ه ـ فى ـ ه ز ـ معلوما فنضيف ذلك ونضيف اليه مربع ـ ب ز ـ مع سطح له الى مربع ـ ز ه ـ نسبة

معلومة

معلومة فيصير جميع ذلك معلوما وهو مربع ــ ب ه ــ مع سطح معلوم النسبة الى مربع ــ ه ز ــ فليكن ذلك السطح هو مربع ــ ه ى ــ فمربعا ب ه ــ ه ى ــ اذا جمعا معلومان ولأن ضرب ــ ب ه ــ فى ــ ه ز ــ معلوم ونسبة ــ ه ز ــ الى ــ ه ى ــ المعلومة كنسبة ضرب ــ ب ه ــ فى ــ ه ز المعلوم الى ضربه فى ــ ه ى ــ فضرب ــ ه ى ــ فى ــ ه ب ــ معلوم ومربعاهما اذا جمعا معلومان فكل واحد منهما معلوم •

ش ــ ١٠٤

ولذلك ــ ه ز ــ معلوم فضرب ــ ه ز ــ فى ــ ب ز ــ معلوم فلذلك ضرب ــ از ــ فى ــ ز ج ــ معلوم ونسبة ــ از ــ الى ــ ز ج معلومة فخط ــ اج ــ اذن معلوم فمثلث ــ اج ه ــ معلوم الاضلاع وتحيط به دائرة فهى معلومة القطر •

لابى الحسن إسحاق بن ابراهيم بن يزيد الكاتب فى هذه المسئلة

دائرة ــ اب ج ــ وقع فيها وتر ــ د ب ــ وسهمه وهو ــ از

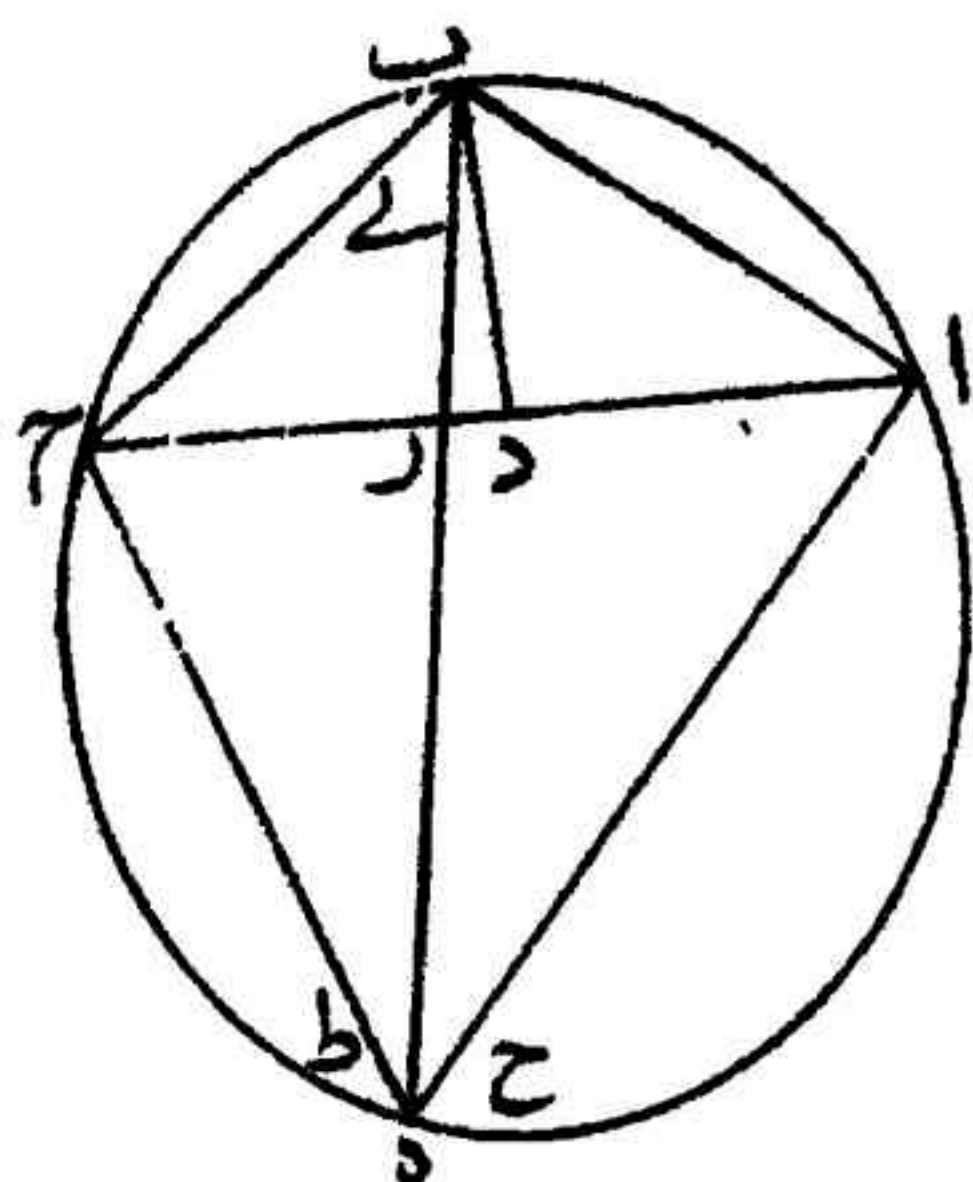
معلوم واخرج من طرفى وتر ـ د ب ـ خطا ـ د ج ـ ج ب ـ فكانا معلومين •

نريدان نعلم القطرفلأن سهم كل وتريقسم القوس التى خرج منها الى الوتر بنصفين فقوس ـ ا د ـ مثل قوس ـ ا ب ـ ونخرج من زاوية ـ د ح ب ـ خطا الى نقطة ـ ا ـ ونصل بين نقطتى ـ ا ب بخط ـ ا ب ـ ونخرج من نقطة ـ ا ـ على خط ـ ح ب ـ عمود ا ح ـ فلأن قوس ـ ا د ـ مثل قوس ـ ا ب ـ تكون زاوية د ح ا ـ مثل زاوية ـ ا ح ب ـ فخط ـ ح ه ـ قد قسم زاوية ـ ح د ب بنصفين ووقع على قاعدة ـ د ب ـ فنسبة ـ د ه ـ الى ـ ه ب ـ كنسبة د ج ـ الى ـ ج ب ـ ونسبة ـ د ج ـ الى ـ ج ب ـ معلومة فنسبة د ه ـ الى ـ ه ب ـ معلومة و لذلك نسبة ـ د ب ـ الى كل واحد من ـ د ه ـ ه ب ـ معلومة فنسبة ـ د ب ـ الى ـ ب ه ـ معلومة وكذلك ايضا نسبة ـ ب ز ـ الذى هو نصف ـ د ب ـ الى ـ ب ه معلومة •

وعلى التفصيل تكون نسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ه ـ معلومة ومثلثا ـ اح ج ـ ا ز ب ـ متشابهان لأن زاوية ـ ح ـ قائمة وزاوية ا ج ح ـ مساوية لزاوية ـ ا ب ز ـ فنسبة ـ ج ح ـ الى ـ ا ح ـ كنسبة ب ز ـ الى ـ ز ا •

ولأن زاوية ـ ج ا ح ـ مثل زاوية ـ ب ا ز ـ وزاوية

زاح ـ مشتركة لزاويتي ـ ج اه ـ ب ا ز ـ تكون زاوية ـ ز اه
مثل زاوية ـ ج اب ـ وزاوية ـ اج ب ـ قائمة وزاوية ـ ازه
قائمة فبقيت زاوية ـ ال ح ـ مثل زاوية ـ اه ز ـ فمثلثا ـ ازه
اح ب ـ متشابهان فنسبة ـ اح ـ الى ـ ح ب ـ كنسبة ـ ا ز
الى ـ زه ـ فبالمساواة نسبة ـ ج ح ـ الى ـ ج ب ـ كنسبة
ب ز ـ الى ـ زه ـ المعلومة فهى معلومة وخط ـ ب ج ـ معلوم
فكل واحد من ـ ب ح ـ ح ج ـ معلوم ـ فب ح ـ معلوم
ومجموع مربعى ـ اح ـ ب ح ـ مثل مجموع مربعى ـ ب ز ـ ا ز
و ـ ب ح ـ از ـ معلومان ففضل مربع ـ ب ج ـ على مربع
ا ز ـ معلوم وهو فضل مربع ـ ب ز ـ على مربع ـ ا ح ـ فهو
معلوم وضرب ـ ج ح ـ المعلوم فى ـ ا ز ـ المعلوم وهو ضرب
اح ـ فى ـ ب ز ـ ففضل مربع ـ اح ـ على مربع ـ ب ز ـ معلوم
وضرب احدهما فى الآخر معلوم فكل واحد منهما معلوم واذا كان
ب د ـ معلوما ومربعه مثل ضرب ـ ا ز ـ فى باقى القطر فضرب
از ـ فى باقى القطر معلوم ـ وا ز ـ معلوم فباقى القطر معلوم وان
كان ـ از ـ يساوى ـ ب ح ـ فاح ـ يساوى ـ ب ز ـ وضرب
احدهما الى الآخر معلوم فكل واحد منهما معلوم •

ش ــ ١٠٥

خــط ــ ا ب ــ يقسم وهو معلوم بقسمين يكون متى احد
سطح نسبته الى مربع الخط ومربع احد القسمين كنسبة معلومة
وسطح آخر نسبته الى ضرب الخط فى ذلك القسم مرتين معلومة
وسطح ثالث نسبته الى مربـع القسم الثانى معلومة كانت السطوح
الثلاثة متناسبة •

لنا فى ذلك هذا التحليل

لننزل ان خط (ا) مستقيم عـلى ــ ج ــ كما قيـل ونخرج
من ــ ب ــ عمود ــ ب د ــ وليكن ــ ن د ــ مثل ــ ا ب ــ فن د
معلوم والسطح الذى نسبته الى مربعى ــ ا ب ــ ب ج ــ اعنى ــ د
ب ــ ج ب ــ معلومة نسبته الى مربع ــ ج د ــ معلومة فاذن نسبة
سطح معلوم النسبة الى مربع ــ ج د ــ الى سطح نسبته الى ضرب
ا ب ــ اعنى ــ ب د ــ فى ــ ب ج ــ مرتين معلومة كنسبة هذا
السطح الى السطح نسبته الى مربع ــ ا ج ــ معلومة لكن ان اخرج

عمود ـ ب ه ـ كانت نسبة سطح نسبته الى مربع ـ ج د ـ معلومة
الى سطح نسبته الى ضرب ـ ج ب ـ فى ـ ب د ـ مرتين اعنى ـ ج
د ـ فى ـ ه ب ـ مرتين معلومة كنسبة هـذا السطح الى سطح
نسبته الى مربع ـ ا ج ـ معلومة فليكن ضرب ـ ج د ـ فى ـ ب
ه ـ مرتين مثل ضرب ـ ج د ـ فى ـ ج ز ـ اعنى ان يكون ضعف
ه ب ـ هو ـ ج ز ـ فلان فضل ما بين مربعى ـ ب د ـ ب ج
وبين ضرب ـ ب د ـ فى ـ ب ج ـ مرتين هوفضل مـابين مربع
ج د ـ وضرب ـ ج د ـ فى ـ ج ز ـ وهذا الفضل هومثل فضل
مربعى ـ ا ب ـ ب ج ـ على ضرب ـ ب ا ـ فى ـ ب ج ـ مرتين
الذى هومربع ـ ا ج ـ فاذن فضل ما بين مربع ـ ج د ـ وضرب
ج د ـ فى ـ ج ز ـ هومربع ـ ا ج ـ وهوايضا ضرب ـ ج د ـ فى
خط ـ د ز ـ فضرب ـ ج د ـ فى ـ د ز ـ مثل مربع ـ ا ج ـ فاذن
نسبة سطح معلوم النسبة الى مربع ـ ج د ـ الى سطح معلوم النسبة
الى ضرب ـ ج د ـ فى ـ ج ز ـ كنسبة هذا السطح الى سطح نسبته
الى ضرب ـ ج د ـ فى ـ د ز ـ معلومة فتكون نسبة مربع ـ ج
د ـ الى سطح ما نسبته الى ضرب ـ ج د ـ فى ـ ج ز ـ معلومـة
كنسبة هـذا السطح الى سطح آخر نسبته الى ـ ج د ـ فى ـ د ز
معلومة فاما نسبة مربع ـ ج د ـ الى سطح معلوم النسبة الى ضرب
ج د ـ في ـ ب د ـ فهى مثل نسبة خط ـ م د ـ الى خط نسبته

الى ــ د ج ــ معلوما وذلك مثل ضرب ــ د ب ــ فى ــ ا ز ــ فضرب
د ا ــ فى ــ ب د ــ معلوم لأن ــ د ب ــ معلوم فيكون ــ ج د
معلوما لان ــ ا ب ــ معلوم و ــ ج د ــ هو باقى القطر •

ولابى يحيى فى هذه المسئلة

دائرة ــ ا ب ج د ــ وقع فيها وترا ــ ا ب ــ ج د ــ متوازيان
وكل واحد من سهميهما معلوم والخط الواصل بينهما معلوم •

نريد ان نعلم القطر وسهم وتر ــ ا ب ــ ق و ــ وسهم وتر
ح د ــ ى ز ــ نريد ان نعلم ــ و ز ــ والخط الذى بين وترى ــ ا ب
ج د ــ المعلوم ــ ب ج ــ فلأن سهمى ــ ق ف ــ ز ى ــ معلومان
يكون فضل ما بينهما معلوما فنخرج من خط ــ ا ب ــ من نقطة
ب ــ عمودا على خط ــ ب د ــ وننفذه الى ــ ع ــ من خط ــ ج د
فيكون عمودا عليه وننفذه ايضا الى محيط دائرة ــ ا ب ج د ــ الى
نقطة ــ ن ــ ويبن بسهولة ان ــ ع ن ــ مساو لفضل ــ ز ى ــ على
ق و ــ ونصل ــ ب د ــ ونفصل منه مثل ــ ب ج ــ وهو ــ ه ب
ونقيم على نقطة ــ ه ــ من خط ــ ب د ــ عمودا ونخرجه فيلقى
ب ع ن ــ على نقطة ــ ك ــ ونصل ــ ن د ــ فمثلثا ــ ك ه ب ــ د
ع ب ــ متشابهان فضرب ــ ن و ــ فى ــ ن ه ــ مساو لضرب ــ ك
ب ــ فى ــ ع ب ــ لكن ــ ه ب ــ مساو ــ اب ج ــ و ــ ضرب
ب ج ــ فى ــ ب د ــ مساو ــ لضرب ــ ك ب ــ فى ــ ع ب ــ لكن

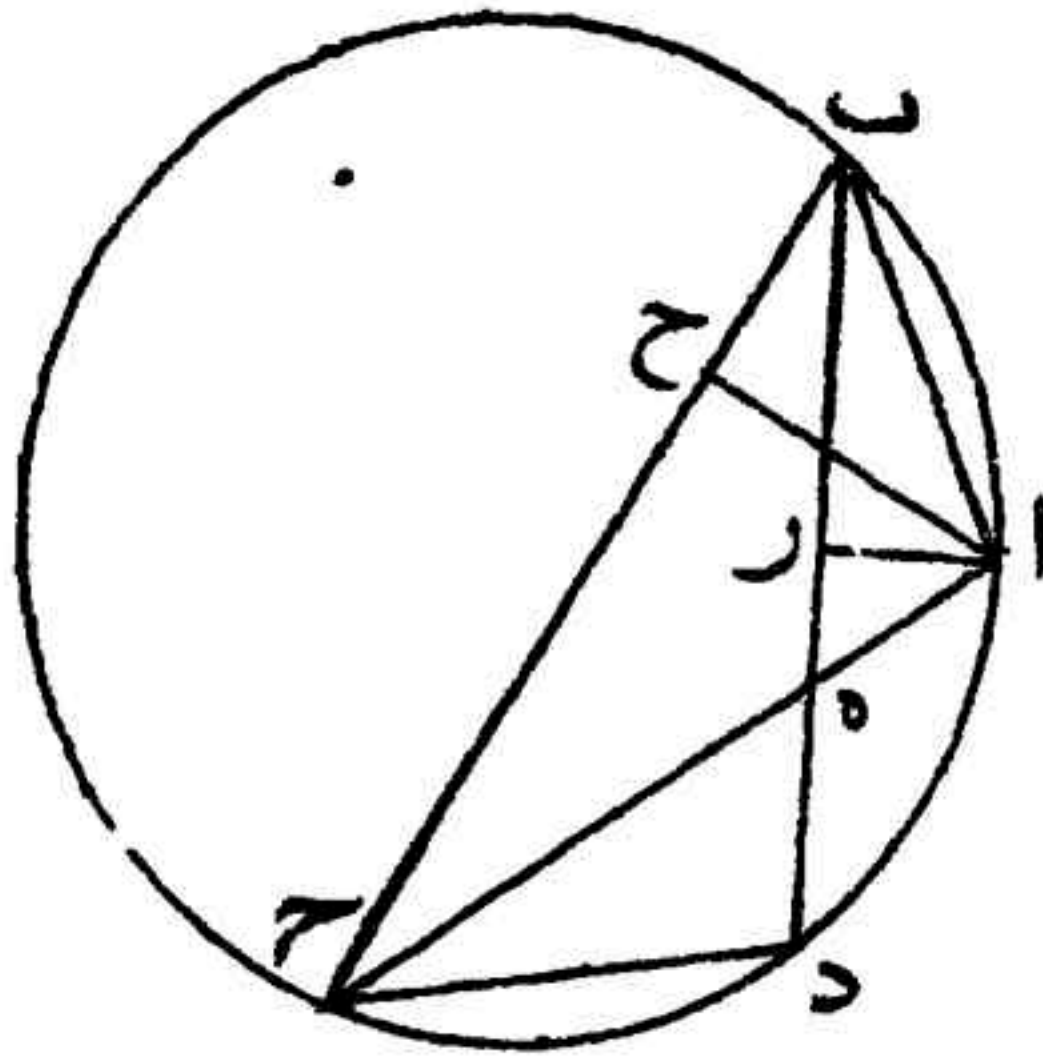
ضرب

ضرب ـ ب ج ـ فى ـ ب ـ د ـ اذهما ضلعا مثلث ـ د ب ج
مثل ضرب قطر دائرة ـ ا ب ج ـ فى عمود مثلث ـ د ب ج ـ
فك ب ـ اذن مساو لقطر الدائرة .

ولأن مثلثى ـ ب ع د ـ ب ع ج ـ متشابهان فضرب ـ ن د
فى ـ ك ج ـ مساو لضرب ـ ب ج ـ ع ز ـ لكن ـ ب ج ـ معلوم
و ـ ع ن ـ معلوم فضرب ـ ن د ـ فى ـ ع ج ـ معلوم ولأن
مجموع مربعات ـ ع ن ـ ـ د ع ـ ع ج ـ مثل مربع القطر فمربعا
ب ه ـ ه ك ـ مساويان لمربعى ـ ن د ـ ن ح ـ و ـ م ج ـ مساو
لن ه ـ فك ه ـ مساو ـ لد ن ـ ولأن مثلثى ـ ك ه ب ـ ك ع ط
متشابهان تكون نسبة ـ ك ه ـ الى ـ ب ا ـ كنسبة ـ ك ع ـ الى
ط ع ـ فضرب ـ ب ه ـ فى ـ ك ع ـ مثل ضرب ـ ك ه ـ فى
ط ع ـ و ـ ن ه ـ و ـ ك ع ـ معلومين فنسبة ضرب ـ ن ه ـ فى
ك ع ـ المساوى لضرب ـ ك ه ـ فى ـ ط ع ـ الى ضرب
ب ه ـ فى ـ ع ز ـ المساوى لضرب ـ ك ه ـ فى ـ ع ج ـ كنسبة
ك ع ـ الى ـ ع ن ـ و ـ ك ع ـ و ـ ع ن ـ معلومان فنسبة ـ ك ه
فى ـ ط ع ـ الى ضربه فى ـ ع ج ـ معلومة فنسبة ـ ط ع ـ الى
ع ج ـ معلومة ولأن مجموع مربعى ـ ط ع ـ ن ع ـ مثل مجموع
مربعى ـ ن ه ـ ه ط ـ ففضل مربع ـ ن ه ـ على مربع ـ ن ع ـ و
مربع ـ ح ع ـ ولأن نسبة ـ ط ع ـ الى ـ ك ج ـ معلومة تكون

نسبة فضل مربع ـ ط ع ـ علی مربع ـ ع ج ـ الذى هو مربع
ه ط ـ الى مربع ـ ع ج ـ معلومة وتكون ايضا نسبة ـ ط ع
الى ـ ه ا ـ معلومة لكن مثلثا ـ ل ه د ـ ك ط ع ـ متشابهان
فنسبة ـ ط ع ـ الى ـ ه ط ـ المعلومة كنسبة ـ ك ع ـ الى ـ ه د
و ـ ك ع ـ معلوم ـ فه د ـ معلوم وكل ـ ب د ـ معلوم و ـ ب ج
معلوم وضرب ـ ب ج ـ فی ـ ب د ـ مثل ضرب ـ ك د ـ فی
ب ع ـ فب ع ـ معلوم و ـ ب ع ـ مثل ـ و ز ـ فو ز ـ معلوم
فك ل ـ فی ـ ق ی ـ معلوم .

ش ـ ١٠٦

لابی العلاء بن ابی الحسین فی هذه المسئلة

دائرة ـ ا ب ج ـ اخرج قطرها وهو ـ ا ج ـ واخرج
فیها وتر ـ م س ـ علی زوایا قائمة علی القطر فكان ـ ه ج ـ معلوما

واخرج

واخرج ـ ب ك ـ يوازى ـ س م ـ فكان ـ اح ـ معلوما ووصل بين نقطتى ـ م ب ـ بخط ـ م ب ـ فكان معلوما نريد ان نعلم باقى القطر •

تدبير ذلك ان نخرج خطى ـ ب ا ـ م ج ـ فبين ان نسبة كل واحد منهما الى الآخر معلومة لان مربعيهما مثل ضرب ـ اج فى كل واحد من خطى ـ ه ج ـ اح ـ المعلومين فى دائرة ـ اب ج ذوا ربعة اضلاع وهو ـ ام ل ج ـ فضرب ـ م ب ـ المعلوم فى ا ج ـ وضرب ـ م ج ـ فى ـ ا ب ـ مثل ضرب قطريه احدهما فى الآخر وهما خطا ـ م ا ـ ح ب ـ لكن نسبة ضرب ـ م ج ـ فى ا ب ـ الى مربع ـ ب ا ـ معلومة فمربع ـ ب ا ـ مثل ضرب خط اح ـ المعلوم فى ـ ا ج ـ فبين ان ضرب ـ م ج ـ فى ـ ب ا ـ مثل ضرب خط معلوم فى ـ ا ج ـ فبين اذن ان ضرب ـ ح ب فى ـ م ا ـ مثل ضرب خط معلوم فى ـ ا ج ـ ونجعل مربع ـ ب د مثل فضل مربع خط ـ ب ا ـ على مربع خط ـ م ج ـ ونصل ـ ج د ومربعا خطى ـ ج م ـ م ا ـ مثل مربعى خطى ـ اب ـ ب ج ـ لكن مربع خط ـ م ج ـ مثل مربع خط ـ ا د ـ وضرب ـ اد ـ فى د ب ـ مرتين فيبقى اذن مربع خط ـ م ا ـ مثل مربع خط ـ د ب ومربع ـ ب ج ـ واذن خط ـ د ب ـ مثل خط ـ م ا ـ وبين ان خط ـ ا ب ـ قد انقسم على نسبة معلومة على نقطة ـ د ـ فمثلث

اب ج ـ زاوية ـ ب ـ منه قائمة واخرج عمود ـ ب ح ـ و ـ اح معلوم وقسم ـ ب ا ـ علی نسبة معلومة واخرج ـ ح د ـ فكان ضرب ـ ح ب ـ فی ـ ح د ـ مثل ضرب خط معلوم وهو ـ ن فی ـ ا ج ـ وقد ذكرنا قبيل كيف استخرج هو هذه المسئلة وقبل ذلك طريقنا فيها •

ش ـ ١٠٧

دائرة ـ اب ج ـ فيها وتر ـ ا ج ـ وسهمه وهو ـ ب د معلوم واخرج خطا ـ ا ه ـ ه ج ـ فكان كل واحد منهما معلوما ونريد ان نعلم القطر فنصل ـ ب ه ـ فلأن قوس ـ اب ـ مثل قوس ـ ب ج ـ فزاويتا ـ ح ط ـ متساويان فلذلك نسبة ـ ا ه الى ـ ه ج ـ المعلومة كنسبة ـ از ـ الى ـ ز ج ـ فاذا ركبنا ونصفنا المقدم وفصلنا بعد ذلك صارت نسبة ـ دز ـ الى ـ ز ج معلومة ولأن زاوية ـ اه ز ـ مثل زاوية ـ ب ه ج ـ المساوية لزاوية ب ا ج ـ لآن قطعتهما واحدة تكون زاوية ـ ب ا ج ـ مثل زاوية

ح ــ وزاوية ــ اب ه ــ مشتركة فى مثلثى ــ اب ز ــ ه ا ب ــ فنسبة
ب ه ــ الى ــ ه ا ــ كنسبة ــ اب ــ الى ــ زا ــ ولأن مثلثى ــ اب ز
زه ج ــ متشابهان فنسبة ــ اب ــ الى ــ از ــ كنسبة ــ ه ج ــ الى
ه ز ــ فنسبة ــ ب ه ــ الى ــ ه ا ــ كنسبة ــ ه ج ــ الى ــ ه ز
فضرب ــ ب ه ــ فى ــ ه ز ــ مثل ضرب ــ اه ــ فى ــ ه ج ــ المعلوم
فاذن ضرب ــ ب ز ــ فى ــ زه ــ مع مربع ــ ه ز ــ معلوم فلذلك
ضرب ــ از ــ فى ــ زج ــ مع مربع ــ ز ه ــ معلوم ونسبة ضرب
از ــ فى ــ زج ــ الى مربع ــ زج ــ معلومة فمربع ــ ه ز ــ مع سطح
معلوم النسبة الى مربع ــ زج ــ معلوم لكن فضل (١) وكذلك
تكون زاوية ــ ل ف ت ــ معلومة وزاوية ــ ل ــ معلومة تبقى
زاوية ــ س ت ل ــ معلومة وتكون ايضا زاويتا ــ ت س ف ــ ت
ع س ــ معلومتين وتبقى زاويتا ــ ف س ل ــ س ف ل ــ معلومتين
وزاوية ــ ل ــ معلومة فنسبة ــ س ف ــ الى ــ ل س ــ معلومة
وكانت الى ــ س ب ــ معلومة ونسبة ــ س ب ــ الى ــ س ن
معلومة فنسبة ــ ل س ــ الى ــ س ن ــ معلومة ونسبة ــ س ن
الى ــ ك ن ــ معلومة فنسبة ــ ل ن ــ الى ــ ك ن ــ معلومة وعلى
التركيب خط ــ ف ك ــ معلوم فخط ــ ك ن ــ معلوم فنقطة
ن ــ معلومة •

وعلى هذا المثال ــ نسبة ــ ل ن ــ الى ــ ل س ــ معلومة

---

(١) كذا فى الاصل.

فنقطـة ـ س ـ معلومة فقد مر بنقطتي ـ ن ـ س ـ وهما معلومتان دائرة مماست خط ـ ه و ـ المعلوم وقد بينا ذلك في الدوائر المتماسة وهو سهل لأن ضرب ـ س ك ـ في ـ ك ز ـ مثل مربع ـ ك ن ـ فك ن ـ معلوم ونقطة ـ ك ـ معلومة فنقطـة ـ ن ـ معلومة فاذا عمل على مثلث ـ ز س ن ـ وهو معلوم دائرة كانت معلومة وكانت الدائرة التي تفعل ما قصدنا لها •

ش ــ ١٠٨

(ج) اذا كان مثلث ـ ا ب ج ـ قائم الزاوية وهي زاوية ـ ب ولنخرج عمود ـ ب د ـ فكان خـط ـ ج د ـ معلوما وجعلت نسبة ـ ب ه ـ الى ـ ه ج ـ معلومة فكان ضرب ـ ا ه ـ في ـ ا ب ـ مثل ضرب ـ ا ج ـ في خط معلوم فان المثلث معلوم فنخرج من ـ ب ـ عمود ـ ب ز ـ على ـ ا ه ـ فنسبة مربع ـ ب ه ـ الى مربع ـ ب ج ـ معلومـة وذلك كنسبة ضرب ـ ا ه ـ في ـ ه ز

٢٠

الى ضرب ـ اج ـ فى ـ ج د ـ فنسبة ضرب ـ اه ـ فى ـ ه ز
الى ضرب ـ اج ـ فى ـ ج د ـ معلومة ـ و ـ ج د ـ معلوم فضرب
اج ـ فى خط معلوم مثل ضرب ـ اه ـ فى ـ ه ز ـ وضرب ـ ا
ج ـ فى خط معلوم مثل ضرب ـ اب ـ فى ـ اه ـ فنسبة ضرب
اب ـ فى ـ ه ز ـ الى ضرب ـ اه ـ فى ـ اب ـ معلومة فنسبة
ه ز ـ الى ـ اب ـ معلومة ونسبة احدهما الى الآخر فى القوة
معلومة ولذلك تكون نسبة ضرب ـ ه ا ـ فى ـ اب ـ الى مربع
ه ز ـ معلومة فنسبة ضرب ـ ه ا ـ فى ـ از ـ الى مربع ـ ه ز
معلومة وعلى التركيب تكون نسبة مربعى ـ ه ا ـ از ـ الى مربع
ه ز ـ معلومة ونسبة ضرب ـ ه ا ـ فى ـ از ـ مرتين الى مربع
ه ز ـ معلومة فنسبة مجموع خطى ـ ه ا ـ از ـ الى ـ ه ز ـ فى
القوة معلومة فنى الطول ايضا معلومة •

فعلى التفصيل نسبة ضعف ـ از ـ الى ـ ه ز ـ معلومة فنسبة
از ـ الى ـ هز ـ معلومة وهى كنسبة مربع ـ از ـ الى مربع ـ ب
ز ـ فنسبة ـ از ـ الى ـ ب ز ـ معلومة وزاوية ـ ز ـ قائمة
فنسبة ـ اب ـ الى ـ ب ز ـ معلومة وكذلك ايضا نسبة ـ از
الى ـ ب ز ـ معلومة وهى كنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ز ه ـ وزاوية
ز ـ قائمة فنسبة ـ اب ـ الى ـ ب ز ـ معلومة وكذلك ايضا
نسبة ـ از ـ الى ـ ب ز ـ معلومة وهى كنسبة ـ ب ز ـ الى

ز ه ـ وزاوية ـ ز ـ قائمة فنسبة ـ ب ز ـ الى ـ ب ه ـ معلومة فنسبة ـ اب ـ الى ـ ب ه ـ ونسبة ـ ب ه ـ الى ـ خ ب ـ معلومة فنسبة ـ اب ـ الى ـ ب ج ـ معلومة وزاوية ـ ب ـ قائمة فمثلث اب ج ـ معلوم الصورة وهو يشبه بمثلث ـ ن د ج ـ وخط ـ د ج ـ معلوم فخط ـ ب ج ـ معلوم ويكون من اجل ذلك ـ اب معلوما ويصير ـ ا ج ـ معلوما وذلك ما اردنا ان نعمله ٠

لابى العلاء بن ابى الحسين فى هذه المسئلة

مثلث ـ اب ج ـ زاوية ـ ب ـ منه قائمة واخرج عمود ـ ب ح ـ و اح ـ معلوم وقسم ـ ب ا ـ على نسبة معلومة واخرج ـ ح د ـ فكان ضرب ـ ح ب ـ فى ـ ح د ـ مثل ضرب خط معلوم وهو ـ ز ـ فى ـ ا ج ـ فنقيم على خط ـ ح د ـ على نقطة ـ ج

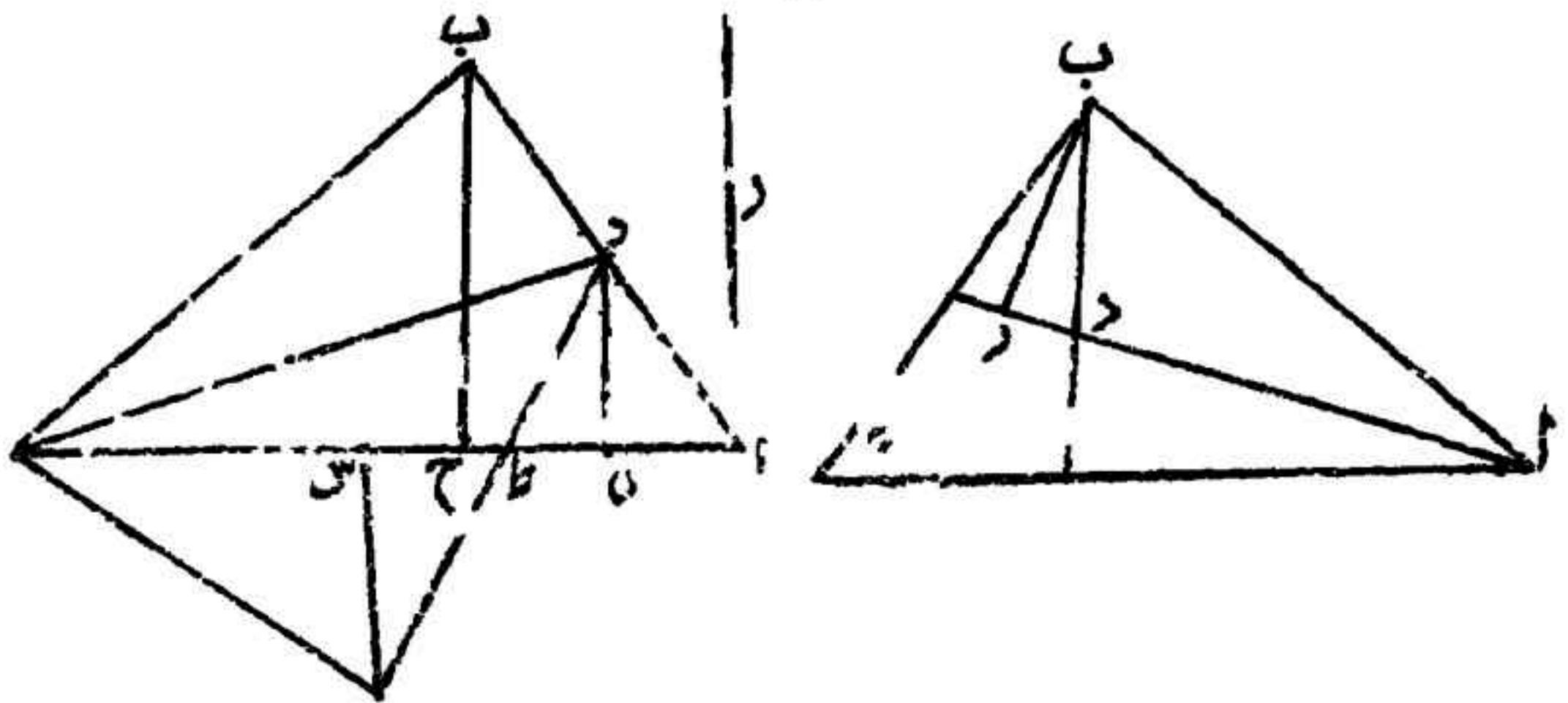
منه

منه زاوية مثل زاوية ـ ب ح ا ـ وهى زاوية ـ دح س ـ ولكن
خط ـ ح س ـ مثل ـ ز ـ المعلوم وضرب ـ ب ج ـ فى ـ ج د
مثل ضرب ـ ح س ـ فى ـ ح ا ـ فنسبة ـ ب ج ـ الى ـ ح س
كنسبة ـ ح ا ـ الى ـ ح د ـ وزاوية ـ د ح س ـ مساوية لزاوية
ب ح ا ـ فمثلث ـ ب ح ا ـ يشبه مثلث ـ ح س د ـ فزاوية ـ س
قائمة وزاوية ـ ح د س ـ مثل زاوية ـ ا ـ وزاوية ـ ح ـ قائمة
فمثلث ـ ال ح ـ يشبه مثلث ـ ح س د ـ فاذن نسبة ـ ب ح ـ الى
ح ا ـ كنسبة ـ ح س ـ الى ـ س د ـ وضرب ـ ب ح ـ فى
س د ـ مثل ضرب ـ ح س ـ المعلوم فى ـ ح ا ـ المعلوم فالسطح
الذى يحيط به ـ ب ح ـ د س ـ معلوم وبين ان زاوية ـ ب ح د
مثل زاوية ـ س ح ط ـ وزاوية ـ س ـ قائمة وزاوية ـ ب ـ قائمة
فمثلث ـ ح س ط ـ يشبه مثلث ـ ح ب د ـ فاذن السطح الذى
يحيط به خطا ـ ب ج ـ س ط ـ مثل السطح الذى يحيط به خطا ـ ح
س ـ ب د ـ لكن نسبة هذا السطح الى السطح الذى يحيط به خطا
ح س ـ ب د ـ معلومة وهو مثل السطح الذى يحيط به خطا ـ ب ج
س د ـ فبين اذن من ذلك ان نسبة السطح الذى يحيط به خطا ـ ب
ج ـ س د ـ الى السطح الذى يحيط به ـ ب ج ـ س ط ـ معلومة
فهى كنسبة خط ـ س د ـ الى خط ـ س ط ـ فاذن نسبة خط
د ط ـ الى خط ـ ط س ـ معلومة ونخرج عمود ـ دل ـ فبين

ان نسبته الى ـ ب ح ـ معلومة وان ـ الـ معلوم وان مثلث ـ دط ل شبيه بمثلث ـ س ط ح ـ فاذن السطح ـ الذى يحيط به خطا ـ ح س ط ل ـ مثل السطح الذى يحيط به ـ د ل ـ س ط ـ والسطح الذى يحيط به ـ ب ح ـ س د ـ قد كان يبين ايضا انه معلوم ونسبة خط س د ـ الى خط ـ س ط ـ معلومة فالسطح الذى يحيط به خطا ب ح ـ س ط ـ معلوم ونسبة خط ـ د ل ـ الى خط ـ ب ج معلومة فاذن السطح الذى يحيط به خطا ـ ط ل ـ ح س ـ معلومة وخط ـ ح س ـ معلوم فاذن ـ ط ل ـ معلوم ونخرج عمود ـ س ص ـ فبين انه يوازى خـط ـ ل د ـ فاذن نسبة خط ـ ط ل ـ الى خط ـ ط ص ـ كنسبة خط ـ ط د ـ الى خط ـ ط س ـ المعلومة وخط ـ ط ل ـ معلوم •

فاما كيف صارت زاوية التعديل فى القسم الملعى اعظم زوايا التعاديل

التعاديل فانا نعيد صورته ونفرض فيها حصة ـ اك ـ اصغر من حصة ـ اب ـ ونصل ـ ك ج ـ ك ه ـ فاقول ان زاوية ـ ه ك ج ـ اصغر من زاوية ـ ه ب ج ٠

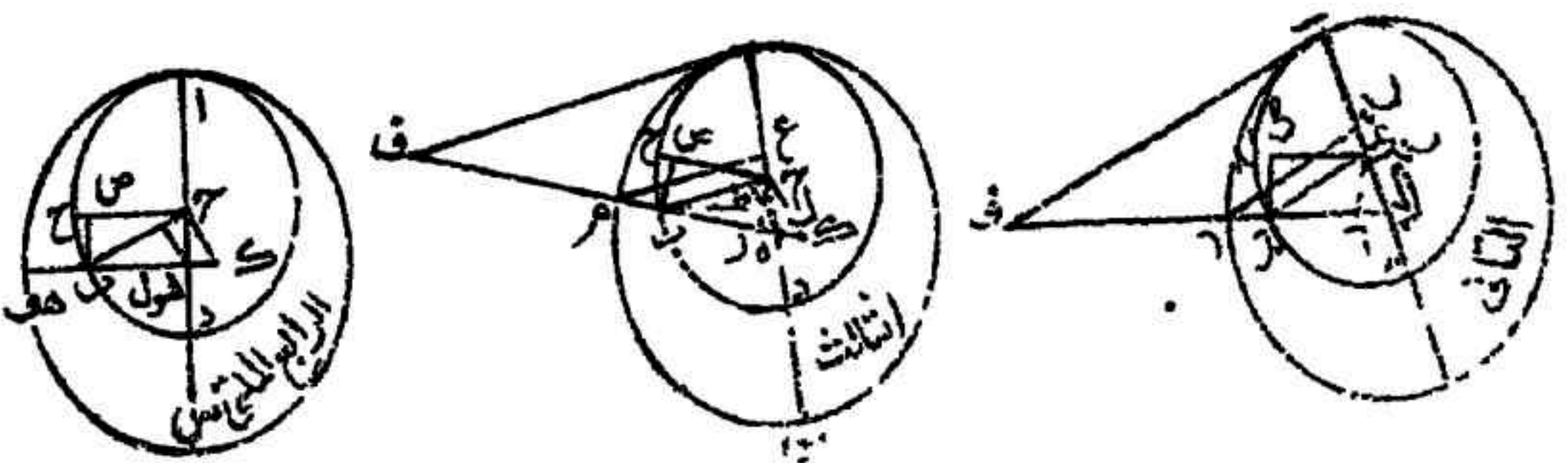
برهان ذلك انا ننزل عمود ـ ج ح ـ على ـ ه ك ـ فلأن زاوية ج ح ه ـ قائمة يكون ـ ه ج ـ اعظم من ـ ج ح ـ لكن الدائرتين المحيطتين بمثلثى ـ ج ح ك ـ ج ه ب ـ متساويتان لتساوى قطريهما وهما ـ ج ك ـ ج ب ـ ووتر ـ ج ح ـ اصغر من وتر ـ ه ج فالزاوية التى يوترها ـ ج ح ـ وهى ـ ج ك ه ـ اصغر من الزاوية التى يوترها ـ ج ح ـ وهى ـ ج ك ه ـ (١) اصغر من الزاوية التى يوترها ـ ج ه ـ وهى ـ ج ب ه ٠

ش ـ ١١١

ثم نفرض حصة ـ از ـ اعظم من حصة ـ اب ـ ونصل ز ج ـ ب ه ـ ونقول ان زاوية ـ ه ز ج ـ اصغر من زاوية ه ب ج ـ ٠

(١) لما العا ة تك ، ن ها ه ا

برهان ذلك انا ننزل عمود ـ ح ط ـ على ـ ز ه ـ فلان زاويـة ـ ج ط ه ـ قائمة يكون ـ ح ط ـ اصغر من ـ ه ج والدائرتان المحيطتان بمثلثى ـ ج ه ب ـ ج زط ـ متساويتان لتساوى قطريهما وهما ـ ج ب ـ ج ز ـ فوتر ـ ج ط ـ اصغر من وتر ـ ج ه فالزاوية التى يوترها ـ ج ط ـ وهى زاوية ـ ج ز ط ـ اصغر من التى يوترها ـ ج ه ـ وهى زاوية ـ ج ب ه ـ •

فقد تبين ان كل حصة تقص عن حصة ـ ا ب ـ اويفضل عليها فان زاوية تعديلها تكون اصغر من زاوية تعديل حصة ـ ا ب ـ فهى اذن اعظم الزوايا وجيبها هو ـ ه ج ـ الذى سميناه اصلا وذلك ما اردنا ان نبين •

ش ـــ ١١٢

ونحن نريد الاقتصار فيما بعد على احد نصفى الفلك الخارج المركز فى امثلة الاعمال وبراهينها لان زوايا التعاديل للحصص المأخوذة من عند احدى نقطتى الاوج والحضيض فى جهتين مختلفتين

متساوية فلنعد لبيان ذلك دائرة الفلك الخارج المركز ونأخذ حصتى
د ا – د ب ـ متساويتين ونصل ـ ب ج ـ ب ه ـ ب د ـ ا ج ـ ا ه
ا د ـ فلان زاويتى ـ ب ج د ـ ا ج د ـ متساويتان وخطوط
ج ا ـ ج د ـ ج ب ـ متساوية فان مثلثى ـ ب ج د ـ ا ج د
متساويان متساويا الزوايا النظيرة للنظيرة فزاويتا ـ ج ب د
ج ا د ـ متساويتان. وايضا فلأن خط ـ ب د ـ مساو لخط ـ د ا
وخط ـ د ه ـ مشترك وزاوية ـ ن د ه ـ مساوية لزاوية ـ ا د ه
يكون مثلثا ـ ا ه د ـ ل ه د ـ متساويان متساويا الزوايا كل
واحدة لنظيرتها فزاوية ـ ه ب د ـ مساوية لزاوية ـ ه ا د
فاذا القينا المتساويين من مثل قوس ـ ب ز ـ فقوس ـ ب ز
معلومة وقوس ـ ب ح ـ مثل قوس ـ ه ج ـ المعلومة فقوس
ب ج ـ معلومة لكن قوس ـ ه ب ـ معلومة فاذا كانت كل
واحدة من زاويتى ـ ه ب ز ـ ه ب ج ـ معلومة وقسى ـ ب ز
ب ه ـ ب ج ـ معلومة فان زاوية ـ ج ب ز ـ تكون معلومة
وقوسى ـ ب ز ـ ب ح ـ معلومتين فلذلك كل واحد من خطوط
ز ح ـ ز ه ـ ه ح ـ معلوم بالاجزاء التى بها قطر الكرة معلوم
ولذلك يكون ما بين قطب هذه الدائرة وبين محيطها معلوما وهو
قوس ـ ز د ـ وكذلك قوس ـ د ه .

وان نحن رسمنا على نقطتى ـ ه ـ ز ـ دائرة عظيمة وهى

ز ط ه ـ كانت زاوية ـ ط ز د ـ معلومة وذلك ان كل واحدة
من قسى ـ ه د ـ ه ز ـ ز د ـ تكون معلومة فزوايا المثلثات
معلومة لكن من قبل ان قسى ـ ط ز ـ ه ب ـ ب ز ـ معلومة
تكون زاوية ـ ب ز ه ـ معلومة فتصير زاوية ـ ب ز د
معلومة لكن قوسى ـ ب ز ـ ز د ـ معلومتان فقوس ـ د ب
معلومة فيصير من اجل ذلك بعد ما بين الفلك المائل وفلك البروج
معلوما ولان قوس ـ د ب ـ معلومة تكون دائرة ـ ا ب ج
معلومة ولان زوايا مثلث ـ ب د ز ـ مثل زوايا مثلث ـ ه ا د
تكون زاوية ـ ب د ز ـ مثل زاوية ـ ا د ه ـ فزاوية ـ ا د ب
مثل زاوية ـ ه د ز ـ وهذه الزاوية معلومة لان قوس ـ ه ز
معلومة من دائرتها فزاوية ـ ا د ب ـ معلومة فقوس ـ ا ب
معلومة وهى مسير قطب الفلك الذى يسمى فلك البروج الذى
بين الرصدين فيصير من اجل ذلك هذا المسير معلوما فان كان
البعد الابعد متحركا احتيج الى استعمال تساوى قوسى ـ ا ب
ب ج ـ فى المسئلة ويكون حينئذ استخراجها هكذا ٠

نعمل سائر الاشياء التى عملنا فى الشكل الذى كنا بينا فيه
ان فصول الزوايا بعضها على بعض يتفاضل تفاضلا معلوما وانه فى
الاحوال الثلاثة من البعد الابعد او حركته الى جهة والى ضدها
وثبات البعد الابعد مساو لفضل ما بين حركتى البعد الابعد فاذن

هذه

هذه المسئلة الثانية هى تصلح للأصول الثلاثة وعليها ينبغى ان نعمل وهى تؤدي الى ان تكون فضل ما بين زوايتى ـ ح م ه ـ ه ب ز معلوما ٠

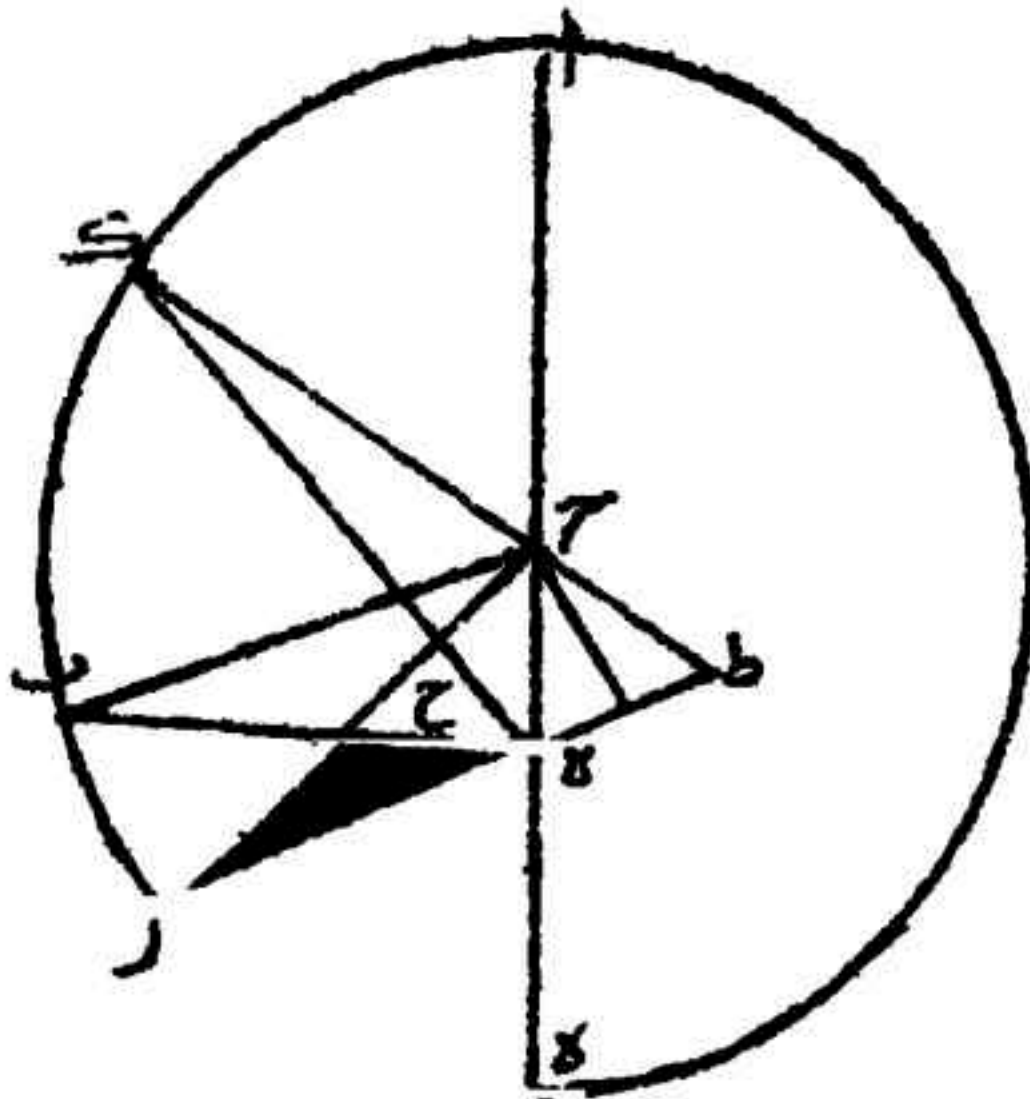
ش ــ ١١٣

وذلك ان هذه الزوايا هى الفصول بين الزوايا الأول فتفاضل هذه الزوايا معلوم وهو مساو لتفاضل حركتى البعد الأبعد كما قلنا فليكن ما انحلت اليه المسئلة على هذه الجهة فى صورة اخرى قسى ـ ل ى ـ ك ن ـ ز ى ـ معلومة من دوائر عظام وقوس ـ ل ك ـ مثل قوس ـ ك ن ـ وزدناه زاوية ـ ك س ـ على زاوية ـ ك ن ل معلومة فلتكن تلك الزيادة زاوية ـ س ـ فتبقى زاوية ـ و ى ك مثل زاوية ـ ل ك ـ على ان تكون قوس ـ ى و ـ من دائرة عظيمة ولتكن قوس ـ ى و ـ مثل قوس ـ ل ـ ونصل ـ ك و ـ من دائرة عظيمة فقوسا ـ ى ل ـ ل و ـ متساويتان وقوس ـ ى ك مشتركة وزاوية ـ ع ـ مثل زاوية ـ ب ـ فالخط الخارج من ـ ل الى ـ ك ـ مثل الخط الخارج من ـ و ـ الى ـ ك ـ لكن قوس

ك ل ـ مثل قوس ـ ك ن ـ فيكون الخط الخارج من ـ ك ـ الى
ن ـ مثل الخط الخارج من ـ ك ـ الى ـ و ـ ونصل قوس ـ و ن
من دائرة عظيمة ونقسمها بنصفين على ـ م ـ ونصل ـ ك م ـ من
دائرة عظيمة يقع على ـ س ـ فتكون القوس الخارجة من ـ ك ـ الى
ن ـ من دائرة عظيمة مثل قوس ـ ك و ـ وقوس ـ ك م ـ مشتركة
وقوس ـ م و ـ مثل قوس ـ م ن ـ فالزاوية التى عند ـ م ـ قائمة
ولان ـ ل ـ مثل ـ و ى ـ تكون قوس ـ و ى ـ معلومة وقوس
ى ن ـ معلومة وزاوية ـ و ى ن ـ معلومة فقوس ـ و ن ـ معلومة
وزاوية ـ و ن ى ـ معلومة فقوس ـ م ن ـ معلومة وزاوية ـ م
معلومة القسى،وهى مسئلة سهلة فقوس ـ س م ـ وقوس ـ ل س
معلومة وزاوية ـ م س ن ـ والتى تليها وهى زاوية ـ ى س ك ـ كل
واحدة منهما معلومة فتبقى قوس ـ ى س ـ معلومة وقوس ـ ى ك
معلومة وزاوية ـ ى س ك ـ معلومة فزاوية ـ ك ى س ـ معلومة
فتكون زاوية ـ ل ى ك ـ معلومة لان زاوية ـ ك س ن ـ تزيد
عليها زيادة معلومة فلان زاويتى ـ ل ى ك ـ ك ى ن ـ معلومتان
والقسى المحطة تكون المثلث المعمول على ـ ل ك ن ـ معلوما الا انا
استعملنا ان قوس ـ ل ك ـ مثل قوس ـ ك ى ـ وذلك لان
نظيرتها بين القوسين فى الشكل الذى قبل هـذا قوس ـ ه ح
وقوس ـ ز ه ـ وبين ان ذلك فى هذا الشكل كذلك من قبل ان

زاوية

زاوية ـ ه د ا ـ مثل زاوية ـ ز د ب ـ فتكون زاوية ـ ز د ه ـ مثل
زاوية ـ ب د ا ـ اذا اسقطت الزاوية المشتركة ولكن نقطة ـ د
قطب دائرة ـ ا ب ـ وقطب دائرة ـ ز ه ـ فقوس ـ ز ه ـ شبيهة
بقوس ـ ا ب ـ وكذلك زاوية ـ ب د ح ـ مثل زاوية ـ ح د ه
فزاوية ـ ب د ح ـ مثل زاوية ـ ح د ه ـ فقوس ـ ب ج ـ شبيهة
بقوس ـ ه ج ـ وقوس ـ ل ج ـ مثل قوس ـ ا ب ـ فقوس ـ ه ج
مثل ـ ه ز •

ش ـ ١١٤

ومما نحتاج اليه فى هذا الشكل الذى كنا بسبيله قبيل ان
يقال، ليكن مثلث ـ ا ل ج ـ على بسيط كرة ولتكن قوس ـ ا ب
معلومة وزاوية ـ ا ل ج ـ معلومة وقوس ـ ا ج ـ معلومة فنرسم
بقطب ـ ب ـ وببعد ضلع المربع دائرة ـ ح ز ه ـ ونخرج اليها
قوسى ـ ل ج ح ـ ب ا ن ـ فلأن قوس ـ ب ج ـ قائمة على قوس

ز ح ـ اذ كانت ـ ب ح ـ تمر بقطبي ـ ح زه ـ فان قوس ـ ه ز ح تمر بقطبي ـ ب ح •

فليكن القطب ـ ه ـ و نرسم قوس ـ ه ا د ـ من دائرة عظيمة فهى ربع دائرة ولان زاوية ـ ب ـ معلومة تكون قوس ز ح ـ معلومة وقوس ـ ه ح ـ ربع دائرة فقوس ـ زه ـ معلومة ونسبة وتر ضعف قوس ـ ه ح ـ الى وتر ضعف قوس ـ ز ح المعلومة مؤلفة من نسبة وترضعف قوس ـ ه د ـ المعلومة الى وتر ضعف قوس ـ دا ـ ومن نسبة وترضعف قوس ـ اب ـ المعلومة الى وترضعف قوس ـ ب ز ـ وهى ربع دائرة فقوس ـ اد معلومة ولنجعل نقطة ـ ا ـ قطبا ونديريعد ضلع المربع وانها (١) ولاغير ذلك ولا قسمة المسئلة وتركت المتعلم الذى قد قرأ كتابى فى التحليل والتركيب وسائر الاعمال الهندسية وكتابى الذى فى الدوائر المماسة ينظر فى واحدة واحدة منها اذا فهم طريق تحليلها ليقسمها ويحلل قسما قسما منها وينظر هل يطابقه هذا التحليل الذى نقله ام لاثم ينظر فيما يستحيل ويجوز والسيال وغير السيال والمحدود وغير المحدود ويركب هو وينظر فى عدد المرار التى لا يمكن ان تقع زيادة عليها ويبين ان تلك المرار كذلك •

وهذه الامور كلها من المنافع التى لنا نحن اليها النظر فى هذا الكتاب •

---

(١) ها خرم فى الاصل

ومنها ان فيه مسائل مستصعبة حسنة لا يستغنى ذووا الفهم بالهندسة عن استعمالها فيما يستخرجونه ويعملونه من الاعمال الهندسية مثلث ـ ال ج ـ عموده وهو ـ ا د ـ معلوم وضرب ـ ا ج ـ فى ـ ب د ـ معلوم وضرب ـ اب ـ فى ـ ج د ـ معلوم نريد ان نعلمه •

فمن قبل ان فضل ما بين مربعى ـ اج ـ اب ـ مثل فضل ما بين مربعى ـ ج د ـ د ب ـ يكون مجموع مربعى ـ اج ـ د ب مثل مجموع مربعى ـ اب ـ ج د ـ فليكن مربع ـ ه ز ـ مثل مربعى ـ ا د ـ د ب ـ فيكون ايضا مثل مربعى ـ اب ـ ج د ـ فان نحن عملنا على ـ ه ز ـ نصف دائرة ـ ه ح ز ـ وجعلنا ـ ه ح مثل ـ ا ج ـ ووصلنا ـ ح ز ـ كان مثل ـ د ب ـ لان مربع ه ز ـ مثل مربعى ـ ه ح ـ ز ح ـ ومثل مربعى ـ ا ج ـ د ب يذهب مربع ـ ا ج ـ مثل مربع ـ ه ح ـ يبقى مربع ـ د ب ـ مثل مربع ـ ح د ـ وكذلك ايضا ان جعلنا ـ ه ط ـ مثل ـ ح د كان ـ اب ـ مثل ـ ط ز ـ فاذن ضرب ـ ه ط ـ فى ـ ط ز ـ الذى هو مثل ـ اب ـ فى ـ ح د ـ معلوم وكذلك ايضا يكون ضرب ح ز ـ فى ـ ه ح ـ معلوما لكن ان اخرجنا عمودى ـ ح ك ط ى ـ على ـ ه ز ـ كان ضرب ـ ه ز ـ فى ـ ط ى ـ معلوما وضرب ـ ه ز ـ فى ـ ط ح ـ معلوما لانه يتبين بمثل ذلك فنسبة

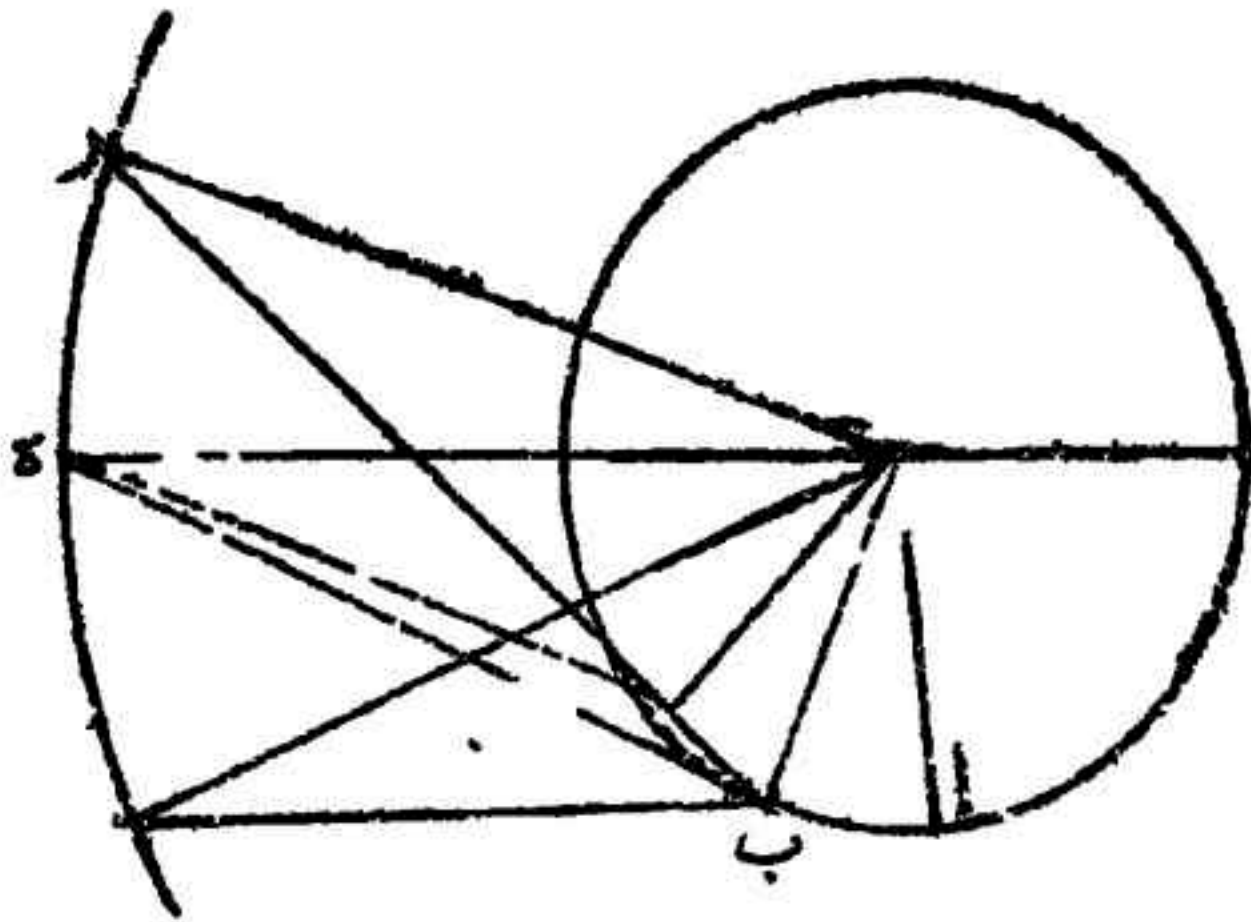
ط ى ـ الى ـ ك ح ـ معلومة ونخرج عمود ـ ح ل ـ على ـ ط ى
ونصل ـ ط ح ـ ونخرج ـ ط ى ـ الى ـ م ـ ونخرج ـ م ح
فنسبة ـ ح ك ـ اعنى ـ ل ى ـ الى ـ ط ى ـ معلومة فتكون
نسبته الى ـ ط ل ـ معلومة فنسبة ـ ط م ـ وهو ضعف ـ ط ى ـ الى
ط ل ـ معلومة وعلى التفصيل نسبة ـ م ل ـ الى ـ ل ط ـ معلومة
وايضا فان فضل مربع ـ ا ج ـ اعنى ـ ه ح ـ على مربع ـ ح د
اعنى مربع ـ ه ط ـ الذى هو مثل مربع ـ ا ج ـ المعلوم معلوم
وذلك مثل فضل ضرب ـ زه ـ فى ـ ه ك ـ على ضرب ـ زه ـ فى
ه ى ـ الذى هو ضرب ـ ه ز ـ فى ـ ل ى ـ اعنى ـ ل ح ـ فضرب
ه ز ـ فى ـ ل ح ـ معلوم وقد كان ضربه فى ـ ك ح ـ معلوما فنسبة
ى ك ـ الى ـ ك ح ـ معلومة فنسبة ـ ب ل ـ الى ـ ل ح ـ معلومة
ونسبة ـ ب ل ـ الى ـ ب ط ـ معلومة والى ضعفه وهو ـ ط م
فنسبة ـ ط م ـ الى ـ ل ح ـ معلومة وكانت الى ـ ط ل ـ معلومة
فنسبة ـ ط ل ـ الى ـ ل ح ـ معلومة وزاوية ـ ل ـ قائمة فنسبة
ط ح ـ الى ـ ل ح ـ معلومة وايضا نسبة ـ ط م ـ الى ـ م ل ـ معلومة
لان نسبة ـ ط م ـ الى ـ ط ل ـ معلومة ونسبة ـ ط ل ـ الى ـ ل ح
معلومة وزاوية ـ ل ـ معلومة فنسبة ـ ل ح ـ الى ـ م ح ـ معلومة
وكانت نسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح ط ـ معلومة فنسبة ـ ط ح ـ الى ـ ح م
معلومة وضرب احدهما فى الآخر مثل ضرب ـ ح ل ـ فى ـ ه ز

اعنى ـ ب ك ـ فى ـ ه ز ـ الذى قدتبين انه معلوم فكل واحد
من ـ ط ح ـ ح ز ـ معلوم •

فاما ضرب ـ ه ز ـ فى ـ ب ح ـ فانه بين انه مساو لضرب
ط ح ـ فى ـ ح م ـ لأنا ان جعلنا ـ ب ح ـ قطر الدائرة ووصلنا
خط ـ ط ن ـ كانت زاوية ـ ب ط ح ـ فى نصف الدائرة فهى
قائمة مثل زاوية ـ ل ـ وزاوية ـ ن ـ مثل زاوية ـ م ـ لأنهما جميعا
على خط ـ ط ح ـ عند محيط الدائرة •

وتبقى زاوية ـ ل ح م ـ مثل زاوية ـ ط ح ن ـ فنسبة
ط ح ـ الى ـ ح ن ـ مثل نسبة ـ ل ح ـ الى ـ ح م ـ فضرب
ط ح ـ فى ـ ح م ـ مثل ضرب ـ ح ن ـ فى ـ ل ح ـ لكن
ح ن ـ القطر مثل ـ ه ز ـ القطر •

واذا بينا ان كل واحد من خطى ـ ط ح ـ ح م ـ معلوم
كان خط ـ ط م ـ الذى له اليهما نسبة معلومة معلوما وذلك ان
كل واحد من مثلثى ـ ط ح ل ـ ل ح م ـ معلوم الصورة فمثلث
ح ط م ـ معلوم الصورة وكان ـ ط ى ـ معلوما وضربه فى
ه ز ـ معلوم ـ فه ز ـ معلوم ومربعه مثل مربعى ـ ا ج ـ ب د
فمجموع مربعى ـ ا ج ـ ب د ـ معلوم وضرب احدهما فى الآخر
معلوم فكل واحد منهما معلوم •

شى — ١١٥

فقد قدمت قولا كافيا فى انى اعتمد هاهنا طريق المهندسين من اهل عصرنا فان كان فى شىء من العمل تقصير فقد تعمدته و قصدت الى ان يبحث عنه المتعلمون لتهذب قرائحهم و اصلاحها •

خطوط ـ ا ب ـ ح د ـ ه ز ـ موضوعة وقطعتا ـ ح ط معلومتان نريد أن نعمل دائرة تماس خطا منها و نفصل منها الآخران قطعتين شبيهتين بالقطعتين المفروضتين •

وهذه المسئلة قد بينت فى كتاب فى الدوائر المماسة بطريق مشروح ولى لتقاطع الخطوط على ـ ك ل م ـ ولتكن الدائرة المطلوبة دائرة ـ ن س ع ـ ولتكن القطعة التى توترها ـ ن س شبيهة بقطعة ـ ط ـ والتى توترها ـ ع ف ـ شبيهة بقطعة ـ ح ونقطة ـ ز ـ تماس خط ـ ه و ـ ودائرة ـ ن س ع ـ ونضع ان المركز ـ ت ـ فلأن قطعة ـ ط ـ معلومة وهى شبيهة القطعة التى

سهمها ـ ب س ـ تكون الزاوية التى بين خطى ـ س ت ـ ت ز
معلومة وكذلك زاوية ـ ق ن ع ـ معلومة وخط ـ ن ز ـ مثل
خط ـ س ت ـ فكل واحدة من زاويتى ـ س ن ت ـ ن س ت
معلومة ولذلك تكون نسبة ـ ن ت ـ الى ـ ن س ـ معلومة ونسبة
س ت ـ الى ـ ن س ـ معلومة ولأن زاوية ـ ت ز ك ـ قائمة من
اجل المماسة وزاوية ـ ت ن ك ـ معلومة لأن التى تليها معلومة
وزاوية ـ ت ك ز ـ معلومة تبقى زاوية ـ ت ـ معلومة لأن زوايا
ن ـ ك ـ ت ـ ز ـ مثل اربع زوايا قائمة ولأن ـ ن ت ـ مثل
ت ز ـ وزاوية ـ ت ـ معلومة يكون كل واحدة من زاويتى ـ ت
ن ز ـ ت ز ن ـ معلومة ـ فنسبة ـ ن ز ـ الى ـ ت ن ـ معلومة
فنسبة ـ ن س ـ الى ـ ت ز ـ معلومة فنسبة ـ ن س ـ الى ـ ز ن
معلومة ويبقى كل واحدة من زاويتى ـ ك ن ز ـ ك ز ن ـ معلومة
فنسبة ـ ن ز ـ الى ـ ك ن ـ معلومة وكانت الى ـ ن س ـ معلومة
فنسبة ـ ك ن ـ الى ـ ن س ـ معلومة •

وعلى هـذا المثال لأن زاوية ـ ت س ن ـ معلومة تكون
زاوية ـ ل س ت ـ معلومة المحتوى لتعاديل الشمس فى زيج
حبش (١) من فوجد فى خلافه موضعا (١) عـلم فتى تفاضل ما بين السطرين
فى صفره فى حاشيته (٢) اليه وزال له امر (٢) تلك الاعداد عن
النظام فسألنى عن كيفية الحال (٢) لكن متدربا بممارسة الخطوط

(١) فى هذه العبارة اختلاف من المسئلة السابقة فتأمل (٢) هنا خرم فى عدة مواضع .

المساحية ومعاناة البراهين الهندسية (١) فى الوقت بما حضرلى من عدد (٢) طرق حسابية ادتنى اليها الفكرة فيها وان قرب بعضها وبعد بعض ثم لم ينتسج للمسائل احدها شيئا للذى كان سأل عنه وكدت احمل ذلك على مساهلة من حبش فى حساب تلك الجداول اوعلى سهو وقع من الناسخين لها حتى عدت الى ما تقدم ذكره من الملطقطات المزيجة فوجدت فيها طريقا لحبش فى حل التعديل وتقطيعه وبسطه وتفصيله ولما امتحنته ادى لذلك الموضع الى مثل ما كان فى الجدول فعلمت ان حبش قد كان استعمله دون غيره •

ثم تفكرت فى برهانه وتفكهت بالتفكر فى برهان غيره حتى انفتحت لى الطرق الى معرفتها باسرها واستنار بالدودب (٢) على اغماض النظر فيها سبل براهينها ولكثرتها امكن ان يفردلها كتاب يتضمن فنا عظيم العناء فى علم الهيئة متدر بالنافر من وحشة التقليد فى الزيجات على البحث عن سائر توابعه فعملته وهوهذا الكتاب•

وانامضطر فيه الى تسمية اشياء باسامى مختصرة ليخف ذكرها عند تكررها وتقديم آخر غير منصوص عليها بعينها فى كتب الاصول حتى يشار اليها •

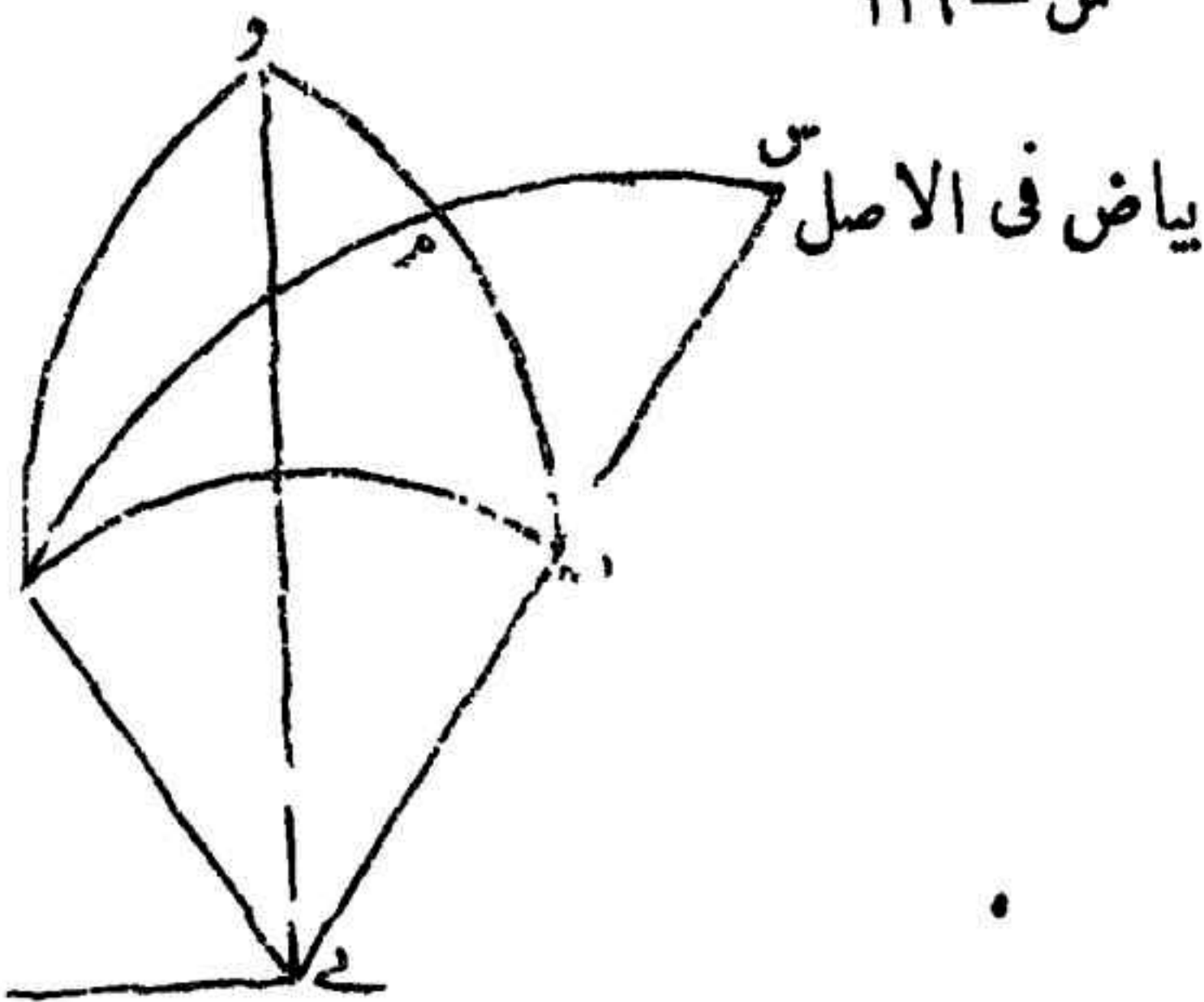
فلتكن دائرة ـ ا م س ـ للفلك الممثل بفلك البروج مركزها نقطة ـ ه ـ ولتكن دائرة ـ ا ب د ـ للفلك الخارج المركز الذى عليه الحركة الوسطى على مركز ـ ج ـ ونجيز على المركزين معا قطر

---

(١) هنا خرم فى عدة مواضع (٢) كذا فى الاصل

اج ـ ه س ـ فتكون نقطة ـ ا ـ البعد الأبعد الذى يسمى الاوج ونقطة د ـ البعد الاقرب الذى يُسمى الحضيض ونفرض بعد الشمس عن الاوج قوس ـ اب ـ وهى التى تسمى فى بعض الزيجات خاصة الشمس وفى اكثرها حصة لها ونصل ـ ب ج ـ ب ه ـ فتكون زاوية ـ ا ج ب ـ بمقدار هذه الحصة وزاوية ـ اه ب ـ زاوية الرؤية التى بها وزاوية ـ ج ب ه ـ زاوية التعديل اذهى فضل ما بين زاويتى (١) اجل انا ان اخرجنا ـ ج ح ـ يوازى ـ ه ب ـ كانت زاوية (١) وتبقى زاوية ـ ح ج ب ـ فصل ما بين زاويتى ـ (١) ج ب ه ـ بسبب التبادل وننزل عمود ـ ج ز ـ (١) الذى هو عمود ب ص ـ على ـ ج ح ـ لأن كل واحد من خطى ـ ج ح ـ ب ه المتوازيين فهو عمود على ـ الا ـ (٢) متساوية ـ فج ز ـ جيب التعديل فى الدائرة نقطة ـ ب ـ ونصف قطرها ـ ب ج ـ •

ش ـ ١١٦

(١) هنا خرم فى الاصل (٢) كذا فى الاصل

الا ان تلك ـ د ز ـ جيب التعديل فى الفلك الخارج المركز و ـ د ب ـ جيب تام التعديل ونخرج ـ ه ب ـ على استقامته (١) ونقسم ـ ب ـ على قطر ـ ا س ـ وننزل عليه ايضا عمودى ـ م ع ب ل ـ فيكون ـ ب ل ـ جيب الحصة و ـ ل ح ـ جيب تمامها و م ع ـ جيب زاوية الرؤية و ـ ا ف ـ الظل المعكوس لزاوية الرؤية وكذلك كل خط مماس للدائرة على احد طرفى القوس المفروضة يقع فيمابين الخطين المحيطين بالزاوية التى تؤترها تلك القوس المفروضة ونسبة نصف القطر اليه كنسبة جيب تمام تلك القوس الى جيبها كماهو فى هذا المثال نسبة ـ ه ا ـ لى ـ ا ف ـ كنسبة ـ ه ع الى ـ ع م ـ فانه يسمى ظلامعكوسا لتلك القوس ونخرج عمود ج ك ـ على ـ ب ح ـ فيكون الظل المعكوس زاوية التعديل من اجل ان نسبة ـ ب ج ـ نصف القطر اليه على نسبة ـ ب ز جيب تمام التعديل الى ـ ز ج ـ جيب التعديل نفسه ونخرج ـ ب ج ـ على استقامة وننزل عليه عمود ـ ه ط ـ ثم لنسم اصطلاحا ـ ب ل ـ جيب الحصة ـ و ب ج ـ جيب تمامها وزاوية ـ ا ج ب زاوية الحصة ـ و ـ م ع ـ جيب الرؤية وزاوية ـ ا ه م ـ زاوية الرؤية ـ و ـ ا ف ـ ظل الرؤية ولنحذف عنه المعكوس اذ ليس ليستعمل المستوى فيما نحن بسبيله ولنسم ـ ج ه ـ الاصل فان عليه مدار الأمر فى هذه الاعمال ومقادير تعاديل الحصص تتغير بتغيره

(١) ها هنا خرم فى الاصل

وزاوية ـ ج ب ه ـ زاوية التعديل ـ و ـ ج ز ـ جيب التعديل
و ـ ج ك ـ ظل التعديل و ـ ه ب ـ القطر ـ و ـ ه ط ـ الضلع
وه د ـ كمال الأصل •

ثم يجب أن نعلم أن للعمل الواحد فى نصف الفلك الذى يحده منه البعد ان الأبعد والأقرب اختلافا فى الشرائط باحوال معدودة محدودة •

أما الأول منها فان يكون ـ ا ب ـ اقل من ربع دائرة فيكون ل ه ـ هو مجموع جيب تمام ـ ا ب ـ الى ـ ج ه ـ الاصل ولنسم جامعا ويكون ـ ب ط ـ ازيد من ـ ب ج ـ الجيب كله ولنسم جيبا زايدا •

واما الثانى فان يكون ـ ا ب ـ ربعا تاما فيكون ـ ل ه الجامع هو الاصل ـ ول ط ـ الجيب الزايد هو الجيب كله •

واما الثالث فان يكون ـ ا ب ـ أكثر من الربع وأقل من مجموع الربع الاعظم ويسمى النطاق فيكون ـ ل ه ـ فصل ما بين الاصل • بين حيب تمام حينئذ فصله و ـ ب ط ـ انقص من ـ ب ج الجيب كله فلنسم جيبا ناقصا يكون ـ ا ب ـ مساويا النطاق فتكون زاوية التعديل هو الأصل نفسه فيستغنى بذلك عن سائر الربع ونضع مكانه الخامس وبعده رابع النطاق فيكون ـ ل و ـ فضله وب ط ـ جيبا ناقص الحصة فهذا القسم الأخير مأخوذ نقطة ـ د

وذلك ما اردنا الاخبار عنه •

ش — ١١٧

بياض فى الاصل

(١) ع — نصف قوس — ع ب — ولتساوى قوسى — ط ا — ا ع
يقاطع وتر — ط ع — (١) نعمله فهو اذن قايم عليه قيام — ح •
ايضا عليه فهما متوازيان — وه ع — مواز — لم ط — (١) قطعة متوازية
الاضلاع — فم ط — مساو — له ع — نصف القطر وللاجتهاد فى
معرفة وتر ثلث القوس ندير على مركز — د — وببعد — د م — قوس
ل م س — فنسبة — ه م — الى — م ح — كنسبة مثلث — ه د — الى
مثلث — م د ح — ونسبة — ه م — الى — م ح — اعظم من نسبة قطاع
د ل م — الى قطاع — د م س — التى هى نسبة الضعف فخط — ه م
اعظم من ضعف — م ح — و — ه ح — نصف وتر — ت ز — ضعف
القوس المغطاة فنأخذهم اكثر من ثلثى — ه ح — بشىء ما ونضربه فى

(١) ها هنا خرم فى الاصل فى عدة مواضع

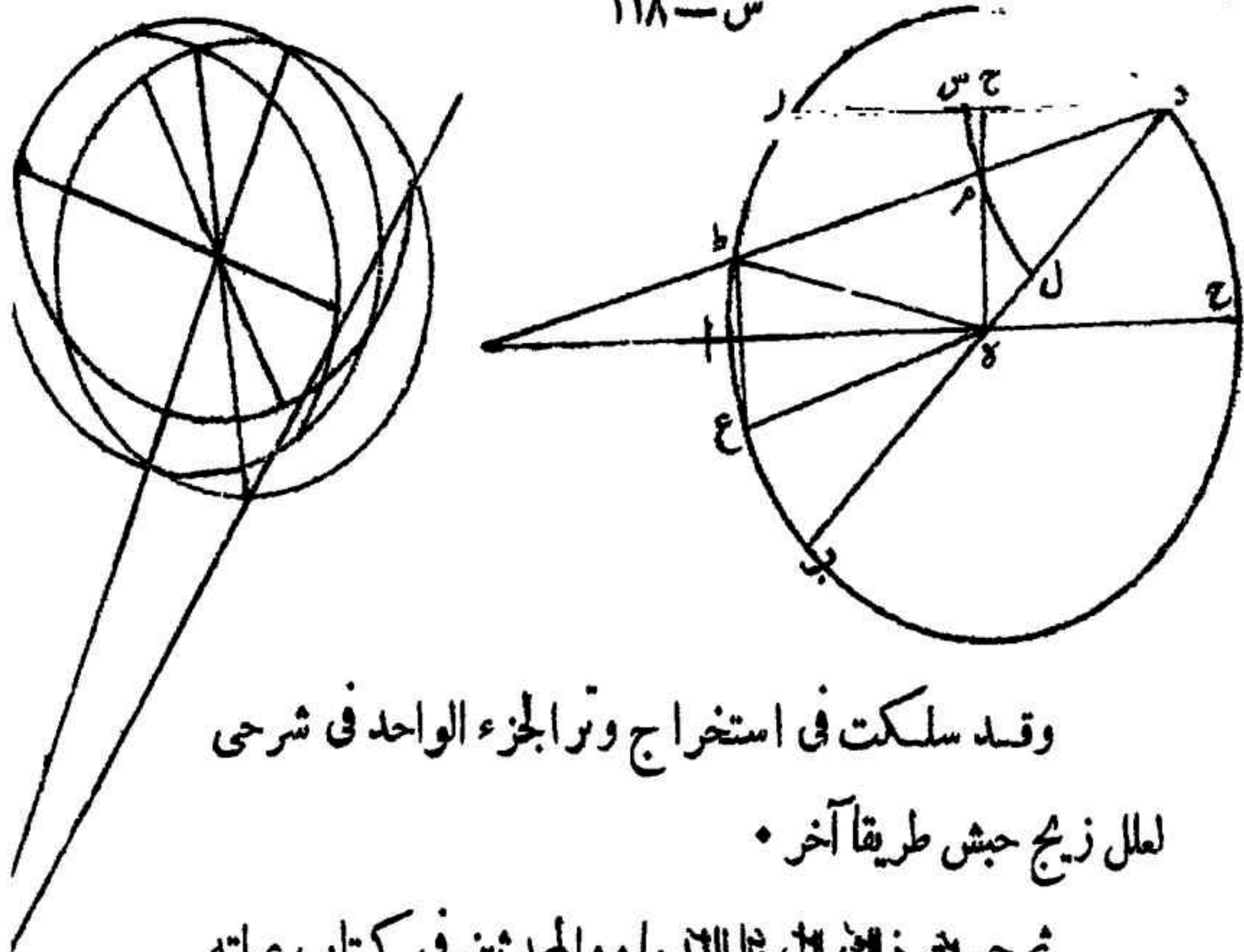
مثله ونضرب ـ ح د ـ فى مثله اعنى نصف وترتتمة ـ ز ب ـ
الى نصف الدائرة ونجمع المبلغين ونأخذ جذر الجملة فيكون ـ
د م ـ ونزيد عليه ـ م ط ك ـ المساوى لقطر الدائرة فيجتمع ـ
د ك ـ ولتشابه مثلثى ـ د ح م ـ ك ه م ـ تكون نسبة ـ ه م ـ
الى ـ م ح ـ كنسبة ـ ك م ـ الى ـ م د •

وبالتركيب نسبة ـ ه ح ـ الى ـ ح م ـ كنسبة ـ ك د ـ
الى ـ د م ـ فنضرب ـ ه ح ـ فى ـ د م ـ ونقابله بمضروب ـ
ك د ـ فى ـ ح م ـ الذى أخذناه انقص من ثلث ـ ه ح •

فان تساويا فذاك والازدنا ونقصنا بحسب مايوجبه الحال
حتى تحصل المساواة بينهما والمقدار الموضوع له م ـ هو المطلوب
لكن نسبة ـ ه م ـ الى ـ ط ف ـ كنسبة ـ م ك ـ الى ـ ك ط ـ
و ـ م ك ـ ضعف ـ ك ط ـ فه م ـ ايضا ضعف ـ ب ف الساوى ـ
لف ع ـ و ـ ف ع ـ نصف وترضعف ـ ا ع ـ ثلث القوس
المغطاة ـ فه ف ـ معلوم (١) معلوم ونسبة ـ ج ا ـ الى ا ع ـ
كنسبة ـ ا ع ـ الى ـ ا ف ـ فا ع ـ وترثلث قوس ـ ا ب ـ
معلوم وهو الذى قصدناه •

---

(١) هنا خرم فى الاصل

ش — ١١٨

وقد سلكت فى استخراج وتر الجزء الواحد فى شرحى لعلل زيج حبش طريقا آخر •

ثم جمعت ذلك الى ما للقدماء والمحدثين فى كتاب عملته لحصر الطرق السائرة فى استخراج اوتار الدائرة، فاجل ايدك الله فكرك فيما جمعته لك، وتحققه حتى تنفتح به عليك ينابيع الفطنة وينجلى له عن عقلك صدى الغفلة، ويتوصل به الى ما يدق عن افهام العوام وتنحسم بينى وبينك مواد الملام •

والحمد لله على مننه العظام والصلوة على النبى خير الانام وآله الطاهرين •

تم الكتاب ولله الحمد

وفرغ ابو الريحان رحمه الله من تصنيفه

فى رجب سنة ثمانى عشرة واربعمائة